

١

نبذة مختصرة
أسس أشباه الموصلات
النظرية والتطبيق
٣٢٤ فيز

تأليف
أ.د. محمد علي أحمد آل عيسى
قسم الفيزياء والفلك

الباب الأول

تركيز الحوامل

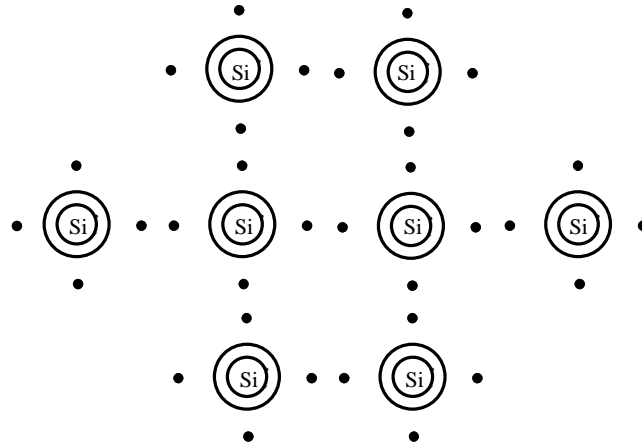
Carrier Concentration

(١ - ١) مقدمة عن أشباه الموصلات Introduction of semiconductors

تنقسم المواد من حيث توصيلها للكهرباء إلى ثلاثة أقسام موصله وعازلة وشبه موصله ، وجاء هذا التقسيم نتيجة لوضع الإلكترونات الخارجية التي تحتل المدار الأخير لذرات المادة والتي تسمى بالإلكترونات التكافؤ valence electrons . إذا كانت هذه الإلكترونات حرة بحيث تستطيع الانتقال من ذرتها الأصلية إلى ذرة أخرى فإن المادة تكون في هذه الحالة موصله جيدة للكهرباء . أما إذا كانت الإلكترونات مترابطة مع أنويتها ومن الصعب أن تترك مكانها فإن المادة تكون عازلة للكهرباء . تتفاوت درجة التوصيل والعزل بتفاوت درجة ارتباط إلكترونات التكافؤ في الذرة مع أنويتها . وهناك مواد لا يمكن تصنيفها مع الموصلات لأنها رديئة التوصيل ولا يمكن في الوقت نفسه تصنيفها مع العوازل لأنه يمكن تنشيطها وتصبح موصله تحت ظروف معينة ، مثل ارتفاع درجة الحرارة أو إضافة بعض الشوائب ، مثل هذه المواد تسمى بأشباه الموصلات كعنصري السليكون والجرمانيوم وقد تكون عبارة عن مركب مكون من مادتين مثل الجاليوم والزرنيخ GaAs أو سبيكة alloy مؤلفة من خليط معدني ثلاثي مثل $Al_xGa_{1-x}As$. بدأت دراسة أشباه الموصلات مع بداية القرن التاسع عشر للميلاد .

(٢ - ١) الجرمانيوم والسليكون : Germanium and Silicon

مادتان مهمتان وهما الغالبان في صناعة الترانزستور وهما من المجموعة الرابعة في النظام الدوري للعناصر . العدد الذري لذرة الجرمانيوم 32 فهذا يعني أن المدار الرابع يحتوي على أربعة إلكترونات تكافؤ ، أما العدد الذري لذرة السليكون 14 أي أن المدار الثالث يحتوي أيضا على أربعة إلكترونات تكافؤ . ترتبط كل ذرة جرمانيوم مع أربع ذرات مجاورة لتكون ترابطا إسهاميا فيما بينها ، بحيث يشترك إلكترون من إلكترونات التكافؤ لذرة ما مع إلكترونات التكافؤ للذرة الأخرى ، ليصبح في هذا المدار ثمانية إلكترونات مما يؤدي بالذرة إلى حالة الاستقرار . والحال نفسه يحصل لذرات السليكون . يمثل الشكل (١-١) الترابط التساهمي لذرات متجاورة حيث تمثل الدائرة الصغيرة نواة الذرة والدائرة الكبيرة الحيز الذي يحيط بالنواة وتشغل الإلكترونات المقيدة (bound electrons) القريبة من النواة أما النقاط فتمثل إلكترونات التكافؤ .



شكل (١ - ١) : يمثل الترابط التساهمي لذرات متجاورة من مادة السليكون أو الجرمانيوم.

والحقيقة أن عنصري الجرمانيوم والسليكون يصبحان في حالة الاستقرار (عازلين جيدين للكهرباء) إذا أمكن إنفاص الحرارة لكل منهما إلى درجة الصفر المطلق ، أما إذا ارتفعت درجة حرارة أي منهما فإن الذرات سوف تتذبذب بطاقة حرارية متوسطة قدرها $3KT$ ، حيث K ثابت بولتزمان و T درجة الحرارة المطلقة ، فإذا كانت هذه الطاقة كافية لكسر الترابط بين الذرات (أي أعطي للإلكترونات طاقة حركية) فإن بعض هذه الإلكترونات ستصبح حرة وتتحول المادة إلى مادة موصله . إذا تحرك أي إلكترون من مكانه سيترك فراغا مكانه ، يسمى هذا الفراغ بالثقب Hole وشحنته موجبة . تكمن أهمية الثقب في أنه ناقل للتيار الكهربائي شأنه في ذلك شأن الإلكترون .

تسمى الإلكترونات والفجوات بحاملات الشحنة charge carriers ويشتركان في التوصيل الكهربائي .

(١ - ٣) نطاقات الطاقة : Energy bands

١ - نطاق التكافؤ valence band :

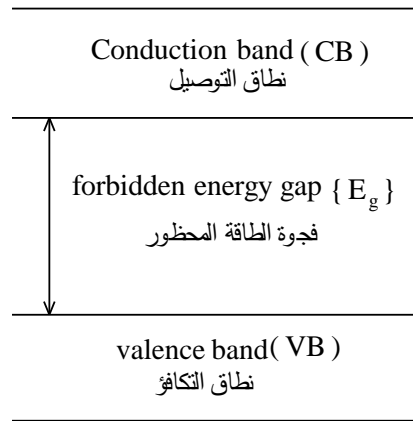
وهو عبارة عن سلسلة من الطاقات نتجت عن إلكترونات التكافؤ الموجودة في المدار الأخير. يحتوي هذا النطاق على الإلكترونات ذات الطاقة العالية وقد يكون ممتلئا كلياً أو جزئياً وهو يمثل الجزء السفلي للشكل (١ - ٤).

٢ - نطاق التوصيل conduction band :

هو النطاق العلوي للشكل (١ - ٤) و هو عبارة سلسلة من الطاقات نتجت عن إلكترونات التوصيل conduction electrons.

٣ - فجوة الطاقة المحظور forbidden energy gap :

ويسمى بالنطاق المحظور ويقع بين نطاقي التوصيل والتكافؤ ، لا توجد إلكترونات فيه ويمكن لها أن تقفز بين نطاقي التوصيل والتكافؤ . يقيس اتساع النطاق المحظور مدى ارتباط إلكترونات التكافؤ للذرة فإذا كان طاقة الفجوة كبيرة كان ارتباط الإلكترونات قويا بالنواة ويمكن فك هذا الارتباط والحصول على إلكترونات حرة بواسطة طاقة خارجية تساوي طاقة النطاق المحظور ويرمز لطاقة النطاق بالرمز E_g كما سيأتي في البند (١ - ٥) .



شكل (١ - ٤) :تمثيل لنطاقات الطاقة

يكون اتساع النطاق المحظور للمواد العازلة كبيراً وقيمته في حدود 3eV إلى 8eV وللمواد شبه الموصلة يكون أقل منه في حالة المواد العازلة وقيمته في حدود 0.5eV إلى 2eV وهذا يعني أن إلكترونات التكافؤ تحتاج إلى طاقة قليلة لكي تقفز إلى نطاق التوصيل ، طاقة الفجوة لمادة السليكون تساوي 1.21 eV وللجرمانيوم تساوي 0.785eV ، أما الموصلات فان نطاق التوصيل يتداخل مع نطاق التكافؤ أي يغطي كل منهما على الآخر ولذلك تحتاج الإلكترونات إلى مقدار طفيف من الطاقة لكي تتحرك في نطاق التوصيل .

(١ - ٤) حساب تركيز الإلكترونات والثقوب :

Electron and hole concentrations :

إذا ارتفعت درجة حرارة مادة شبه موصلة وأصبحت اكبر من درجة الصفر المطلق فان بعض الإلكترونات في نطاق التكافؤ (VB) سوف تكتسب طاقة حرارية thermal energy كافية لإثارتها وانتقالها عبر نطاق المنطقة المحرمة band gap إلى نطاق التوصيل (CB) . وتصبح المادة ذات إلكترونات في منطقة التوصيل وثقوب holes في منطقة التكافؤ. يوضح الشكل (١-٥) نطاق الطاقة لمادة الجرمانيوم Ge الشبه موصلة عند درجة الصفر المطلق ودرجة حرارة الغرفة .

وتحسب عدد الإلكترونات لوحدة الحجم (تركيز الإلكترونات) في نطاق التوصيل في مدى تغير للطاقة بين E و $E+dE$ من المعادلة:

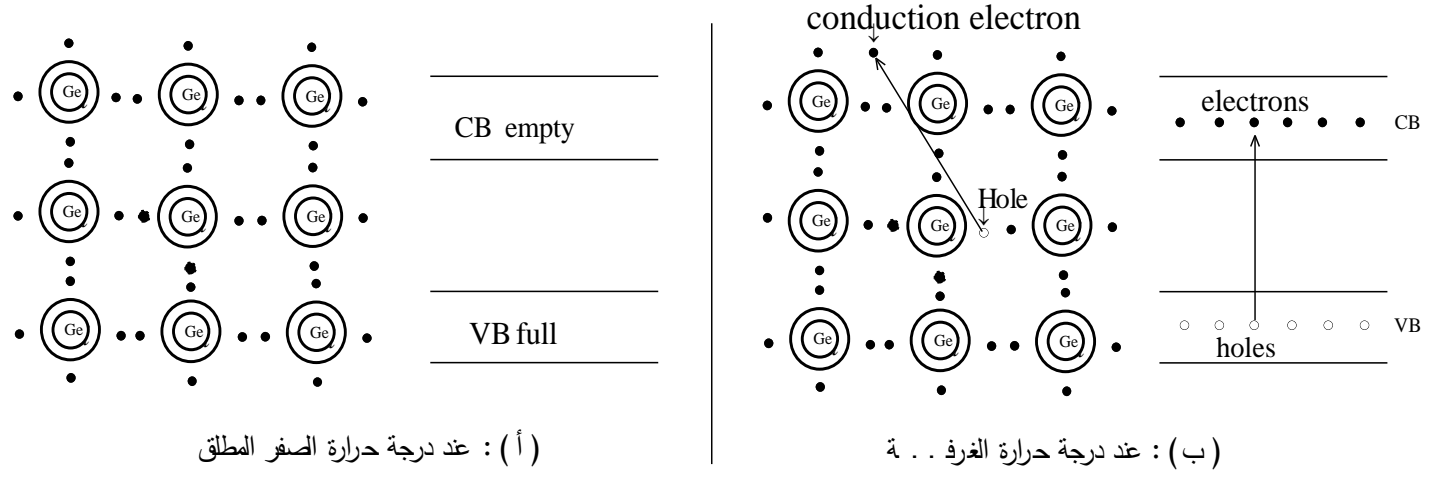
$$\therefore n = N_C e^{(E_F - E_C)/KT} \quad E_F \leq (E_C - 3KT) \quad (1-7)$$

E_C بداية طاقة شريط التوصيل و E_F طاقة فرمي و K ثابت بلتزمان و T درجة الحرارة المطلقة

و يسمى المقدار N_C بالكثافة الفعالة effective density لكل مستويات طاقة الإلكترون في شريط التوصيل وقيمته:

$$N_C = 2 \left[\frac{m_e^* KT}{2\pi \hbar^2} \right]^{3/2} \quad (1-8)$$

حيث m_e^* الكتلة الفعالة للإلكترون و \hbar ثابت بلانك و m_e كتلة الإلكترون. إذا فرض أن $m_e^* = m_e$ (حيث m_e كتلة السكون rest mass للإلكترون) وعوض عن قيمة الثوابت فان قيمة N_C تساوي $2.508 \times 10^{25} / m^3$ عند درجة حرارة الغرفة ($T=300K$).



شكل (١ - ٥) : تمثيل نطاقات الطاقة لمادة الجرمانيوم النقية.

أ - نطاق التوصيل خال من الإلكترونات بينما نطاق التكافؤ ممتلئاً عند درجة الصفر المطلق.

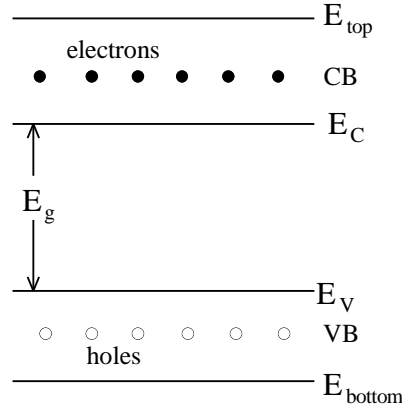
ب - توليد الإلكترونات electrons والثغوب holes في نطاقي التوصيل والتكافؤ عند درجة حرارة الغرفة.

أما تركيز الثغوب في شريط التكافؤ في مدى تغير للطاقة بين E و $E+dE$ فيمكن حسابه من المعادلة التالية التالية :

$$p = N_V e^{(E_V - E_F)/KT} \quad \text{if } E_F \geq E_V + 3KT \quad (1-11)$$

حيث N_V تمثل الكثافة الفعالة في شريط التكافؤ وقيمتها :

$$N_V = 2 \left(\frac{m_p^* KT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \quad (1-12)$$



شكل (١ - ٦) : البداية والنهاية لحدود شرائط الطاقة

تمثل m_p^* الكتلة الفعالة للثقب ، كما يرمز لها بالرمز m_h^* ، و E_V طاقة شريط التكافؤ عند نهايته العظمي .

وتعتبر شحنة الثقب ، موجبة ، ولكن هل هذا الثقب ساكن في مكانه أم متحركاً ؟ ، انه سرعان ما يقبل إلكترون جديد من ذرة أخرى فيملأ هذا الثقب ويحل محل الإلكترون الهارب السابق . إن قدوم هذا الإلكترون الجديد من الذرة المجاورة أحدث ثقباً في ذرته الأصلية لا يلبث هذا الثقب الجديد أن يمتلئ بإلكترون ثالث من ذرة مجاورة وهكذا ... وكأن الثقب ينتقل من ذرة إلى أخرى ولكن طريق سيره في الاتجاه المعاكس لطريق سير الإلكترونات.

(١ - ٥) تركيز الحوامل لأشباه الموصلات النقية :

Carrier concentration for the intrinsic semiconductors :

يقصد بالمواد النقية هي الخالية من الشوائب مثل السليكون والجرمانيوم . تنتقل الإلكترونات من شريط التكافؤ إلى شريط التوصيل نتيجة لارتفاع درجة الحرارة ، وانتقال هذه الإلكترونات إلى شريط التوصيل يخلف ما يساويها من النيوب في شريط التكافؤ ، ولذلك فإن تركيز الإلكترونات n في شريط التوصيل يساوي تركيز النيوب p في شريط التكافؤ . وتتولد الإلكترونات والنيوب على هيئة أزواج عبر نطاق الفجوة band gap ولذلك يرمز لتركيز الحوامل ، (الإلكترونات والنيوب) ، لأشباه الموصلات النقية في هذه الحالة بالرمز n_i حيث :

$$n = p = n_i \quad (1 - 13)$$

وكذلك $E_F = E_i$ حيث يسمى مستوى فيرمي E_F بمستوى فيرمي النقي E_i أو مستوى فيرمي لأشباه الموصلات النقية ويمكن الحصول على n_i من المعادلات (1 - 7) و (1 - 11) و (1 - 13) حيث :

$$n = n_i = N_C e^{(E_i - E_C)/KT} \quad p = n_i = N_V e^{(E_V - E_i)/KT}$$

وهذا يعني أن :

$$N_C = n_i e^{(E_C - E_i)/KT} \quad N_V = n_i e^{(E_i - E_V)/KT}$$

وبالتعويض في المعادلتين (1 - 7) و (1 - 11) عن N_C و N_V يمكن الحصول على :

$$n = n_i e^{(E_F - E_i)/KT} \quad p = n_i e^{(E_i - E_F)/KT}$$

ويمكن الحصول من المعادلات (1 - 13) و (1 - 14) و (1 - 15) على :

$$n_i^2 = np = N_C N_V e^{-(E_C - E_V)/KT} = N_C N_V e^{-E_g/KT}$$

$$\therefore n_i = (N_C N_V)^{1/2} e^{-E_g/2KT} \quad (1 - 20)$$

وبالتعويض عن قيم N_C و N_V (1 - 8) و (1 - 12) يحصل على :

$$\therefore n_i = 2 \left(\frac{K}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} T^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} e^{-E_g/2KT} \quad (1 - 21)$$

$$\therefore n_i = 4.81 \times 10^{21} T^{3/2} \left\{ \frac{m_e^*}{m_e} \frac{m_h^*}{m_e} \right\}^{3/4} e^{-E_g/2KT} \text{ electrons/m}^3 \quad (1 - 22)$$

حيث تسمى E_g بطاقة الفجوة band gap energy حيث :

$$E_g = E_C - E_V \quad (1 - 23)$$

وقد وردت بعض قيم طاقة الفجوة في البند (١ - ٣) .

مثال (١ - ١) : إذا كانت $m_h^*/m_e = 0.56$ and $m_e^*/m_e = 1.08$ و $E_g = 1.10 \text{ eV}$ للسليكون Si فاحسب تركيز الإلكترونات والنيوب عند درجة حرارة الغرفة (300K):

الحل

نحسب أولاً قيمة KT بوحدات eV عند درجة حرارة الغرفة حيث :

$$KT = 8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K} \times 300 \text{ K} = 0.0259 \text{ eV}$$

$$\therefore n = p = n_i = 4.81 \times 10^{21} T^{3/2} \left\{ \frac{m_e^*}{m_e} \frac{m_h^*}{m_e} \right\}^{3/4} e^{-E_g/2KT} \text{ electrons/m}^3$$

$$\therefore n_i = 4.81 \times 10^{21} (300)^{3/2} (1.08 \times 0.56)^{3/4} e^{-1.10/(2 \times 0.0259)}$$

$$n_i = 1.0 \times 10^{16} \text{ m}^{-3} = 1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$\therefore n = p = 1.0 \times 10^{10} / \text{cm}^3 = 1.0 \times 10^{16} / \text{m}^3$$

ويمكن حساب n_i مباشرة (1-20) بعد حساب N_C و N_V .

(٦ - ١) أشباه الموصلات المشابهة : Doped Semiconductors :

أمكن تنشيط المواد شبه الموصلة النقية ، كما ذكر في البند السابق ، بارتفاع درجة حرارتها التي أضعفت الترابط التساهمي valence bond بين الذرات مما جعل الإلكترونات ، حوامل شحنتها سالبة n ، تنتقل من شريط التكافؤ إلى شريط التوصيل متجاوزة المنطقة المحرمة مخلفة ورائها الثقوب المساوية لها في المقدار ، حوامل شحنتها موجبة p . هل يمكن تغيير هذا التساوي بين الإلكترونات والثقوب بحيث يصبح تركيز الإلكترونات n اكبر من تركيز الثقوب أو العكس؟.

ويمكن فعل ذلك بتنشيط المواد شبه الموصلة بإضافة مواد شائبة doping materials معينة بنسب ضئيلة جدا، ذرة واحدة من الشوائب إلى 10^6 ذرة من المادة المضيفة السليكون أو الجرمانيوم ، حيث تحاط ذرة واحدة من الشوائب بمليون ذرة من السليكون أو الجرمانيوم لكي يحدث الترابط بينهما دون تغيير في التركيب البلوري الأساسي. تسمى أشباه الموصلات في هذه الحالة بأشباه الموصلات الخارجية **Extrinsic semiconductors** وتكون على النحو التالي:

(٦-١) أشباه الموصلات ذو النوع السالب: N - type semiconductors

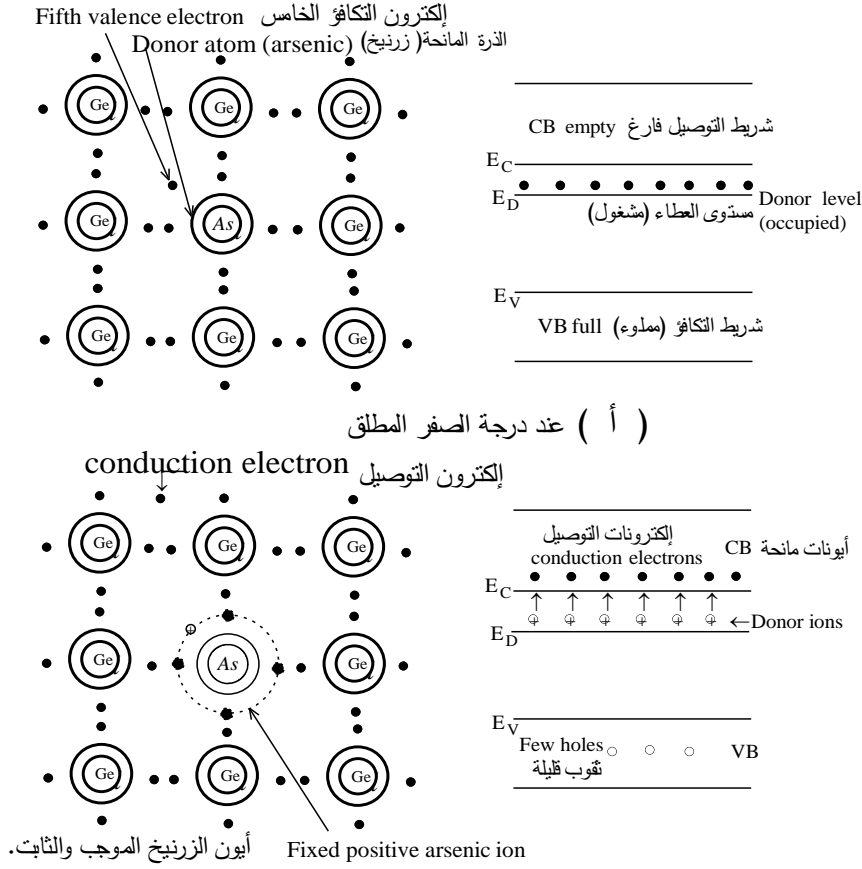
يتغير سلوك أشباه الموصلات تغييرا أساسيا إذا أضيفت إليه بعض الشوائب ، فعنصر السليكون Si والجرمانيوم Ge من المجموعة الرابعة في التصنيف الدوري للعناصر وبشكل كل منهما بناءا بلوريا بحيث تتماسك كل ذرة مع أربع ذرات مجاورة برابطة مشتركة valence bond إلكترونين فإذا أضيفت ذرات شائبة من المجموعة الخامسة في الجدول الدوري للعناصر مثل الفوسفور (P) أو الزرنيخ (arsenic As) أو الأنتيمون (antimony Sb) أو البزموت (Bi) حيث تحتوي على خمسة إلكترونات خارجية فيتماسك أربعة منها مع أربعة ذرات من السليكون أو الجرمانيوم ويبقى إلكترون واحد، الإلكترون الخامس، غير مشترك في الروابط كما في الشكل (١ - ٨) ، ومعنى ذلك أنه عند درجة حرارة الصفر المطلق تكون هذه الإلكترونات مرتبطة بذراتها بطاقة أقل من الطاقة التساهمية بين ذرات أشباه الموصلات النقية ، و سيكون مستوى هذه الطاقة للذرات المانحة في مجال المنطقة المحظورة أسفل شريط التوصيل ويسمى بمستوى العطاء Donor level ويرمز له بالرمز E_D ، كما في الشكل (١ - ٨) . ولذلك يمكن إثارة هذا الإلكترونات للذرات المضافة لنتقل إلى شريط التوصيل بطاقة أقل بكثير من الطاقة الحرارية اللازمة لإثارة الإلكترونات لذرات أشباه الموصلات النقية المترابطة تساهميا لنتقل من شريط التكافؤ إلى شريط التوصيل.

إذا ارتفعت درجة الحرارة سينتقل بعض الإلكترونات من هذا المستوى إلى شريط التوصيل مخلفة ورائها ذرات متأينة ، شحنتها موجبة ، ويزداد تركيز الإلكترونات N_D ويزداد تبعاً لذلك تركيز الذرات المتأينة N_D^+ مع زيادة درجة الحرارة حتى تصبح $N_D^+ = N_D$ ، علما بأن درجة الحرارة كافية لتأين كل الذرات ، ويوضح الشكل (١ - ٨) (أ و ب) المادة الجديدة عند درجة الصفر المطلق ودرجة حرارة الغرفة .

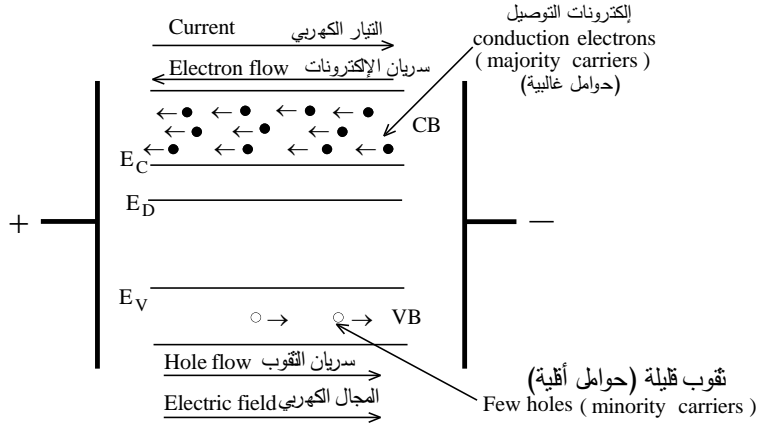
عندما يتحرك الإلكترون في هذه الحالة من ذرة إلى أخرى فإنه لا يترك وراءه فجوة ولا يحتاج إلى إلكترون يحل محله لذلك فإن معظم التيار في هذا النظام تحمله الإلكترونات السالبة ولذلك تسمى هذه المواد بأشباه الموصلات ذات النوع السالب **n - type semiconductors** .

ذكر أن معظم التيار تحمله الإلكترونات ولكن ليس كل التيار ، ذلك لأن بعض الإلكترونات تستطيع كسر التشابك البلوري وتغادر أمكنتها مخلفة فجوات تتحرك باتجاه يعاكس اتجاه تحرك الإلكترونات وبالتالي فإنها تنقل قسما ولو ضئيلا من التيار الكهربي . ولذلك تمثل الإلكترونات في هذه الحالة الحوامل الغالبة **the majority carriers** بينما تمثل الثقوب الحوامل الأقلية **minority carriers** .

وتسمى المواد المضافة بالشوائب المانحة Donors لأن الإلكترون الخامس حر منحه الذرة الشائبة ليعمل على نقل التيار الكهربي . وإذا وضع فرق جهد كهربي بين طرفي المادة المشكلة ، كما في الشكل (١ - ٨ ج) ، تسري الإلكترونات الحرة من القطب السالب إلى القطب الموجب بينما تسري الفجوات من الطرف الموجب إلى الطرف السالب.



(ب) عند درجة حرارة الغرفة



(ج) : سريان الإلكترونات والثقوب نتيجة لتطبيق مجال كهربائي

شكل (1-8): شبه موصل من النوع السالب ، يمثل الزرنيخ المادة المانحة.

(١ - ٦ ب) أشباه الموصلات ذات النوع الموجب : P - type semiconductors:

إذا كانت الشائبة المضافة لشبه الموصل من المجموعة الثالثة في التصنيف الدوري للعناصر مثل الألومنيوم Al أو الجاليوم Ga أو الانديوم In أو البورون B حيث تحتوي هذه العناصر على ثلاثة إلكترونات تكافؤ . ترتبط هذه الإلكترونات مع ثلاث ذرات مجاورة من ذرات شبه الموصل السليكون أو الجرمانيوم لتشكل ترابط التكافؤ valence bond ، وبذلك تصبح بعض ذرات السليكون أو الجرمانيوم ينقصها إلكترون واحد لاستكمال التشكيل البلوري كما في الشكل (١ - ٩) ، ولذلك كل ذرة شائبة تترك فراغا vacancy يسمى بالفجوة أو الثغرة أو الثقوب Hole ويصاحب الذرات الشائبة نشوء مستوى طاقة قريب من شريط التكافؤ في المنطقة المحظورة كما حصل لشبه الموصل من النوع السالب .

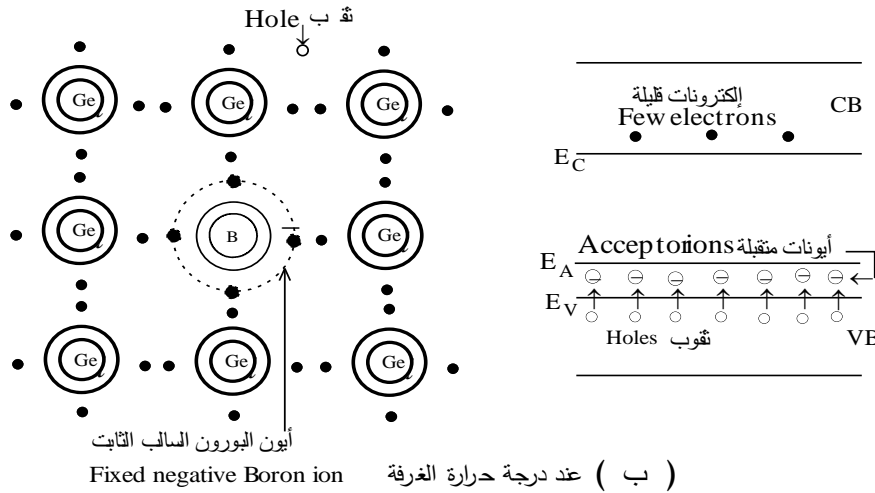
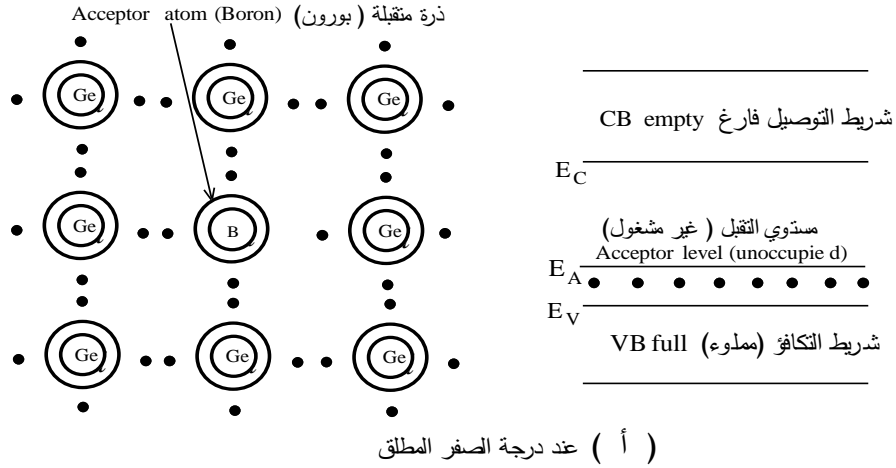
ويسمى مستوى الطاقة اللازمة لحدوث الثقب بمستوى **التقبل Acceptor level** ويرمز له بالرمز E_A ، يكون هذا المستوى فارغا عند درجة حرارة الصفر المطلق ، الشكل (١ - ٩) ، لأن كل الإلكترونات تكون موجودة في منطقة شريط التكافؤ مرتبطة مع ذراتها أما في درجة حرارة الغرفة فان إلكترونات التكافؤ valence electrons ستقفز إلى المستوى E_A مولدة الثقب ونتيجة لهذه العملية ستكتسب الذرات الشحنة هذه الإلكترونات وتصبح متأينة وشحنتها سالبة كما في الشكل (١ - ٩ ب) .

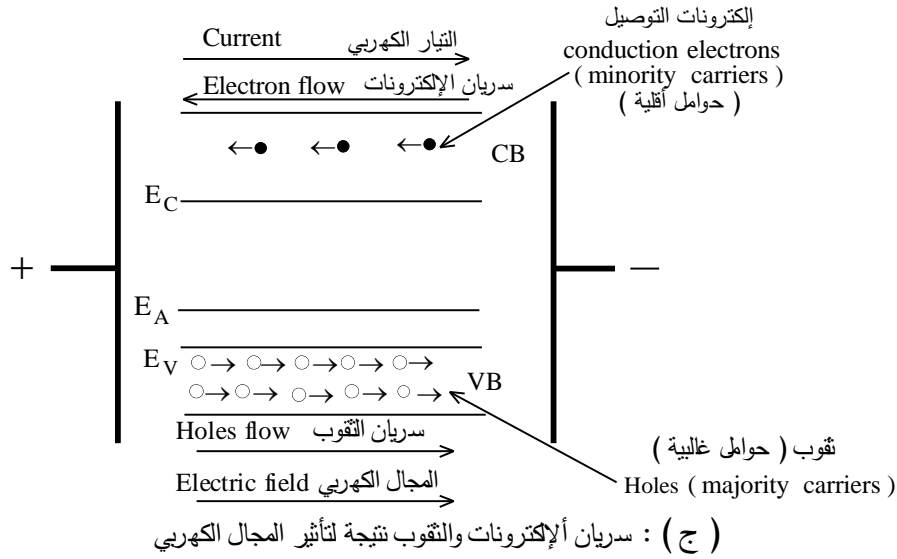
يرمز لتركيز الثقوب بالرمز N_A وشحنتها موجبة وللذرات المتأينة بالرمز N_A^- . تسمى المواد المضافة في هذه الحالة بالشوائب **المتقبلة Acceptors** لأن الثقب الناتج يقبل إلكترونات ينتقل إليه .

ويقتصر هذا الثقب إلكترونات من ذرة مجاورة ، وعندما يأتيها هذا الإلكترون يخلف وراءه ثقباً جديداً لا يلبث أن يملأه إلكترون آخر من ذرة أخرى وهكذا ، والحركة هذه تمثل معظم التيار الكهربائي وتمثل الثقوب **الغالبية majors** وقد تثار بعض الإلكترونات التي تساهم في نقل جزء ضئيل من التيار الكهربائي ولذلك فهي تمثل **الأقلية minors** .

إذا وضع جهد كهربائي بين طرفي المادة المشكلة ينتقل إلكترون من الذرة المجاورة للذرة المحتوية على الثقب ليملؤه ويكون اتجاه حركة انتقال الإلكترون من الطرف السالب إلى الطرف الموجب وبالتالي يظهر كما لو كان الثقب يتحرك في الاتجاه المعاكس من القطب الموجب إلى القطب السالب إضافة إلى حركة الإلكترونات التي تمثل الأقلية كما في الشكل (١ - ٩ ج) .

وتسمى المواد المشكلة والتي يسري فيها التيار نتيجة حركة الثقوب **Holes** بأشبه الموصلات ذات النوع الموجب ، **p type semiconductors** .





شكل (1 - 9) : شبه موصل من النوع الموجب n - type يمثل البورون المادة المتقبلة

(١ - ٦ ج) التطعيم المعادل (المكافئ) : Compensating doping

تحتوي في هذه الحالة المواد شبه الموصلة علي النوعين من الشوائب ، الشوائب المانحة (Donors N_D) و الشوائب المتقبلة (Acceptors N_A) بحيث إحداها تعوض الأخرى والغرض منها هو تنظيم خواص شبه الموصل .

إذا كان $N_D \gg N_A$ و $N_D - N_A \gg n_i$ تكون المادة شبه الموصلة المشكلة من النوع السالب .

إذا كان $N_A \gg N_D$ و $N_A - N_D \gg n_i$ تكون المادة شبه الموصلة المشكلة من النوع الموجب .

وهذا لا يحدث إلا إذا كانت درجة الحرارة كافية لتأين الذرات المانحة والذرات المتقبلة ، ودرجة حرارة الغرفة كافية لحدوث ذلك .

(١ - ٨) حساب تركيز الحوامل : Carrier concentration calculations

يتبين مما سبق دراسته أن المواد شبه الموصلة المشابهة (المطعمة) تحتوي الحوامل n و p و N_D و N_A وتكون المادة متعادلة الشحنة إذا تحقق الشرط التالي :

$$ep - en + eN_D^+ - eN_A^- = 0$$

$$\therefore p - n + N_D^+ - N_A^- = 0 \quad (1 - 26a)$$

حيث N_D^+ عدد الذرات المانحة المتأينة لكل متر^٣ و N_A^- عدد الذرات المتقبلة المتأينة لكل متر^٣ .

إذا فرض أن الطاقة الحرارية كافية لتأين معظم الذرات المانحة و معظم الذرات المتقبلة فيكون :

$$N_D^+ = N_D \quad \text{and} \quad N_A^- = N_A$$

وبالتعويض في المعادلة (1 - 26a) يحصل على :

$$p - n + N_D - N_A = 0 \quad (1 - 26b)$$

$$\therefore p = \frac{n_i^2}{n}$$

$$\therefore \frac{n_i^2}{n} - n + N_D - N_A = 0$$

$$\text{or : } n^2 - n(N_D - N_A) - n_i^2 = 0$$

هذه المعادلة من الدرجة الثانية quadratic equation تماثل $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $a=1$ و $b = N_D - N_A$ و $c = -n_i^2$ وباستخدام

$$\text{معادلة المميز : } x = \frac{-b \pm (b^2 - 4ac)^{1/2}}{2} \text{ يمكن الحصول على تركيز الإلكترونات :}$$

$$n = \frac{N_D - N_A}{2} + \left\{ \left(\frac{N_D - N_A}{2} \right)^2 + n_i^2 \right\}^{1/2} \quad (1-27)$$

ويمكن الحصول على قيمة تركيز الثقوب p ، بنفس الطريقة ، إذا عوض عن n بالمقدار $(n = n_i^2/p)$ في المعادلة (1-26b) حيث :

$$p = \frac{N_A - N_D}{2} + \left\{ \left(\frac{N_A - N_D}{2} \right)^2 + n_i^2 \right\}^{1/2} \quad (1-28)$$

وبواسطة هاتين المعادلتين يمكن حساب تركيز الإلكترونات والثقوب عند درجة الحرارة المرتفعة لأشباه الموصلات النقية كما يمكن حسابهما

عند درجات الحرارة الكافية لتأين الذرات المانحة و المتقبلة في حالة أشباه الموصلات المشابة (المطعمة) على النحو التالي :

(١ - ٨) شبه الموصل النقي : Intrinsic semiconductor

تكون : $N_D = 0$ و $N_A = 0$ بالنسبة لشبه الموصل النقي ، وبالتعويض في المعادلتين (1-27) و (1-28) يحصل على :

$$n = n_i \quad \text{and} \quad p = n_i$$

$$n = p = n_i$$

وهذه نفس النتيجة المعروفة في حالة أشباه الموصلات النقية كما ورد ذكره في البند (١ - ٥) .

(١ - ٨ ب) شبه الموصل المطعم : Doped semiconductor

١ - إذا كانت المادة من النوع السالب فإن $N_D \gg n_i$ و $N_A = 0$ ويحصل من ذلك على :

$$n = N_D \quad \text{and} \quad p = \frac{n_i^2}{N_D} \quad (1-29)$$

٢ - إذا كانت المادة من النوع الموجب فإن $N_D = 0$ و $N_A \gg n_i$ ويحصل من ذلك على :

$$p = N_A \quad \text{and} \quad n = \frac{n_i^2}{N_A} \quad (1-30)$$

(١ - ٨ ج) التطعيم المعادل (المكافئ) : Compensating Doping

١ - إذا كانت الذرات المانحة أكثر وكان $N_D - N_A \gg n_i$ فإن :

$$n = (N_D - N_A) \quad \text{and} \quad p = \frac{n_i^2}{(N_D - N_A)} \quad (1-31)$$

٢ - إذا كانت الذرات المتقبلة أكثر وكان $N_A - N_D \gg n_i$ فإن :

$$p = (N_A - N_D) \quad \text{and} \quad n = \frac{n_i^2}{(N_A - N_D)} \quad (1-32)$$

مثال (١ - ٢) : أضيف $10^{14} \text{ atoms/cm}^3$ من مادة البورون B إلى عينة من مادة السليكون Si أحسب :

أ - تركيز الحوامل عند درجة حرارة الغرفة (300K) ، علماً بأن $n_i = 10^{10} / \text{cm}^3$

ب - تركيز الحوامل عند درجة حرارة قدرها 470K ، علماً بأن $n_i = 10^{14} / \text{cm}^3$

الحل

البورون مادة ثلاثية التكافؤ وبهذا فالبورون مادة شائبة متقبلة

أ - تركيز البورون أكبر من التركيز الذاتي n_i وهذا يعني أن :

$N_D = 0$ و $N_A \gg n_i$ وبذلك فإن تركيز الحوامل عند درجة حرارة الغرفة :

$$p = N_A = 10^{14} / \text{cm}^3 \quad \text{and} \quad n = \frac{n_i^2}{N_A} = 10^{20} / 10^{14} = 10^6 / \text{cm}^3$$

واضح أن تركيز الإلكترونات صغير مقارنة بتركيز الثقوب ولذلك يمكن إهمال تركيز الإلكترونات .

ب - أما عند درجة حرارة 470K فواضح أن تركيز الشوائب يساوي التركيز الذاتي وبذلك يمكن استخدام المعادلة التالية لحساب الحوامل :

$$p = \frac{N_A - N_D}{2} + \left\{ \left(\frac{N_A - N_D}{2} \right)^2 + n_i^2 \right\}^{1/2}$$

$$\therefore p = \frac{N_A}{2} + \left\{ \left(\frac{N_A}{2} \right)^2 + n_i^2 \right\}^{1/2} = \frac{10^{14}}{2} + \left\{ \left(\frac{10^{14}}{2} \right)^2 + 10^{28} \right\}^{1/2}$$

$$\therefore p = 1.62 \times 10^{14} / \text{cm}^3 \quad \text{and} \quad n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{10^{28}}{1.62 \times 10^{14}} = 0.618 \times 10^{14} / \text{cm}^3$$

مثال (١ - ٣) : شبه موصل من السليكون ذو النوع السالب يحتوي على $10^{16} \text{ atoms/cm}^3$ من مادة الفوسفور فإذا طعم ب $10^{17} \text{ atoms/cm}^3$ من البورون ، احسب تركيز الحوامل (تركيز الإلكترونات والثقوب) عند درجة حرارة الغرفة علماً بأن $n_i = 1.45 \times 10^{10} / \text{cm}^3$.

الحل

مادة البورون ثلاثية التكافؤ فهي مادة متقبلة وتركيزها أكثر من تركيز المادة المانحة والفرق بينهما :

$$N_A - N_D = 10^{17} - 10^{16} = 9 \times 10^{16} / \text{cm}^3$$

وهذا اكبر كثيراً من التركيز الذاتي لمادة السليكون عند درجة حرارة الغرفة . ويكون تركيز الحوامل كالتالي:

$$\therefore (\text{تركيز الثقوب}) \quad p = N_A - N_D = 9 \times 10^{16} / \text{cm}^3$$

$$(\text{تركيز الإلكترونات}) \quad n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1.45 \times 10^{10})^2}{9 \times 10^{16}} = 2.34 \times 10^3 / \text{cm}^3$$

واضح أن تركيز الإلكترونات قليل جداً وليس له تأثير بالنسبة للتوصيل الكهربائي ولذلك يمكن إهماله مقارنة بتركيز الثقوب ، كما هو واضح أيضاً أن زيادة تركيز البورون المضافة لشبه الموصل ذو النوع السالب حوله للنوع الموجب .

(٩ - ١) تحديد قيمة مستوى طاقة فيرمي E_F : E_F Determination

تحديد مكان مستوى فيرمي على مخطط شريط الطاقة مهم . فمستوي فيرمي لأشباه الموصلات النقية E_i يكون تقريباً في منتصف المسافة لطاقة الفجوة ولذلك من المفيد معرفة مكانه بصورة دقيقة وكذلك الوضع بالنسبة لأشباه الموصلات المطعمة

(٩ - ١) أشباه الموصلات النقية:

وكما هو معروف بالنسبة لأشباه الموصلات النقية فإن تركيز الإلكترونات يساوي تركيز الثقوب أي أن :

$$n = p$$

وحسب المعادلات (1 - 14) و (1 - 15) فإنه يمكن كتابة ما يلي :

$$N_C e^{(E_i - E_C)/KT} = N_V e^{(E_V - E_i)/KT}$$

$$\text{or} \quad E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{KT}{2} \ln \frac{N_V}{N_C} \quad (1-33)$$

ويمكن الحصول من المعادلتين (1 - 8) و (1 - 12) على :

$$\frac{N_V}{N_C} = \left\{ \frac{m_p^*}{m_n^*} \right\}^{3/2} \quad \therefore E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3KT}{4} \ln \left\{ \frac{m_p^*}{m_n^*} \right\} \quad (1-34)$$

وتكون E_i في منتصف طاقة الفجوة midgap ، في منتصف المسافة بين حافة مستوى طاقة نطاق التوصيل وقمة مستوى طاقة نطاق التكافؤ كما في الشكل (١ - ١١) ، إذا كان $m_p^* = m_n^*$ أو إذا كانت درجة الحرارة تساوي الصفر المطلق وفي هذه الحالة تصبح المعادلة (34 - 1) كالتالي :

$$E_i = \frac{E_C + E_V}{2}$$

$$\therefore E_g = E_C - E_V \quad \therefore E_i = E_V + \frac{1}{2} E_g$$

$$\frac{3KT}{4} \ln \left\{ \frac{m_p^*}{m_n^*} \right\} = -0.0073 \text{ eV} : \text{ تكون } m_p^*/m_n^* = 0.69 \text{ لمادة السليكون وتكون :}$$

ومعنى ذلك ان مستوى طاقة فيرمي لأشباه الموصلات النقية E_i تكون أسفل منتصف طاقة الفجوة بمقدار 0.0073eV ، ومن ناحية أخرى يمكن اهمال هذا المقدار في معظم الحالات .

(١ - ٩ ب) أشباه الموصلات المطعمة Doped semiconductors

إذا فرض أن كل الذرات المضافة (الشوائب) أصبحت متأينة عند درجة حرارة معينة فان طاقة مستوي فيرمي سيتغير مكانه حسب نوع الذرات المضافة التي تجعل شبه الموصل من النوع السالب أو النوع الموجب. يمكن حساب متوى طاقة فيرمي من المعادلتين (18 - 1) و (19 - 1) أي أن:

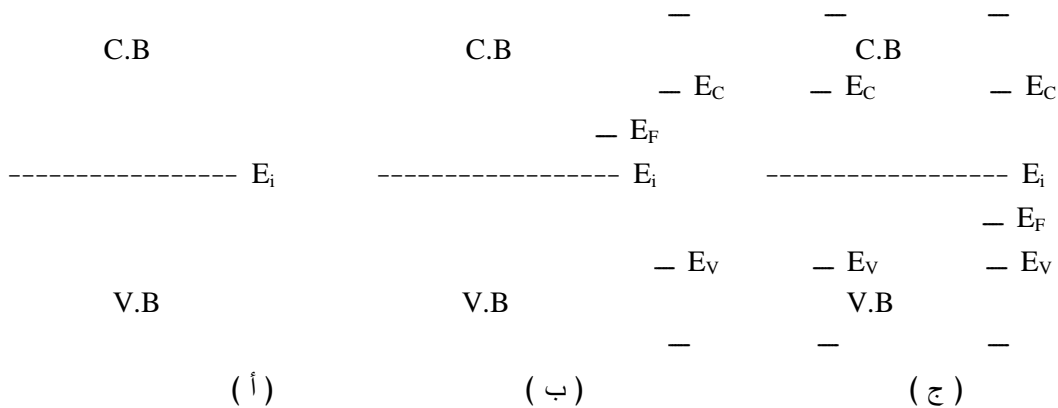
$$E_F - E_i = KT \ln \left(\frac{n}{n_i} \right) \quad \text{and} \quad E_F - E_i = -KT \ln \left(\frac{p}{n_i} \right)$$

فإذا كان شبه الموصل من النوع السالب فان $N_D \gg n_i$ و $N_A = 0$ ويكون :

$$n = N_D \quad \text{and} \quad p = \frac{n_i^2}{N_D} \quad \therefore E_F - E_i = KT \ln \left(\frac{N_D}{n_i} \right)$$

أما إذا كان شبه الموصل من النوع الموجب فان $N_D = 0$ و $N_A \gg n_i$ ويكون :

$$p = N_A \quad \text{and} \quad n = \frac{n_i^2}{N_A} \quad \therefore E_F - E_i = -KT \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right)$$



الشكل (١ - ١١) : توضح الأشكال الثلاثة موقع مستوى طاقة فيرمي لأنواع أشباه الموصلات الثلاثة:

أ - مستويات الطاقة في حالة شبه الموصل النقي. ب - مستويات الطاقة في حالة شبه الموصل من النوع السالب.

ج - مستويات الطاقة في حالة شبه الموصل من النوع الموجب.

مثال (١ - ٤) : تابع للمثال (١ - ٢) ، أحسب في الحالتين أ و ب قيم E_i و $(E_i - E_F)$ وارسم مخطط الطاقة علماً بأن: $E_g(\text{Si}) = 1.08 \text{ eV}$ و $m_p^*/m_n^* = 0.69$ عند 300K و $m_p^*/m_n^* = 0.71$ عند 470K .

الحل

$$\text{at } 300\text{K:} \quad E_i = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3KT}{4} \ln \left\{ \frac{m_p^*}{m_n^*} \right\}$$

واذا فرض أن $E_V = 0$: فإن $E_g = E_C - E_V = E_C$ وبذلك تصبح هذه المعادلة كالتالي :

$$E_i = \frac{E_g}{2} + \frac{3KT}{4} \ln \left\{ \frac{m_p^*}{m_n^*} \right\}$$

$$\therefore E_i = \frac{1.08}{2} + \frac{3KT}{4} \ln 0.69 = 0.54 - 0.0073 = 0.5327\text{eV}$$

$$E_i - E_F = KT \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.0259 \ln(10^{14}/10^{10}) = 0.2385\text{eV}$$

$$E_F = E_i - KT \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.5327 - 0.2385 = 0.2942\text{eV}$$

ويمثل الشكل (١ - ١٣) رسم مخطط شرائط الطاقة لهذه القيم .

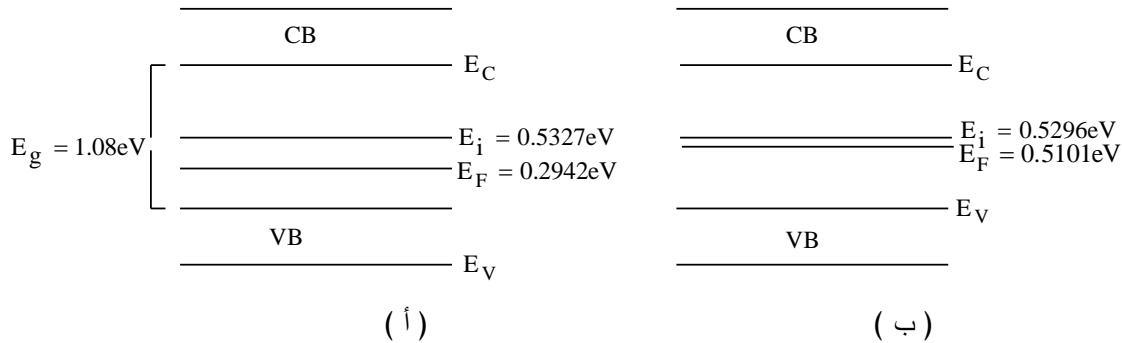
$$\text{At } T = 470\text{K:} \quad KT = 8.617 \times 10^{-5} \text{eV/K} \times 470\text{K} = 0.0405\text{eV}$$

$$\therefore E_i = \frac{E_g}{2} + \frac{3KT}{4} \ln \left\{ \frac{m_p^*}{m_n^*} \right\} = \frac{1.08}{2} + \frac{3 \times 0.0405}{4} \ln 0.71 = 0.5296\text{eV}$$

$$E_i - E_F = KT \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.0405 \ln(1.62 \times 10^{14}/10^{14}) = 0.0195\text{eV}$$

$$E_F = E_i - KT \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right) = 0.5296 - 0.0195 = 0.5101\text{eV}$$

ويوضح الشكل (١-١٣) رسم مخطط شرائط الطاقة لهذه القيم .



شكل (١ - ١٣) : تابع للمثال (١ - ٤)

واجب: عينة من مادة السليكون طعمت ب $10^{14} \text{atoms/cm}^3$ من مادة الفسفور احسب تركيز الحوامل ثم احسب موضع مستوى طاقة فيرمي بالنسبة لشريط التوصيل ومستوى فيرمي لمادة السليكون النقي عند درجة حرارة الغرفة علما بأن :

$$n_i = 1.5 \times 10^{10} / \text{cm}^3, \quad m_p^* = 0.56m_e, \quad m_n^* = 1.08m_e \quad \text{and} \quad E_g = 1.1\text{eV}$$

(١ - ١٠) اعتماد تركيز حوامل الشحنات على درجة الحرارة :

Carrier concentration temperature dependence.

تمثل الدراسة التالية تأثير تغير درجة الحرارة على تركيز الحوامل لشبه موصل من النوع السالب . تكون ذرات الشوائب المانحة غير متأينة عند درجة الصفر المطلق لأن طاقة التهيج الحراري صغيرة وغير كافية لهذا التأين ، فإذا رفعت الحرارة عن الصفر المطلق تتأين بعض هذه الذرات وترسل الإلكترونات إلى شريط التوصيل CB.

إذا فرض أن E_D تمثل طاقة الذرات المانحة و E_C طاقة شريط التوصيل فإن الطاقة E_B اللازمة لتأين الذرات المانحة ، وهي الطاقة اللازمة لانتقال الإلكترونات من مستوى العطاء E_D إلى شريط التوصيل E_C ، تساوي :

$$E_B = E_C - E_D \quad (1 - 43)$$

وهذه الطاقة صغيرة جدا إذا ما قورنت بطاقة التهيج الحراري اللازمة لانتقال الإلكترونات من شريط التكافؤ E_V إلى شريط التوصيل E_C ، والتي سميت بطاقة الفجوة E_g ، ويمكن حساب الإلكترونات المانحة عند درجات الحرارة المنخفضة من المعادلة التالية :

$$n = \left(\frac{1}{2} N_C N_D\right)^{1/2} e^{-(E_C - E_D)/2KT} \quad (1 - 44)$$

ويحصل من المعادلتين (1 - 43) و (1 - 44) على :

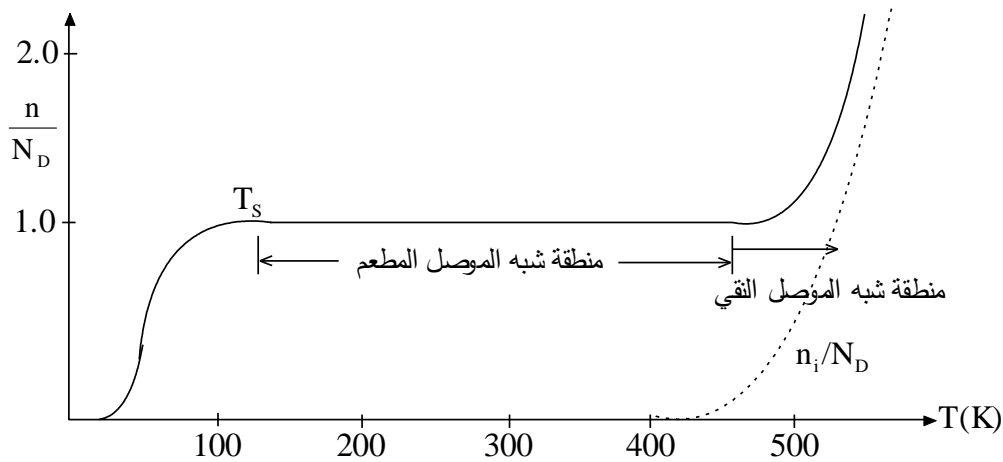
$$n = \left(\frac{1}{2} N_C N_D\right)^{1/2} e^{-E_B/2KT} \quad (1 - 45)$$

وهذه المعادلة تماثل المعادلة (1 - 20) والتي استعملت لحساب الحوامل ، الإلكترونات والنقوب ، لأشباه الموصلات النقية وهي :

$$\therefore n = (N_C N_V)^{1/2} e^{-E_g/2KT} = (N_C N_V)^{1/2} e^{-(E_C - E_V)/2KT}$$

وسبب وجود $\frac{1}{2}$ في المعادلة (1 - 45) هو أن الطريقة الإحصائية التي استعملت لحساب تركيز الإلكترونات المانحة والتي أخذت بعين الاعتبار غزل الإلكترون electron spin تختلف عن الطريقة التي استعملت لحساب n_i والمعتمدة على دالة فيرمي وديراك الإحصائية .

يستمر تأين الذرات المانحة مع ارتفاع درجة الحرارة حتى تصبح كلها متأينة ، وتسمى درجة الحرارة بدرجة حرارة التشبع T_S ، وتكون الإلكترونات الناتجة عن الذرات المانحة جميعها في شريط التوصيل كما في شكل (١ - ١٥) ، فإذا ارتفعت الحرارة بعد T_S يبقى تركيز الإلكترونات ثابتا رغم زيادة درجة الحرارة حتى تصل درجة الحرارة إلى قيمة تستطيع فك الترابط



شكل (١ - ١٥): تغيير تركيز الحوامل مع درجة الحرارة لشبه موصل من النوع السالب.

التساهمي بين ذرات مادة السليكون نفسها وعندها تبدأ الإلكترونات الانتقال من شريط التكافؤ إلى شريط التوصيل مخلفة وراءها النقوب في شريط التكافؤ ، ويمكن حساب تركيز الإلكترونات والنقوب من المعادلتين (1 - 14) و (1 - 15).

يمثل الشكل (١ - ١٥) المراحل الثلاثة السابقة الذكر والذي يبين العلاقة بين درجة الحرارة وتركيز الحوامل لمادة شبه موصلة من النوع السالب عنصر السليكون مضافا إليها $10^{15}/\text{cm}^3$ من عنصر الفسفور .

مثال (١ - ٦) :

مادة شبه موصلة من النوع السالب حصل عليها بإضافة $10^{15} \text{ atoms/cm}^3$ من مادة الزرنيخ As إلى عينة من مادة السليكون Si فا كانت طاقة التأين Ionization energy اللازمة لتأين الذرات المانحة تساوي 0.054eV فقدّر أقل درجة حرارة تتأين عندها كل الذرات المضافة .

الحل

وحسب المعادلة (1 - 45) فان درجة الحرارة التي تتأين عندها كل الذرات المضافة يرمز لها بالرمز T_s وعندها تصبح $n = N_D$ أي أن :

$$N_D = \left(\frac{1}{2} N_C N_D \right)^{1/2} e^{-E_B/2KT_s} \quad \text{or : } \frac{2N_D^2}{N_C N_D} = e^{-E_B/2KT_s}$$

$$\therefore \frac{E_B}{KT_s} = \ln \frac{2N_D}{N_C}$$

$$T_s = - \frac{E_B}{K \ln \frac{2N_D}{N_C}} = - \frac{0.054}{8.62 \times 10^{-5} \ln(2 \times 10^{15} / 2.8 \times 10^{19})} = 65.62 \text{ K}$$

الباب الثاني

التوصيل في أشباه الموصلات

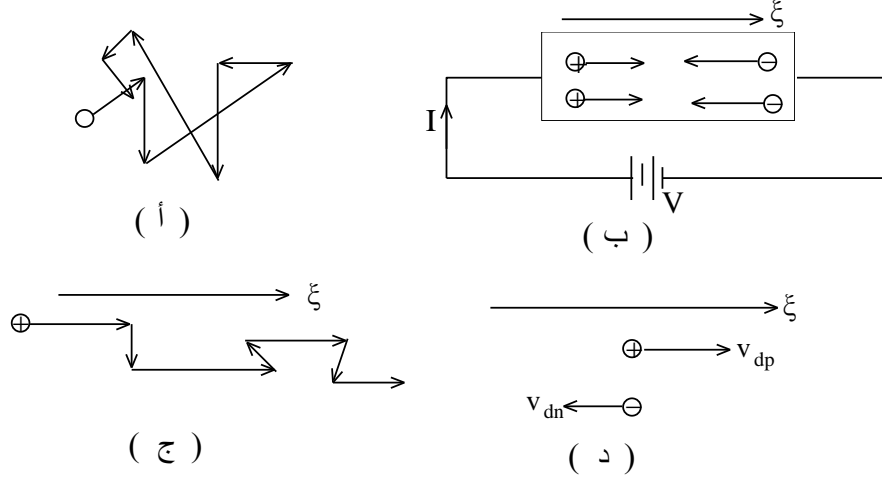
Conduction in semiconductor

(١ - ٢) مقدمة : Introduction

تم التعرف في الباب السابق على أنواع كثافة الشحنات في المواد شبه الموصلة، وكما هو معروف فالتيار الكهربائي هو عبارة عن سريان الشحنات الكهربائية داخل المادة ولذلك يمكن حساب التيارات الكهربائية إذا توفرت الأسباب التي تحرك هذه الشحنات. تشمل هذه الأسباب على الحركة الانسيابية drift mechanism والانتشارية diffusion وتكوين وإعادة الاتحاد Recombination generation .

(٢ - ٢) الانسيابية: Drift

تمثل الانسيابية حركة الجسيمات المشحونة نتيجة لتطبيق مجال كهربائي . إذا وضعت مادة شبه موصلة في مجال كهربائي قدره ξ ، كما في الشكل (١ - ٢) ، فستخضع الشحنات داخله لقوة استاتيكية قيمتها $F = \pm q\xi$ تكون سببا في حركتها. تعني الإشارة الموجبة أن حركة الشحنات الموجبة (النيوب) تكون مع اتجاه المجال الكهربائي بينما تعني الإشارة السالبة أن حرك الشحنات السالبة (الإلكترونات) تكون عكس اتجاه المجال الكهربائي .



شكل (١-٢): أ - الحركة الحرارية العشوائية للحوامل قبل وضع المجال الكهربائي ξ .

ب - توصيل مادة شبه موصلة بمصدر جهد. ج - الحركة الانسيابية المهجرية للحوامل.

د - الحركة المرئية للحوامل وعلاقتها بالمجال الكهربائي ξ .

(٣ - ٢) حركية الحوامل : Mobility of carriers

السرعة الانسيابية v_d تتناسب طرذا مع المجال الكهربائي ξ ، حيث يعتمد معامل ثابت التناسب على متوسط الزمن الحر τ وعلى الكتلة الفعالة ويسمى معامل التناسب بحركية الإلكترونات electron mobility ورمزه μ_n أي أن :

$$\mu_p = \frac{q\tau}{m_p^*}$$

$$v_{dn} = -\mu_n \xi$$

$$\mu_n = \frac{q\tau}{m_n^*}$$

$$v_{dp} = \mu_p \xi$$

وحدة μ_n هي m^2/Vs .

(٤ - ٢) التيار الانسيابي: Drift Current

يعرف شدة التيار الانسيابي بكمية الشحنة المارة خلال مقطع موصل في الثانية الواحدة.

يحتوي شبه الموصل كما سبق دراسته في الباب الأول على نوعين من الشحنات وهما الإلكترونات وتركيزها n والنيوب وتركيزها p ولذلك فيمكن كتابة المعادلة (2-12) بالصورة التالية :

$$I_{dn} = -qnSv_{dn}$$

$$I_{dp} = -qnSv_{dp}$$

$$I_{dn} = qnS\mu_n \xi$$

$$I_{dp} = qpS\mu_p \xi$$

أما كثافة التيار current density فهو عبارة عن تيار وحدة المساحة ورمزه J حيث $J = I / S$.

ويمكن حساب كثافة التيار للإلكترونات في أشباه الموصلات من المعادلة $J_{dn} = I_{dn} / S$ والمعادلتين (2-13) و (2-15) حيث :

$$\begin{aligned} J_{dn} &= -q n v_{dn} & J_{dp} &= -qp v_{dp} \\ J_{dn} &= q n \mu_n \xi & J_{dp} &= qp \mu_p \xi \end{aligned}$$

وتكون كثافة التيار الكلية خلال عينة شبه موصلة نتيجة لتطبيق المجال الكهربائي ξ عبارة عن مجموع كثافتي التيار للإلكترونات والثقوب :

$$J = J_{dn} + J_{dp} = (qn\mu_n + qp\mu_p) \xi \quad (2 - 21)$$

(٢ - ٥) المقاومة النوعية: The Resistivity

تعتبر المقاومة النوعية ρ من العوامل المهمة لمعرفة خاصية من خواص المواد ولها علاقة وثيقة بانسياب الحوامل carrier drift . وتعرف المقاومة النوعية كمياً على أنها ثابت التناسب بين المجال الكهربائي ξ المطبق على مادة متجانسة ومجموع كثافة التيار J أي أن :

$$\xi = \rho J \quad (2 - 22)$$

ويحصل من المعادلتين (2 - 21) و (2 - 22) على المقاومة النوعية لأشباه الموصلات :

$$\rho = 1/(qn\mu_n + qp\mu_p) \quad (2 - 23)$$

وحدة المقاومة النوعية $(\Omega.m)$.

ويسمى مقلوب المقاومة النوعية بالتوصيلية الكهربائية electric conductivity ورمزها σ ووحدتها $1/(\Omega.m)$.

$$\sigma = 1/\rho = qn\mu_n + qp\mu_p \quad (2 - 24)$$

$$\therefore \sigma = \sigma_n + \sigma_p \quad (2 - 25)$$

حيث تسمى σ_n بالتوصيلية الكهربائية للإلكترونات و σ_p بالتوصيلية الكهربائية للثقوب .

إذا كانت المادة شبه الموصل نقية حيث $(n = p = n_i)$ فإن التوصيلية الكهربائية ، المعادلة (2-24) ، تصبح :

$$\sigma = q (\mu_n + \mu_p) n_i \quad (2 - 28)$$

فإذا كانت المادة شبه الموصلة من النوع السالب حيث:

$$p = \frac{n_i^2}{N_D} \quad \text{و} \quad N_D \gg n_i \quad \text{و} \quad n = N_D \quad \text{و} \quad n \gg p$$

فإن التوصيلية الكهربائية، المعادلة (2-24)، تصبح:

$$\sigma = q\mu_n N_D \quad (2 - 29)$$

أما إذا كانت المادة شبه الموصلة من النوع الموجب حيث :

$$n = \frac{n_i^2}{N_A} \quad \text{و} \quad N_A \gg n_i \quad \text{و} \quad p = N_A \quad \text{و} \quad p \gg n$$

فإن التوصيلية الكهربائية ، المعادلة (2-24) ، تصبح :

$$\sigma = q\mu_p N_A \quad (2 - 30)$$

مثال (٢ - ١) : تابع للمثال (١ - ١) :

احسب التوصيلية الكهربائية والمقاومة النوعية عند درجة حرارة الغرفة لمادة السليكون النقية إذا كانت الحركية الانسيابية للإلكترونات

$$1350 \text{ cm}^2/\text{Vs} \quad \text{وللثقوب} \quad 450 \text{ cm}^2/\text{Vs} \quad \text{وأن} \quad n_i = 1.0 \times 10^{16} / \text{m}^3$$

الحل

حسب المعادلة (2 - 28) الخاصة بشبه الموصل النقي يكون :

$$\sigma = q (\mu_n + \mu_p) n_i = (1.6 \times 10^{-19}) (1350 + 450) (1.0 \times 10^{16}) = 2.9 \times 10^{-6} / \Omega.\text{cm}$$

$$\rho = 1/\sigma = 3.5 \times 10^5 \quad \Omega.\text{cm}$$

وتكون المقاومة النوعية

مثال (٢ - ٢) :

أضيفت ذرة واحدة من مادة الزرنيخ As إلى 10^9 ذرة من مادة السليكون ، احسب التوصيلية الكهربائية والمقاومة لمادة السليكون قبل وبعد إضافة الشائبة . أما إذا كانت المادة المضافة للسليكون هي البورون بنفس النسبة فاحسب التوصيلية الكهربائية والمقاومة علما بأن تركيز ذرات السليكون النقية تساوي $N_{Si} = 5 \times 10^{22}/\text{cm}^3$ ومساحة مقطع المادة $S=0.5\text{cm}^2$ وطولها $\ell = 5\text{cm}$.

الحل

قيمة التوصيلية الكهربائية لمادة السليكون النقية تساوي $\sigma = 2.9 \times 10^{-6} / \Omega.\text{cm}$ ، المثال (٢ - ١) ، وتكون قيمة مقاومتها:

$$R = \ell / \sigma S = 5 / 2.9 \times 10^{-6} \times 0.5 = 3.45 \times 10^6 \Omega$$

معروف أن الزرنيخ خماسية التكافؤ وبذلك فهي مادة مانحة ولذلك فإن تركيز الحوامل عند درجة حرارة الغرفة ، حيث كل الذرات المانحة قد

تأينت ، تساوي :

$$n = N_D = N_{Si} / 10^9 = 5 \times 10^{22} / 10^9 = 5 \times 10^{13} / \text{cm}^3$$

$$\text{and : } p = n_i^2 / N_D = (1.0 \times 10^{10})^2 / 5 \times 10^{13} = 2 \times 10^6 / \text{cm}^3$$

ويمكن إهمال تركيز الثقوب p لأنها أقل من تركيز الإلكترونات n . ولذلك تستعمل المعادلة (2 - 29) :

$$\sigma = q\mu_n N_D = (1.6 \times 10^{-19}) (1350) (5.0 \times 10^{13}) = 1.08 \times 10^{-2} / \Omega.\text{cm}$$

وبذلك فإن المقاومة تساوي :

$$R = \ell / \sigma S = 5 / (1.08 \times 10^{-2} \times 0.5) = 9.26 \times 10^2 \Omega$$

البورون مادة ثلاثية التكافؤ ولذلك فهي مادة متقبلة ويكون تركيز الحوامل عند درجة حرارة الغرفة بالصورة التالية :

$$p = N_A = N_{Si} / 10^9 = 5 \times 10^{22} / 10^9 = 5 \times 10^{13} / \text{cm}^3$$

$$\text{and : } n = n_i^2 / N_A = (1.0 \times 10^{10})^2 / 5 \times 10^{13} = 2 \times 10^6 / \text{cm}^3$$

ويمكن إهمال تركيز الإلكترونات n لأنها أقل من تركيز الثقوب p . ولذلك تستعمل المعادلة (2 - 30) :

$$\sigma = q\mu_p N_A = (1.6 \times 10^{-19}) (450) (5.0 \times 10^{13}) = 3.6 \times 10^{-3} / \Omega.\text{cm}$$

$$R = \ell / \sigma S = 5 / (3.6 \times 10^{-3} \times 0.5) = 2.78 \times 10^3 \Omega$$

وأصبح واضحاً مقدار الهبوط الكبير في قيمة المقاومة بعد إضافة الشائبة حيث كانت المقاومة للمادة النقية تساوي $3.45 \times 10^6 \Omega$ فأصبحت

بعد إضافة الشائبة (مادة الزرنيخ) تساوي $9.26 \times 10^2 \Omega$ وبعد إضافة البورون أصبحت $2.78 \times 10^3 \Omega$.

مثال (٢ - ٣) :

طعمت عينة من مادة السليكون بـ $10^{17} \text{atoms}/\text{cm}^3$ من مادة خماسية التكافؤ ثم طعمت المادة نفسها بـ $9 \times 10^{16} \text{atoms}/\text{cm}^3$ من مادة

ثلاثية التكافؤ أحسب الحوامل (تركيز الإلكترونات والثقوب) والتوصيلية الكهربائية عند درجة حرارة الغرفة علماً بأن $n_i = 1.0 \times 10^{10} / \text{cm}^3$ و $\mu_n = 600 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

الحل

طعمت مادة السليكون مرتين ولكن تركيز ذرات المادة الخماسية أكبر من تركيز ذرات المادة الثلاثية وإذا فرض أنه عند درجة الحرارة تم تأين كل

الذرات المضافة فيكون تركيز الحوامل حسب قاعدة التطعيم المكافئ :

$$n = N_D - N_A = 1.0 \times 10^{17} - 9 \times 10^{16} = 10^{16} / \text{cm}^3$$

$$\text{and } p = n_i^2 / n = (1.0 \times 10^{10})^2 / 10^{16} = 10^4 / \text{cm}^3$$

واضح أن : $n \gg p$ و $n \gg n_i$ ولهذا فالمادة المشكلة من النوع السالب . ولحساب التوصيلية الكهربائية لا يؤخذ بعين الاعتبار تركيز الثقوب :

$$\sigma = q\mu_n (N_D - N_A) = q\mu_n n = 1.6 \times 10^{-19} \times 600 \times 10^{16} = 0.96 / (\Omega.\text{cm})$$

(٢ - ٦) اعتماد التوصيلية الكهربائية على درجة الحرارة :

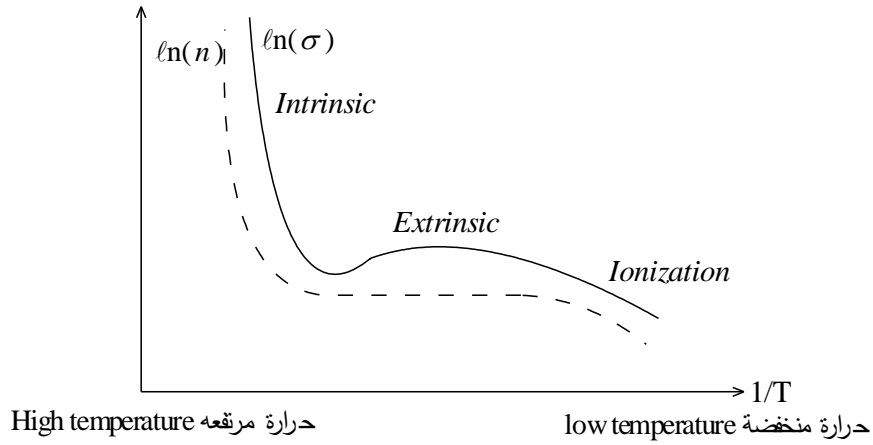
Conductivity temperature dependence

تعتمد التوصيلية الكهربائية لأشباه الموصلات ذات النوع السالب على الحركية الانسيابية للإلكترونات وعلى تركيز الإلكترونات على النحو التالي

:

١ - عند درجات الحرارة المنخفضة في منطقة التأين ionization range يتغير تركيز الإلكترونات أسياً مع درجة الحرارة حسب

المعادلة (38 - 1) والذي بدوره يؤثر على سلوك التوصيلية الكهربائية.



شكل (٢ - ٦)

٢ - عند درجات الحرارة المرتفعة فيعتمد تغيير التوصيلية الكهربائية على قيمة n_i التي تتغير مع درجة الحرارة حسب المعادلة (1 - 13) ، وتكون معادلة التوصيلية على النحو التالي :

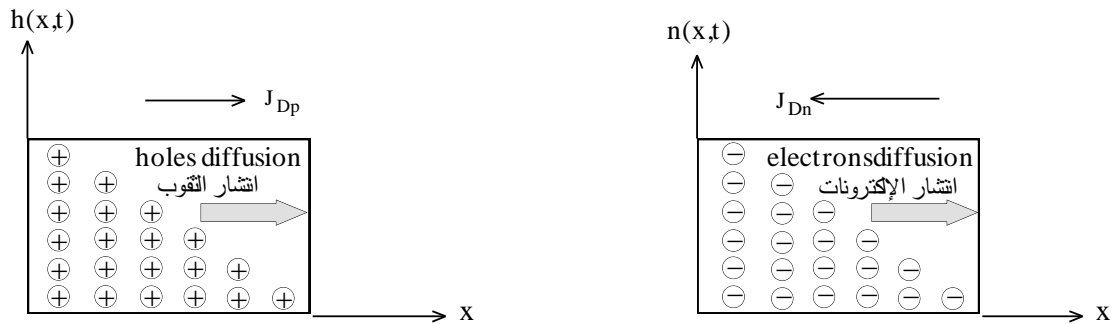
$$\sigma = q (\mu_n + \mu_p) n_i \quad (2 - 33)$$

٣ - عند درجات الحرارة المتوسطة وفيها تكون قيمة $n = N_d$ ثابتة ولذلك يعتمد تغيير التوصيلية الكهربائية على تغيير الحركية الانسيابية للإلكترونات مع درجة الحرارة . ويوضح الشكل (٢ - ٦) تغيير التوصيلية الكهربائية مقارنة مع تغيير تركيز الإلكترونات عند قيم مختلفة لدرجة الحرارة.

(٢ - ٨) عملية الانتشار : Diffusion process

درس في البنود السابقة التيار الكهربائي الناتج عن تأثير المجال الكهربائي على أشباه الموصلات وسمي التيار بتيار الانسياب ، أما عملية الانتشار فناتج عن اختلاف تركيز حاملات الشحنة من موضع إلى آخر لمادة شبه موصلة ، فانتقال الحوامل من الوسط الأكثر تركيزاً إلى الوسط الأقل تركيزاً يسمى بعملية الانتشار والتيار الناتج عن هذه العملية يسمى بتيار الانتشار .

إذا أخذت عينة شبه موصلة من النوع السالب وفرض أن تركيز الإلكترونات عند زمن قدره t يتناقص في اتجاه محور x ، كما في الشكل (٢ - ٨) ، فمعناه أن تركيز الإلكترونات يكون تابعاً للمكان x والزمن t أي $n(x,t)$. تكون حركة الإلكترونات عشوائية عند ما تكون قيمة المجال الكهربائي صفراً ، هذه الحركة تشمل التشتت الناتج عن الشوائب وعن التشتت الناتج عن ذبذبات الشبكة .



شكل (٢ - ٨): العملية الانتشارية للإلكترونات والثقوب

إذا فرض أن ℓ_n تمثل متوسط طول المسار الحر للإلكترونات ، ويسمى أيضاً بطول الانتشار diffusion length ، في اتجاه محور x و τ متوسط الزمن الحر بين حوادث events التشتت وكان الإلكترون يتحرك بالسرعة الحرارية v_{th} فان:

$$\ell_n v_{th} = \tau \quad (2 - 41a)$$

$$\ell_n D_n = v_{th} \quad (2 - 41b)$$

ويستنتج من هاتين المعادلتين :

$$\ell_n = \sqrt{D_n \tau} \quad (2 - 42)$$

٢٠. حيث تسمى D_n بالانتشارية diffusivity أو بمعامل الانتشار للإلكترونات diffusion coefficient of electrons ووحدة الانتشارية (m^2/s). وتكون قيمة كثافة التيار الكهربائي الانتشاري ، J_{Dn} ، الناتج عن عملية انتشار الإلكترونات تساوي :

$$J_{Dn} = qD_n \frac{dn}{dx} \quad (2-42a)$$

حيث يسمى dn/dx بتدرج تركيز الإلكترونات concentration gradient of electrons و q شحنة الإلكترون. أما إذا كانت العينة عبارة عن مادة شبه موصلة من النوع الموجب فإن كثافة التيار الكهربائي الانتشاري، J_{Dp} ، الناتج عن عملية انتشار الثقوب تساوي :

$$J_{Dp} = -qD_p \frac{dp}{dx} \quad (2-43)$$

ويكون متوسط طول المسار الحر للثقوب ℓ_p ، ويسمى أيضا بطول الانتشار diffusion length ، يساوي:

$$\ell_p = \sqrt{D_p \tau} \quad (2-42)$$

حيث يسمى dp/dx بتدرج تركيز الثقوب ، كما يسمى D_p بالانتشارية أو بمعامل الانتشار للثقوب . والاشارة السالبة تعني أن اتجاه كثافة التيار الكهربائي الانتشاري للثقوب يكون في الاتجاه المعاكس لاتجاه كثافة التيار الكهربائي الانتشاري للإلكترونات.

(٢ - ٩) معادلات كثافة التيار : Current density equations

يتضح من دراسة البندين (٢ - ٤) و (٢ - ٨) أن الإنسيابية والانتشارية يشتركان في سريان التيار الكهربائي وتكون كثافة التيار الكلية عبارة عن مجموع كثافة التيار الإنسيابي وكثافة التيار الانتشاري .

تكون مجموع كثافتي التيارين في حالة حركة الإلكترونات :

$$J_n = J_{dn} + J_{Dn} \quad (2-44)$$

$$\therefore J_n = qn\mu_n \xi + qD_n \frac{dn}{dx} \quad (2-45)$$

وتكون كثافة التيار الكلية الناتج عن حركة الثقوب :

$$J_p = J_{dp} + J_{Dp} \quad (2-46)$$

$$\therefore J_p = qp\mu_p \xi - qD_p \frac{dp}{dx} \quad (2-47)$$

أما كثافة التيار الكلية النهائية فهي :

$$J = J_n + J_p = q\{(n\mu_n + p\mu_p) \xi + (D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx})\} \quad (2-48)$$

وهذه المعادلة مهمة وتستعمل بشكل مباشر وغير مباشر في تحليل تتطور وخصائص الأجهزة .

(٢ - ١٠) علاقة أينشتاين : Einstein Relation

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{KT}{q} \quad (2-52)$$

وتسمى هذه المعادلة بمعادلة أينشتاين للإلكترونات وهي تربط بين معامل الانتشار للإلكترونات D_n وبين حركية الإلكترونات μ_n .

وبنفس الطريقة تكون معادلة أينشتاين للثقوب على الصيغة التالية :

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{KT}{q} \quad (2-53)$$

مثال(٢ - ٥) : احسب معامل الانتشار للإلكترونات عند درجة حرارة الغرفة لعينة شبه موصلة من النوع السالب من مادة السليكون Si طعمت بـ

$10^{15}/cm^3$ من مادة الزرنيخ As علما بأن $\mu_n = 1300cm^2/Vs$.

الحل

$$D_n = \frac{\mu_n KT}{q} = \frac{(1300cm^2/Vs) \times (8.617 \times 10^{-5} eV/K) \times (300 K)}{e} = 33.6cm^2/s$$

الباب الثالث

ثنائي الوصلة الموجب والسالب

The p.n. Junction Diode

تمهيد : (١ - ٣) Introduction :

تمت دراسة حوامل الشحنة والتوصيل الكهربائي لأشباه الموصلات النقية والمطعمة النوع السالب n - type منها والنوع الموجب p - type في البابين السابقين .

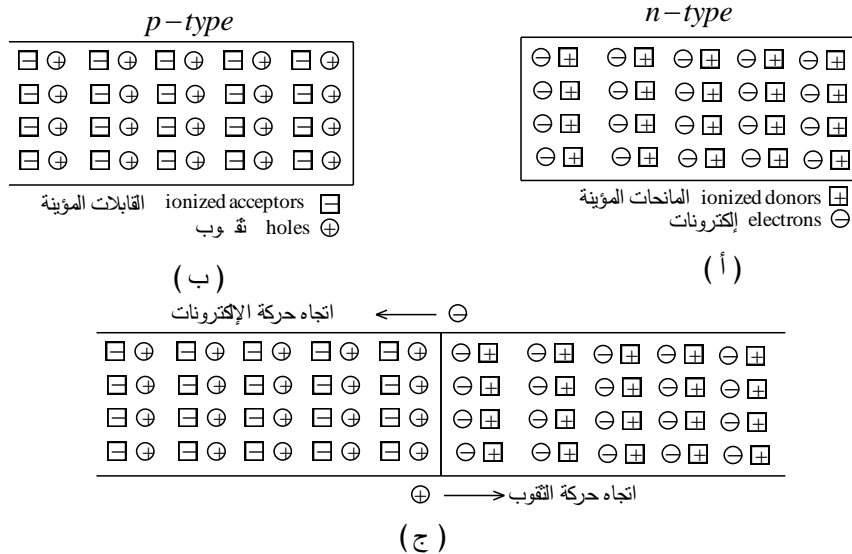
ثنائي الوصلة الموجب والسالب هو عبارة عن وصل contact النوعين الموجب و السالب بطريقة فنية خاصة ومناسبة. لا يتم الوصل بمجرد وضع شريحة لبلورة أحادية لشبه موصل من النوع الموجب على شريحة أخرى لبلورة أحادية لشبه موصل من النوع السالب لأن عدم الاستمرارية في البناء البلوري يفقد الثنائي كل الخواص المميزة به.

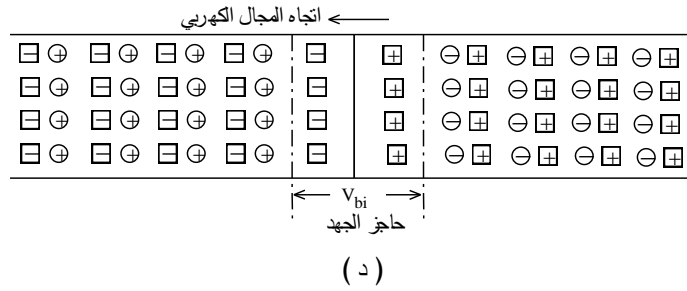
(٢ - ٣) خواص الوصلة الموجبة والسالبة: Properties of p.n. Junction:

يوضح الشكل (٣ - ٢) شبه موصل من النوع السالب ويحتوي على أيونات مانحة موجبة الشحنة (N_D^+) positive donor ions وإلكترونات حرة كما يمثل الشكل (٣ - ٢ ب) شبه موصل من النوع الموجب ويشمل على أيونات متقبلة سالبة الشحنة (N_A^-) negative acceptor ions وثقوب شحنتها موجبة $(p = N_A)$. كما هو معروف أن النوع السالب يحتوي على تركيز عال من الإلكترونات السالبة بينما يحتوي النوع الموجب على تركيز عال من الثقوب.

إذا فرض أنهما وصلا بطريقة فنية مناسبة لتكوين ثنائي الوصلة الموجبة والسالبة فإن إلكترونات النوع السالب n - type سوف تنتشر diffuse إلى ناحية النوع الموجب p - type بينما تنتشر ، في نفس اللحظة ، ثقوب النوع الموجب إلى ناحية النوع السالب كما في الشكل (٣ - ٢ ج) ، تسمى هذه العملية بالانتشارية diffusion .

تخلف حركة الإلكترونات من النوع السالب إلى النوع الموجب عبر نقطة الاتصال ورائها أيونات مانحة موجبة الشحنة (N_D^+) مكونة حاجزا barrier موجب الشحنة يمنع الثقوب المنتشرة من جهة النوع الموجب نتيجة لتكون قوة تنافر استاتيكية بينهما ، وفي نفس الوقت يتكون حاجز سالب الشحنة من الأيونات المتقبلة السالبة الشحنة (N_A^-) ناحية النوع الموجب نتيجة لحركة الثقوب عبر نقطة الاتصال إلى ناحية النوع السالب هذا الحاجز يمنع تسرب الإلكترونات المنتشرة من جهة النوع السالب نتيجة لوجود قوة تنافرية بينهما .





شكل (٣ - ٢) : يوضح الشكل فكرة تكوين الوصلة الثنائية السالبة والموجبة وعلاقتها مع توزيع الشحنات.

أ (النوع السالب n - type ب (النوع الموجب p - type

ج (انتشار الإلكترونات والثقوب في اتجاهين متعاكسين لحظة التوصيل بين النوعين.

د (انتهاء إعادة توزيع الشحنات والحصول على حالة الاستقرار وتكوين حاجز الجهد.

هذان الحاجزان يؤلفان حاجزا واحدا يسمى **بجاءز الجهد potential barrier** ، كما في الشكل (٣ - ٢) ، أو **حاجز الوصلة junction barrier** كما يسمى **بمنطقة الشحنة الفراغية Space charge region** أو **منطقة استنزاف أو إفراغ (نضوب) depletion region** والتسمية الأخيرة استنتجت من أن المنطقة أصبحت خالية من تركيز الحوامل . ويعطي هذا الحاجز جهدا كهربيا يعرف بالجهد الداخلي the built in voltage ويرمز له بالرمز V_{bi} . يؤثر المجال الكهربائي \vec{E} الناتج عن هذا الجهد على الحوامل فيكسبها حركة انسيابية drift يجعلها تتحرك عكس انتشارها . ويحصل الاتزان لحركتي الحوامل الانسيابية والانتشارية عند قيمة معينة للمجال الكهربائي \vec{E} بحيث يلغي بعضها بعضا وعندها تكون محصلة كثافة التيار الناتج عن هاتين الحركتين للإلكترونات J_n والثقوب J_p مساوية للصفر .

$$\therefore J_n = qn\mu_n \xi + qD_n \frac{dn}{dx} = 0 \quad (3-1b)$$

وتكون محصلة كثافة التيار الناتجة عن حركتي الثقوب الانسيابية والانتشارية حسب المعادلتين (46 - 2) و (47 - 2) :

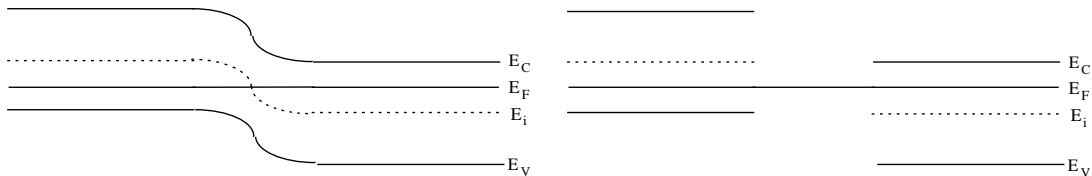
$$\therefore J_p = qp\mu_p \xi - qD_p \frac{dp}{dx} = 0 \quad (3-2b)$$

و يصبح مخطط شرائط الطاقة energy bands لثنائي الوصلة الموجب والسالب كما في شكل (٣ - ٣) ، حيث يوضح الشكل (٣ - ٣) مخطط نطاق الطاقة لشبه موصل من النوع الموجب ولشبه موصل من النوع السالب بصورة منفصلة . طاقة فيرمي يكون ثابتا عند وضع الاتزان ولا يعتمد على الموضع وينتج عن هذا أنه إذا اتصل النوعان معا يمكن وصل نطاقي طاقة فيرمي للنوعين فيصبح المخطط كما في الشكل (٣ - ٣) ثم الشكل (٣ - ٣) بعد وصل نهايات كل من E_i و E_C و E_V وهو يمثل مخطط شرائط الطاقة energy bands لثنائي الوصلة الموجب والسالب عند وضع الاتزان ، كما يوضح الشكل (٣ - ٣) حركة الحوامل الانتشارية والانسيابية .

الفرق بين طاقتي التوصيل E_C للنوع الموجب والنوع السالب يمثل طاقة الوضع في منطقة حاجز الجهد وقيمتها qV_{bi} ، حيث q شحنة الإلكترون و V_{bi} الجهد الداخلي .

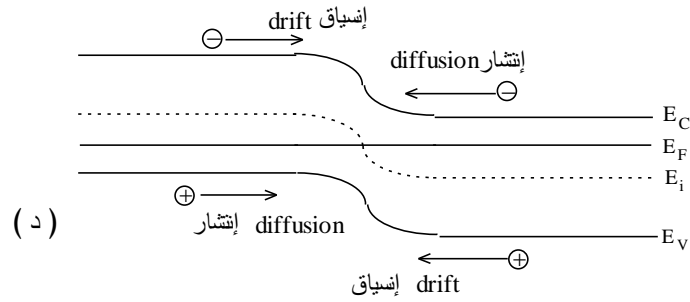


(أ)



(ج)

(ب)

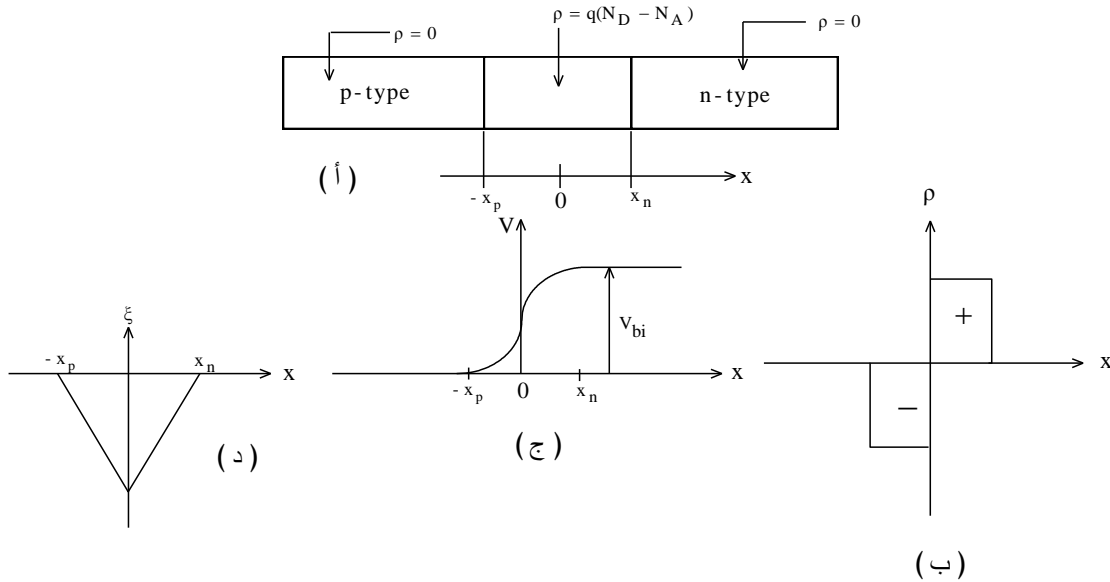


الشكل (٣ - ٣): خطوات تكوين شرائط الطاقة لثنائي الوصلة السالب والموجب pn junction diode.

أ (شرائط الطاقة للنوع السالب والموجب قبل اتصالهما.

ب وج (بعد الاتصال د) عمليتا الانتشارية والانسيابية للحوامل.

يوضح الشكل (٣ - ٤أ) المناطق الثلاثة للوصلة الثنائية وهي منطقة النوع السالب وحاجز الجهد ومنطقة النوع الموجب على محور x وقيمة كثافة الشحنة الحجمية ρ لكل منطقة ، بينما تحدد x_n نهاية منطقة الشحنة الفراغية جهة النوع السالب وهو يمثل عرضها و يمثل $-x_p$ نهاية منطقة الشحنة الفراغية جهة النوع الموجب وهو يمثل عرضها ومجموعهما يمثل عرض منطقة حاجز الجهد ويرمز لها بالرمز W . و نقطة الأصل والتي فيها $x = 0$ فهي تمثل موضع اتصال النوعين الموجب والسالب . يوضح الشكلان (٣ - ٤ج) و (٣ - ٤د) العلاقة بين فرق الجهد V والمجال الكهربائي E مع المسافة x .

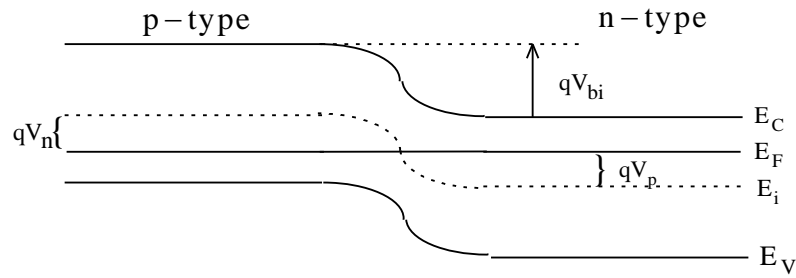


الشكل (٣ - ٤): التمثيل التصوري لثنائي الوصلة بعد تكوين منطقة حاجز الجهد وعلاقة كثافة الشحنة الحجمية.

(٣ - ٢) الجهد الداخلي: The Built in potential V_{bi}

$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln \left[\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right] \quad (3-9)$$

يتضح من هذه المعادلة أن الجهد الداخلي V_{bi} يعتمد على تركيز الحوامل للنوعين السالب N_D والموجب N_A وعلى تركيز الحوامل للمادة الأساسية السليكون أو الجرمانيوم. يمثل V_{bi} الجهد الكهربائي بين حافتي منطقة حاجز الجهد $(-x_p, x_n)$ فقط.



شكل (٣ - ٥): مخطط شرائط الطاقة عند وضع الاتزان الحراري ويوضح طاقات الوضع لحاجز

الجهد الكلي ولجانِب النوع السالب ولجانِب النوع الموجب.

مثال (٣ - ١) : ثنائي الوصلة الموجب والسالب فيه $N_A = 10^{17}/\text{cm}^3$ للجانِب الموجب و $N_D = 10^{16}/\text{cm}^3$ للجانِب السالب احسب الجهد الداخلي V_{bi} عند درجة حرارة الغرفة إذا كانت المادة شبه الموصلة من السليكون أو الجرمانيوم علماً بأن $n_i(\text{Si}) = 1.45 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ و $n_i(\text{Ge}) = 2.40 \times 10^{13}/\text{cm}^3$.

الحل

باستعمال المعادلة (٩ - ٣) لمادتي السليكون والجرمانيوم يحصل على :

$$V_{bi}(\text{Si}) = (0.0259) \ln \left[\frac{(10^{17})(10^{15})}{(1.45 \times 10^{10})^2} \right] = 0.0259 \times 27.2595 = 0.706\text{V}$$

$$V_{bi}(\text{Ge}) = (0.0259) \ln \left[\frac{(10^{17})(10^{15})}{(2.40 \times 10^{13})^2} \right] = 0.0259 \times 12.94 = 0.335\text{V}$$

Quantitative electrostatic relationships: العلاقات الكهروستاتيكية (٣ - ٣)

Electric field : المجال الكهربائي (٣ - ٣أ)

$$\xi(x) = -\frac{qN_A}{\epsilon_r \epsilon_0} (x_p + x) \quad \dots \dots -x_p \leq x \leq 0 \quad (3-20)$$

$$\xi(x) = -\frac{qN_D}{\epsilon_r \epsilon_0} (x_n - x) \quad \dots \dots 0 \leq x \leq x_n \quad (3-22)$$

بأخذ المجال الكهربائي في هذه الحالة قيمته العظمى إذا كان $x = 0$ ، أي أن :

$$\xi_m = \frac{qN_D}{\epsilon_r \epsilon_0} x_n \quad (3-24a)$$

$$\xi_m = \frac{qN_A}{\epsilon_r \epsilon_0} x_p \quad (3-24b)$$

وينتج عن تساوي المعادلتين (3-24a) و (3-24b) على :

$$N_A x_p = N_D x_n$$

electrostatic potential : الجهد الكهربائي (٣ - ٣ب)

$$V_p(x) = \frac{qN_A}{2\epsilon_r \epsilon_0} (x_p + x)^2 \dots \dots -x_p \leq x \leq 0 \quad (3-29)$$

$$V_n(x) = V_{bi} - \frac{qN_D}{2\epsilon_r \epsilon_0} (x_n - x)^2 \dots \dots 0 \leq x \leq x_n \quad (3-31)$$

ويوضح الشكل (٣ - ٤ج) سلوك الجهد الكهربائي المعطى من المعادلتين (3-29) و (3-31) .

يلاحظ أنه إذا وضعت $x = 0$ في المعادلتين (3-29) و (3-31) وتمت مساواتهما يحصل على :

$$\frac{qN_A}{2\epsilon_r\epsilon_0}x_p^2 = V_{bi} - \frac{qN_D}{2\epsilon_r\epsilon_0}x_n^2 \quad (3-32)$$

$$V_{bi} = \frac{qN_D}{2\epsilon_r\epsilon_0}x_n^2 + \frac{qN_A}{2\epsilon_r\epsilon_0}x_p^2 = \frac{q}{2\epsilon_r\epsilon_0}(N_Dx_n^2 + N_Ax_p^2) \quad (3-32a)$$

$$\text{or : } V_{bi} = \frac{qN_D}{2\epsilon_r\epsilon_0}x_n x_n + \frac{qN_A}{2\epsilon_r\epsilon_0}x_p x_p = \frac{1}{2}\xi_m(x_n + x_p)$$

$$\therefore V_{bi} = \frac{1}{2}\xi_m W \quad (3-32b)$$

حيث تمثل W عرض منطقة حاجز الجهد.

يمكن الحصول من المعادلات على صيغتين أخريين للجهد الداخلي V_{bi} :

$$V_{bi} = \frac{qN_D^2x_n^2}{2\epsilon_r\epsilon_0} \left[\frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right] \quad (3-33a)$$

$$\text{or : } V_{bi} = \frac{qN_A^2x_p^2}{2\epsilon_r\epsilon_0} \left[\frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right] \quad (3-33b)$$

(٣ - ٣ ج) عرض منطقة الاستنزاف: width the depletion region

يمكن حساب قيمتي x_n و x_p من المعادلتين (3-33a) و (3-33b) والحصول على:

$$x_n = \frac{1}{N_D} \left\{ \frac{2\epsilon_r\epsilon_0}{q} \frac{N_D N_A}{(N_A + N_D)} V_{bi} \right\}^{1/2} \quad (3-34a)$$

$$\therefore x_p = \frac{1}{N_A} \left\{ \frac{2\epsilon_r\epsilon_0}{q} \frac{N_A N_D}{(N_A + N_D)} V_{bi} \right\}^{1/2} \quad (3-34b)$$

وتكون عرض منطقة حاجز الجهد، الذي يرمز له بالرمز W ، عبارة عن:

$$W = x_n + x_p = \left\{ \frac{2\epsilon_r\epsilon_0}{q} \left(\frac{N_A + N_D}{N_D N_A} \right) V_{bi} \right\}^{1/2} \quad (3-35)$$

مثال (٣ - ٢) : احسب عرض منطقة الاستنزاف W والقيمة العظمى للمجال الكهربائي ξ_m لوصلة ثنائية مصنوعة من السليكون Si عند درجة حرارة الغرفة إذا كان $N_A = 10^{17}/\text{cm}^3$ و $N_D = 10^{14}/\text{cm}^3$ علماً بأن السماحية النسبية لمادة السليكون 11.8 و $n_i = 10^{10}/\text{cm}^3$.

الحل

تحسب قيمة جهد منطقة حاجز الجهد من المعادلة (9 - 3) حيث :

$$V_{bi} = \frac{KT}{q} \ln \left[\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right] = 0.0259 \ln \left[\frac{(10^{17})(10^{14})}{(10^{20})} \right] = 0.656V$$

بما أن $N_A \gg N_D$ فإن المعادلة (3-33) التي بواسطتها يمكن حساب x_n تصبح كالتالي :

$$x_n = \left\{ \frac{2\epsilon_r\epsilon_0}{q N_D} V_{bi} \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{(2)(11.8)(8.85 \times 10^{-14})}{(1.6 \times 10^{-19})(10^{14})} (0.656) \right\}^{1/2}$$

$$\therefore x_n = 2.93 \times 10^{-4} \text{ cm} = 2.93 \times 10^{-6} \text{ m} = 2.93 \mu\text{m}.$$

أما x_p فيمكن حسابها من المعادلة (23 - 3) أي أن :

$$x_p = \left(\frac{N_D}{N_A} \right) x_n = \left(\frac{10^{14}}{10^{17}} \right) 2.93 \times 10^{-6} = 2.93 \times 10^{-9} \text{ m} = 2.93 \times 10^{-3} \mu\text{m}$$

وهذه القيمة صغيرة جدا مقارنة بقيمة x_n ، كما يمكن حسابها مباشرة من المعادلة (34 - 3) ، وتكون قيمة عرض منطقة حاجز الجهد :

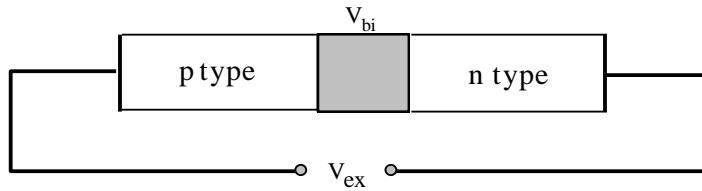
$$w = x_n + x_p = x_n = 2.93\mu m$$

وتحسب القيمة العظمى للمجال الكهربائي من المعادلة (24 - 3) وهي :

$$\xi_m = \frac{qN_D}{\epsilon_r \epsilon_0} x_n = \frac{(1.6 \times 10^{-19})(10^{20})(2.93 \times 10^{-6})}{(11.8)(8.85 \times 10^{-12})} = 4.49 \times 10^5 \text{ V/m}$$

(٣ - ٤) تأثير الجهد الخارجي: Effect of external voltage:

تمت الدراسة السابقة على ثنائي الوصلة p - n في وضع الاتزان الحراري دون توصيل أي جهد كهربائي خارجي بين طرفي الوصلة . إذا وصل جهد كهربائي خارجي V_{ex} بين طرفي الوصلة كما في شكل (٣ - ٦) فإن الدراسة في هذه الحالة تعتمد على وضع قطبي مصدر الجهد بالنسبة لطرفي ثنائي الوصلة على النحو التالي:



شكل (٣ - ٦): توصيل ثنائي الوصلة بمصدر جهد خارجي.

(٣ - ٤ أ) التحيز الأمامي Forward Bias

إذا وصل الطرف الموجب لمصدر الجهد مع طرف الجانب الموجب p - type للوصلة والطرف السالب مع طرف الجانب السالب n-type تكون الوصلة في وضع يسمى بالتحيز الأمامي كما في الشكل (٣ - ٧). ينتج عن ذلك أن الجهد الكهربائي بين طرفي حاجز الجهد (وبالتالي بين طرفي الوصلة) سوف ينقص بقدر قيمة الجهد الخارجي V_{ex} ، أي أن جهد حاجز الجهد V_{bi} سيتغير إلى $(V_{bi} - V_{ex})$ ، وتتغير تبعاً لذلك معادلة عرض منطقة الاستنزاف (المعادلة (35 - 3)) لتصبح :

$$W = x_n + x_p = \left\{ \frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{q} \left(\frac{N_A + N_D}{N_D N_A} \right) (V_{bi} - V_F) \right\}^{1/2} \quad (3 - 42)$$

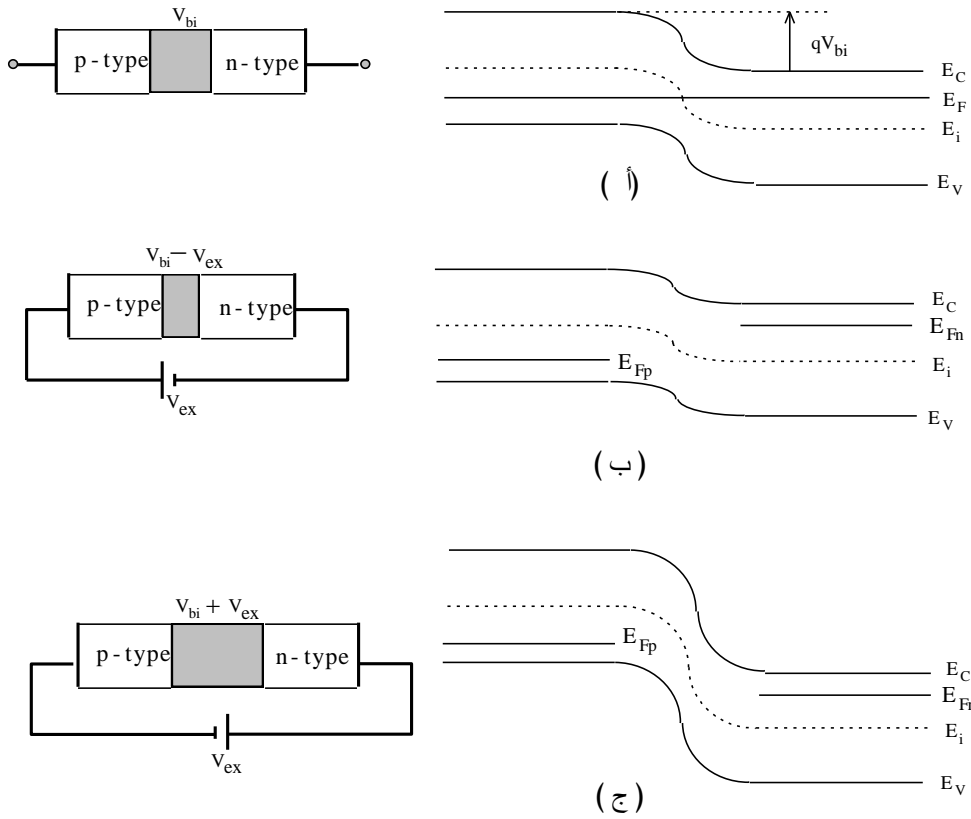
رمز للجهد الخارجي V_{ex} في حالة التحيز الأمامي بالرمز V_F . يجب أن تكون قيمة V_F أقل من V_{bi} . واضح من المعادلة (3 - 42) أن عرض منطقة حاجز الجهد تنقص مع زيادة V_F .

(٣ - ٤ ب) التحيز العكسي Reverse bias :

إذا عكس الوضع السابق أي إذا وصل الطرف السالب لمصدر الجهد بطرف الجانب الموجب للوصلة والطرف الموجب لمصدر الجهد بطرف الجانب السالب للوصلة تكون الوصلة في تحيز عكسي كما في الشكل (٣ - ٧). وينتج عن ذلك زيادة الجهد بين طرفي حاجز الجهد (وبالتالي فرق الجهد بين طرفي الوصلة) . يزداد تبعاً لذلك عرض منطقة الاستنزاف وتصبح المعادلة (41 - 3) بالصورة التالية :

$$W = x_n + x_p = \left\{ \frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{q} \left(\frac{N_A + N_D}{N_D N_A} \right) (V_{bi} + V_R) \right\}^{1/2} \quad (3 - 43)$$

حيث V_R هو رمز للجهد الخارجي V_{ex} في حالة التحيز العكسي .



شكل (٣ - ٧): الأوضاع المختلفة لتوصيل ثنائي الوصلة بمصدر جهد خارجي:

أ - وضع الاتزان قبل توصيل الجهد الخارجي مع مخطط شرائط الطاقة.

ب - التحيز الأمامي و مخطط شرائط الطاقة في حالة هذا التحيز.

ج - التحيز العكسي و مخطط شرائط الطاقة في حالة التحيز العكسي.

وتحسب قيم الجهد الكهربائي والمجال الكهربائي من نفس المعادلات (20 - 3) و (22 - 3) و (29 - 3) و (31 - 3) مع استبدال الجهد الداخلي V_{bi} بـ $(V_{bi} - V_F)$ في حالة التحيز الأمامي وبـ $(V_{bi} + V_R)$ في حالة التحيز العكسي. ويوضح الشكل (٣ - ٧) أيضا مخطط شرائط الطاقة وقيم طاقة الوضع للحالات الثلاث .

مثال (٣ - ٣) : تابع للمثال (٣ - ٢)

احسب عرض منطقة الاستنزاف عند القيم التالية للجهد الخارجي $V_{ex} : 0.5V$ و $0V$ و $-5V$ و $-10V$.

الحل

$$\because N_D \gg N_A \therefore N_B = N_A$$

وبذلك تصبح المعادلة (42 - 3) بالصورة التالية :

$$W = \left\{ \frac{2\epsilon_r\epsilon_0}{q} \left(\frac{1}{N_A} \right) (V_{bi} - V_{ex}) \right\}^{1/2} \quad (3 - 44)$$

في حالة التحيز الأمامي $V_{ex} = V_F = 0.5V$ وبالتعويض في هذه المعادلة نحصل على :

$$W = \left[\frac{2 \times (11.8) \times (8.85 \times 10^{-14})}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{14}} (0.656 - 0.5) \right]^{1/2} = (130.54 \times 10^{-9} \times 0.156)^{1/2}$$

$$\therefore W = 1.427 \times 10^{-4} \text{ cm} = 1.427 \times 10^{-6} \text{ m} = 1.427 \mu \text{ m}$$

في حالة $V_{ex} = 0$ فكما ورد في المثال (٣ - ٢) فان قيمة W تساوي $2.93 \mu \text{ m}$

في حالة التحيز العكسي $V_{ex} = V_R = -10 \text{ V}$ وبالتعويض في المعادلة (43 - 3) يحصل على :

$$W = \left[\frac{2 \times (11.8) \times (8.85 \times 10^{-14})}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{14}} (0.656 + 10) \right]^{1/2} = (130.54 \times 10^{-9} \times 10.656)^{1/2}$$

$$\therefore W = 11.795 \times 10^{-4} \text{ cm} = 11.795 \times 10^{-6} \text{ m} = 11.795 \mu \text{ m}$$

واضح من هذه النتائج أن عرض منطقة الاستنزاف W تقل مع زيادة الجهد الخارجي في حالة التحيز الأمامي وتزيد مع زيادة الجهد الخارجي في حالة التحيز العكسي .

مسائل:

١ - ثنائي الوصلة الموجب والسالب فيه $N_A = 10^{15} / \text{cm}^3$ للجانب الموجب و $N_D = 10^{17} / \text{cm}^3$ للجانب السالب احسب الجهد الداخلي V_{bi} عند درجة حرارة الغرفة إذا كانت المادة شبه الموصلة من السليكون أو الجرمانيوم علماً بأن $n_i(\text{Si}) = 1.45 \times 10^{10} / \text{cm}^3$ و $n_i(\text{Ge}) = 2.40 \times 10^{13} / \text{cm}^3$.

٢ - أعد الحسابات الواردة في السؤال الأول إذا كان $N_A = N_D = 10^{22} / \text{m}^3$.

٣ - احسب عرض منطقة الاستنزاف W والقيمة العظمى للمجال الكهربائي E_m لوصلة ثنائية مصنوعة من السليكون Si عند درجة حرارة الغرفة إذا كان $N_A = 10^{15} / \text{cm}^3$ و $N_D = 10^{17} / \text{cm}^3$ علماً بأن السماحية النسبية لمادة السليكون 11.8 و $n_i = 10^{10} / \text{cm}^3$.

٤ - وصلة ثنائية مصنوعة من السليكون Si حيث تم تصنيع الوصلتين على النحو التالي :

أ - صنعت الوصلة الأولى بإضافة ذرة واحدة من مادة الزرنيخ As إلى 10^9 من مادة السليكون .

ب - صنعت الوصلة الثانية بإضافة مادة البورون بنفس النسبة .

١ - أحسب N_A و N_D و V_{bi} و x_n و x_p و W و E_m علماً بأن $n_i(\text{Si}) = 1.45 \times 10^{10} / \text{cm}^3$ وأن تركيز ذرات السليكون النقية تساوي $N_{Si} = 5 \times 10^{22} \text{ atoms/cm}^3$ و $\epsilon_r = 11.8$.

٢ - أعد الحسابات السابقة إذا كانت الوصلة مصنوعة من مادة الجرمانيوم Ge، حيث $\epsilon_r = 16.0$ وأن تركيز ذرات الجرمانيوم النقية: $N_{Ge} = 4.41 \times 10^{23} \text{ atoms/cm}^3$ و $n_i(\text{Ge}) = 2.40 \times 10^{13} / \text{cm}^3$.

٥ - إذا وصل طرفي الثنائي الوارد في السؤال الرابع بمصدر جهد كهربائي مستمر خارجي ، احسب عرض منطقة حاجز الجهد عند القيم التالية لمصدر الجهد: 0.5 V , 0.2 V , 0 V , -3 V , -5 V .

الباب الرابع

تطبيقات ثنائي الوصلة السالب والموجب

P - N JUNCTION APPLICATION

Introduction: مقدمة (١ - ٤)

ورد في الباب الثالث دراسة خواص ثنائي الوصلة السالب والموجب (يسمى بالترانزيستور الثنائي Semiconductor Diode كما يسمى بالثنائي البلوري Crystal Diode) وأنه يمرر التيار الكهربائي في حالة التحيز الأمامي forward bias ولا يمرر التيار بصورة عملية في حالة التحيز العكسي reverse bias ، ونتيجة لذلك يستخدم الترانزيستور الثنائي في تقويم rectification التيار الكهربائي المتردد alternating current أي يحوله إلى تيار مباشر direct current لأن التيار المتردد يحتوي على جزء موجب وآخر سالب ولذلك فثنائي الوصلة يسمح بمرور الجزء الموجب ولا يسمح بمرور الجزء السالب .

Introduction: مقدمة (١ - ٤)

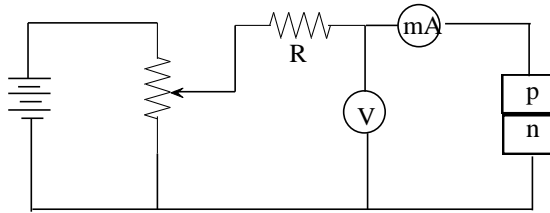
ورد في الباب الثالث دراسة خواص ثنائي الوصلة السالب والموجب (يسمى بالترانزيستور الثنائي Semiconductor Diode كما يسمى بالثنائي البلوري Crystal Diode) وأنه يمرر التيار الكهربائي في حالة التحيز الأمامي forward bias ولا يمرر التيار بصورة عملية في حالة التحيز العكسي reverse bias ، ونتيجة لذلك يستخدم الترانزيستور الثنائي في تقويم rectification التيار الكهربائي المتردد alternating current أي يحوله إلى تيار مباشر direct current لأن التيار المتردد يحتوي على جزء موجب وآخر سالب ولذلك فثنائي الوصلة يسمح بمرور الجزء الموجب ولا يسمح بمرور الجزء السالب .

إذا أخذ بعين الاعتبار الناحية الاقتصادية والكفاءة فالأفضل استخدام التيار المتردد في تشغيل الأجهزة المنزلية و في تشغيل الأجهزة والمعدات الصناعية إلا أن أجهزة التحويل تعتبر مصدرا كهربيا لجهد ثابت يمكن استخدامها لتشغيل معظم الأجهزة الإلكترونية. يحتوي هذا الباب على تأدية الدوائر الكهربائية circuit performance وتطبيقات applications الترانزيستور الثنائي.

(٢ - ٤) المنحنى المميز بين الجهد الكهربائي V والتيار الكهربائي I لثنائي الوصلة p n:

I – V characteristics pn junction

يمثل المنحنى العلاقة بين الجهد الكهربائي بين طرفي الوصلة (الثنائي) وبين التيار الكهربائي المار في الدائرة في حالة التحيز الأمامي والتحيز العكسي. يمثل الشكل (٤ - ١) الدائرة الكهربائية المستخدمة لدراسة العلاقة بين الجهد الكهربائي والتيار الكهربائي المار فيها.



شكل (٤ - ١) الدائرة الكهربائية المستخدمة لدراسة العلاقة بين V و I لثنائي الوصلة.

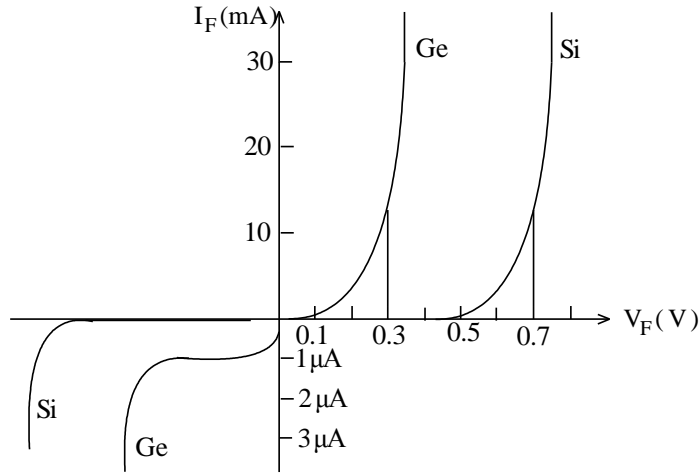
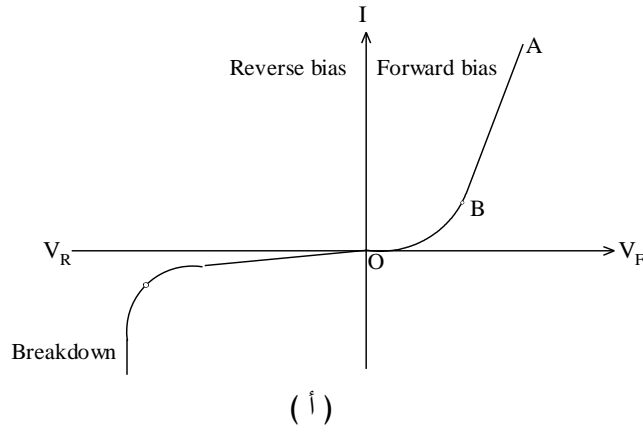
(٢ - ٤) التحيز الأمامي forward bias:

ورد في الباب الثالث أن منطقة حاجز الجهد تصغر في حالة التحيز الأمامي. يتضح من الشكل (٤ - ٢) أن قيمة التيار تزداد مع زيادة الجهد الكهربائي و يمثل المنحنى OA هذا التغير. ويتضح من هذا المنحنى أن التيار الكهربائي يزداد ببطء مع زيادة الجهد الكهربائي في بداية المنحنى (المنطقة OB) ، يعني ذلك أن التغير غير خطي ، لأن الجهد الكربي الخارجي استخدم V_F للتغلب على جهد منطقة حاجز الجهد. إذا زاد الجهد الكهربائي عن هذه القيمة فإن سلوك الثنائي في هذه الحالة يشابه سلوك الموصل . لذلك يزداد التيار زيادة كبيرة مع زيادة الجهد الخارجي (المنطقة BA على المنحنى) والعلاقة بينهما تقريبا علاقة خطية.

المعادلة التي تصف المنحنى بين V_F و I في حالة التحيز الأمامي هي:

$$I = I_s (e^{qV_F/KT} - 1)$$

حيث I_s شدة تيار التشبع و K ثابت بولتزمان و T درجة الحرارة المطلقة و V_F الجهد الكهربائي الخارجي في حالة التحيز العكسي و q شحنة



شكل (٤ - ٢): أ) العلاقة بين الجهد والتيار لثنائي الوصلة
ب) العلاقة بين الجهد والتيار لثنائي الوصلة من مادتي Ge و Si

الإلكترون.

أما في المنطقة BA الخطية يمكن كتابة المعادلة بالصورة التالية:

$$I = I_s e^{qV_F/KT}$$

بتفاضل هذه المعادلة يحصل على:

$$dI = I_s \frac{q}{KT} e^{qV_F/KT} dV_F = \frac{qI}{KT} dV_F$$

$$\frac{dV_F}{dI} = \frac{KT}{qI} \quad \text{or} : R_F = \frac{KT}{qI}$$

وتعرف R_F بمقاومة الثنائي في حالة التحيز الأمامي. تكون قيمة هذه المقاومة عند درجة حرارة الغرفة (300K):

$$R_F = \frac{0.025}{I}$$

(٤ - ٢) التحيز العكسي Reverse bias:

كما ورد أيضا في الباب الثالث أن منطقة حاجز الجهد تزداد في حالة التحيز العكسي، لذلك فإن مقاومة منطقة حاجز تزداد مع زيادة الجهد الكهربي زيادة كبيرة ويتوقف تبعا لذلك سريان التيار الكهربي في الدائرة ولكن من الناحية العملية فإنه يمر تيار كهربي صغير جدا في حدود μA ويوضح الشكل (٤ - ٢) العلاقة بين الجهد والتيار في حالة التحيز العكسي. ينتج هذا التيار الصغير بسبب حركة الحوامل الأقلية minority carriers (الإلكترونات والثقوب الناتجة عن فك الترابط التساهمي للمادة الأساسية السليكون أو الجرمانيوم).

المعادلة التي تصف المنحنى بين V_R و I في حالة التحيز العكسي هي:

$$I = I_s (e^{-qV_R/KT} - 1)$$

تمثل V_R الجهد الخارجي في حالة التحيز العكسي.

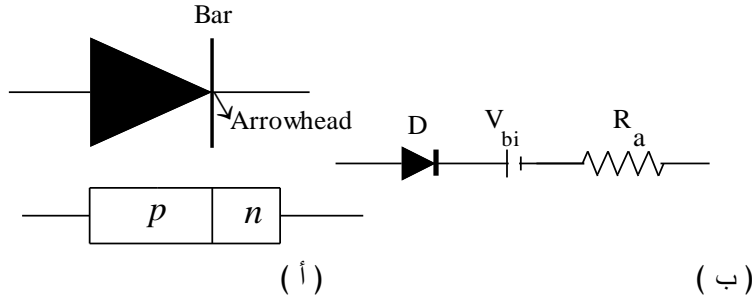
إذا زاد الجهد الكهربائي الخارجي عن قيمة معينة يزداد التيار العكسي فجأة زيادة كبيرة وتقل المقاومة وتسمى هذه الحالة بحالة الانهيار Breakdown ويسمى الجهد الكهربائي بجهد الإنهيار ورمزه V_{br} . يصاحب هذا الإنهيار زيادة في ارتفاع درجة الحرارة تكون سببا في تلف ثنائي الوصلة وتسمى هذه الظاهرة بالإنهيار الماجئ السريع Avalanche breakdown. سبب زيادة التيار المفاجئ هو ان الإلكترونات الحرة تكتسب طاقة حركية عالية بحيث أن اصطدامها مع ذرات النسق البلوري يولد أزواجا الكترونية - ثقبية ذاتية جديدة. يحدث هذا الإنهيار في الثنائيات التي يكون فيها تركيز الإلكترونات والثقوب خفيفا Lightly - doped pn - diodes حيث يكون عرض منطقة الإسنزاف (حاجز الجهد) كبيرا نسبيا. إذا زاد الجهد V_R زيادة طفيفة عن الجهد V_{br} هذا يؤدي إلى زيادة مفاجئة في ما يسمى بمعامل التضاعف Multiplication factor ورمزه M حيث :

$$M = \frac{1}{1 - (V_R/V_{br})^n}$$

تكون قيمة المعامل n بين ٢ و ٦ ، ويمثل $M I_s$ التيار العكسي في حالة الإنهيار.

(٣ - ٤) الدائرة المكافئة للثنائي البلوري: Equivalent circuit of crystal diode

يرمز للثنائي بالرمز الوارد في الشكل (٣ - ٤) تشير قاعدة السهم إلى ناحية النوع الموجب بينما الحاجز Bar إلى ناحية النوع السالب ويشير رأس السهم arrowhead إلى اتجاه سريان التيار الاصطلاحي.



شكل (٣-٤) أ- رمز ثنائي الوصلة. ب- الدائرة المكافئة لثنائي الوصلة.

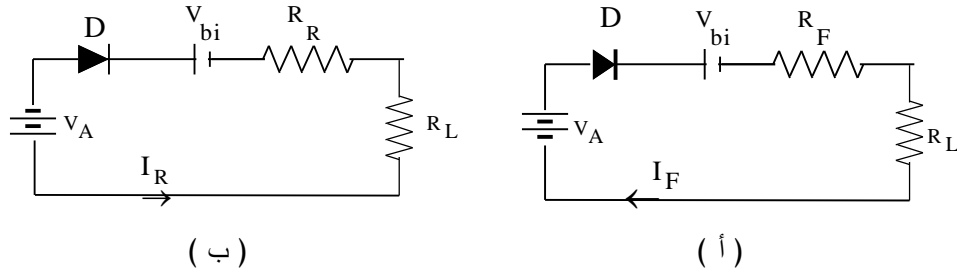
إذا وصل طرفي الثنائي ببطارية بحيث تكون قاعدة السهم متصلة بالطرف الموجب للبطارية والحاجز بالطرف السالب يكون الثنائي في حالة تحيز أمامي، أما إذا وصلت البطارية بحيث كان طرفها الموجب متصل بالطرف المتصل بالحاجز وطرفها السالب بالطرف المتصل بقاعدة السهم يكون الثنائي في حالة تحيز عكسي.

ذكر في البند (٣ - ٢) أنه يتكون حاجز جهد عند تلامس الوصلتين السالب والموجب وله جهد كهربائي يسمى بالجهد الداخلي ورمز له بالرمز V_{bi} كما رمز لمقاومة الثنائي بالرمز R_a ، لذلك فالدائرة المكافئة للثنائي يمثلها الشكل (٤ - ٤) . يرمز للمقاومة R_a بالرمز R_F في حالة التحيز الأمامي وبالرمز R_R في حالة التحيز العكسي، تكون معادلة الدائرة الكهربائية، شكل (٤ - ٤) أ ، والتي تمثل التحيز الأمامي هي :

$$V_A = V_{bi} + I_F (R_F + R_L) \quad (4 - 1)$$

حيث I_F التيار المار في الدائرة في حالة التحيز الأمامي و R_L مقاومة الحمل و V_A الجهد الكهربائي الخارجي .

$$\therefore I_F = \frac{V_A - V_{bi}}{R_F + R_L} \quad (4 - 2)$$



شكل (٤-٤): أ - دائرة التحيز الأمامي ب - دائرة التحيز العكسي
بضرب طرفي المعادلة (4 - 2) ب R_L يحصل على:

$$I_F R_L = \frac{R_L}{R_F + R_L} (V_A - V_{bi})$$

حيث يمثل $I_F R_L$ فرق الجهد الكهربائي بين طرفي مقاومة الحمل ويرمز لها بالرمز V_L :

$$V_L = \frac{R_L}{R_F + R_L} (V_A - V_{bi}) \quad (4 - 3)$$

أما معادلة الدائرة، شكل (٤ - ٤ ب)، في حالة التحيز العكسي هي :

$$V_A = -V_{bi} + I_R (R_R + R_L) \quad (4 - 4)$$

$$I_R R_L = \frac{R_L}{R_R + R_L} (V_A + V_{bi})$$

حيث I_R التيار المار في الدائرة في حالة التحيز العكسي، ويكون فرق الجهد بين طرفي مقاومة الحمل:

$$V_L = \frac{R_L}{R_R + R_L} (V_A + V_{bi}) \quad (4 - 5)$$

مثال (٤-١):

إذا كان $V_A = 20V$ و $R_L = 500\Omega$ و $R_F = 10\Omega$ في دائرة التحيز الأمامي وكان الثنائي مصنوع من مادة السليكون ، شكل (٤ - ٢ أ) ، احسب V_L و I_L وماذا تكون قيمتهما إذا كان الثنائي مثالياً Ideal .

الحل

طالما أن الثنائي مصنوع من مادة السليكون فإن $V_{bi} = 0.7V$ ، بالتعويض في المعادلة (4 - 3) يمكن الحصول على:

$$V_L = \frac{500}{10 + 500} (20 - 0.7) = 18.92V$$

$$I_L = \frac{18.92}{500} = 0.03784A = 37.84mA$$

إذا كان الثنائي مثالياً فإن: $V_{bi} = 0$ و $R_F = 0$ وتصبح المعادلة (4 - 3) كالتالي :

$$V_L = V_A = 20V \quad \text{and} \quad I_L = V_A / R_L = 20 / 500 = 0.04A = 40mA$$

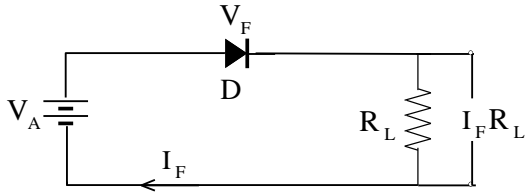
(٤ - ٤) خط الحمل ونقطة التشغيل: Load line and operating point

يمكن كتابة المعادلة (4 - 4) بالصورة التالية:

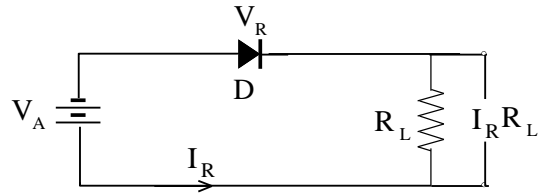
$$V_A = (V_{bi} + I_F R_F) + I_F R_L$$

$$\text{Or: } V_A = V_F + I_F R_L \quad (4 - 6)$$

تسمى هذه المعادلة بمعادلة خط الحمل، حيث V_F يمثل الجهد الكهربائي بين طرفي ثنائي الوصلة بينما يمثل $I_F R_L$ الجهد الكهربائي بين طرفي مقاومة الحمل و V_A جهد البطارية. الدائرة الكهربائية التي تمثل هذه المعادلة:



(أ)



(ب)

الشكل (٤ - ٣) : دائرة تحيز أمامي تمثل المعادلة (4 - 6) .

ويمكن رسم خط الحمل بمعرفة نقطتين إحداها على محور السينات والأخرى على محور الصادات للمعادلة (4 - 6) ، التي تمثل علاقة خط مستقيم ، على النحو التالي :

$$\text{If } I_F = 0 \quad \therefore V_F = V_A \quad \text{and} \quad \text{If } V_F = 0 \quad \therefore I_F = V_A / R_L$$

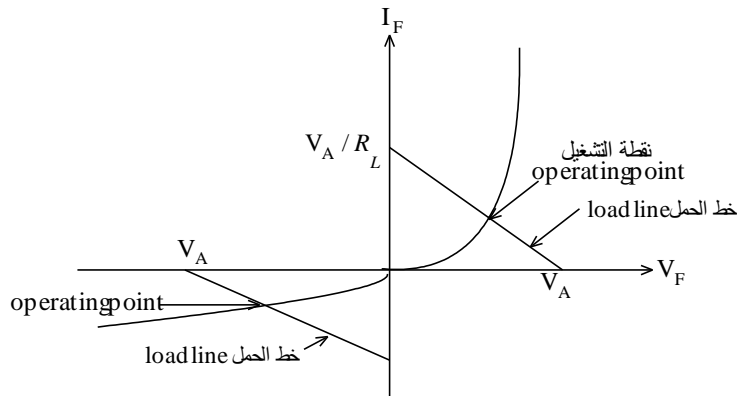
وبنفس الطريقة يكون خط الحمل بالنسبة لدائرة التحيز العكسي ، شكل (٤ - ٣) ، على النحو التالي :

$$V_A = V_R + I_R R_L$$

وتكون نقطتي خط الحمل في حالة التحيز العكسي :

$$\text{If } I_R = 0 \quad \therefore V_R = V_A \quad \text{and} \quad \text{If } V_R = 0 \quad \therefore I_R = V_A / R_L$$

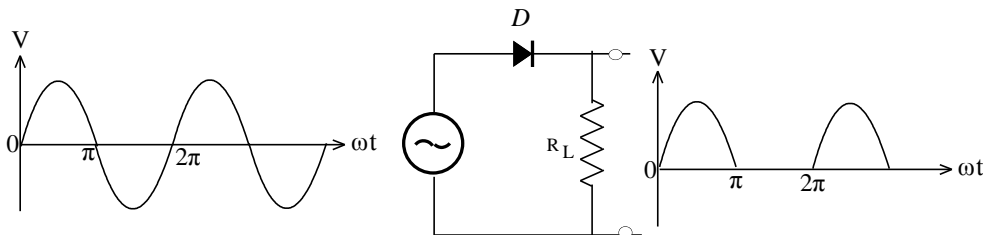
ويوضح الشكل (٤ - ٤) خطي الحمل في حالة التحيز الأمامي والتحيز العكسي. تقاطع خط الحمل مع المنحنى المميز يمثل نقطة التشغيل.



شكل (٤ - ٤) : خطي الحمل في حالة التحيز الأمامي والتحيز العكسي.

(٤ - ٥) تقويم نصف الموجة: Half wave rectifier

يمثل الشكل (٤ - ٥) دائرة تقويم نصف الموجة وتتألف من مصدر متردد وترانزيستور ثنائي القطب Diode ومقاومة الحمل R_L . يمرر الثنائي التيار الكهربائي في حالة النبضة الموجبة للموجة الداخلة ، شكل (٤ - ٥) ، حيث يكون الثنائي في حالة تحيز أمامي و يظهر الجهد الكهربائي بين طرفي مقاومة الحمل. أما في حالة النبضة السالبة فيكون الثنائي في حالة تحيز عكسي، أي لا يمرر التيار الكهربائي في الدائرة ولا يظهر الجهد الكهربائي بين طرفي مقاومة الحمل.



(أ) : الجهد الداخل

(ب) : دائرة التقويم

(ج) : الجهد الخارج

شكل (٤ - ٥) : تقويم نصف الموجة.

(٥ - ٥) مصطلحات هامة Important terms

(٥ - ٥) كفاءة التقويم Rectifier efficiency

تعطي النسبة بين القدرتين المباشرة والخارجة والمتردة الداخلة ما يسمى بكفاءة التقويم Rectifier efficiency ورمزها η ، أي أن :

$$\eta = \frac{\text{d.c.output power}}{\text{a.c.input power}} = \frac{P_{dc}}{P_{ac}}$$

وكفاءة التقويم تمثل عاملا مهما من معاملات الجودة figure of merit لأجهزة التقويم.

وتكون قيمة كفاءة التقويم للمقوم نصف الموجة:

$$\eta_m = 40.6\% \quad (4 - 16)$$

وهذا يعني أنه يمكن تحويل نسبة 40.6 فقط من القدرة المترددة إلى القدرة الثابتة .

(٤ - ٥) **معامل التموج: Ripple factor**: يحتوي التيار الكهربى، (أو الجهد الكهربى) ، الخارج من جهاز التقويم على مركبتين تيار

لحظي متردد $I_{ac(output)}$ ، (أو جهد كهربى متردد) ، و تيار مباشر I_{dc} ، (أو جهد كهربى مباشر) . يعني هذا أن مركبة التيار المتردد الخارج

يمثل التيار المتردد الكلي الداخل مطروحا منه التيار الكهربى المباشر ويعرف معامل التموج ورمزه r بالمعادلة :

$$r = \frac{I_{rms(output)}}{I_{dc}} = \sqrt{\frac{I_{rms}^2}{I_{dc}^2} - 1} \quad (4 - 18)$$

$$\therefore I_{dc} = I_m / \pi \quad \text{and} \quad I_{rms} = I_m / 2 \quad (\text{للمقوم نصف الموجه})$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{I_{rms}^2}{I_{dc}^2} - 1} = \sqrt{\left(\frac{I_m/2}{I_m/\pi}\right)^2 - 1} = 1.211 \quad (4 - 19)$$

(٤ - ٥) **قيمة الجهد العكسي: Peak inverse voltage (PIV)**

يمثل القيمة العظمى للجهد الواقع بين طرفي الثنائي في حالة التحيز العكسي. إذا زاد الجهد الكهربى بين طرفي الثنائي عن هذه القيمة فإن

الثنائي سيتلف وذلك بسبب ارتفاع درجة الحرارة. بالنسبة للمقوم نصف الموجة تكون قيمته حسب الشكل (٤ - ٥) : $PIV = V_m$

(٤ - ٦) **مقوم الموجة الكاملة: Full wave rectifier**

تتم عملية التقويم الموجي الكامل باستخدام ثنائيين أو أربعة ثنائيات على النحو التالي.

(٤ - ٦) **مقوم الموجة الكاملة باستخدام ثنائيين: Two diodes**

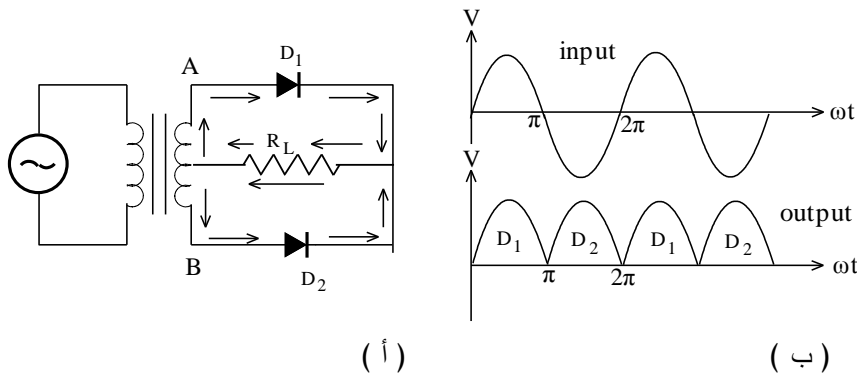
يمثل الشكل (٤ - ٦) دائرة هذا المقوم ، ويتكون من ثنائيين ومحول ذو التفريع المركزي للملف الثانوي center - tape secondary

winding ومقاومة الحمل R_L ، حيث يوصل الثنائي D_1 مع النصف العلوي للملف الثانوي OC بينما يوصل الثنائي D_2 مع النصف السفلي

للملف الثانوي معنى ذلك أن كل ثنائي يستعمل نصف موجة (دورة cycle) من الجهد الكهربى المتردد الداخل . عندما تكون النقطة C موجبة

تكون النقطة B سالبة ويصبح الثنائي D_1 موصلا أي في حالة تحيز أمامي ويمر بذلك تيار كهربى من النصف العلوي للملف الثانوي إلى هذا

الثنائي ومن ثم إلى مقاومة الحمل R_L بينما يكون الثنائي D_2 في حالة تحيز عكسي.



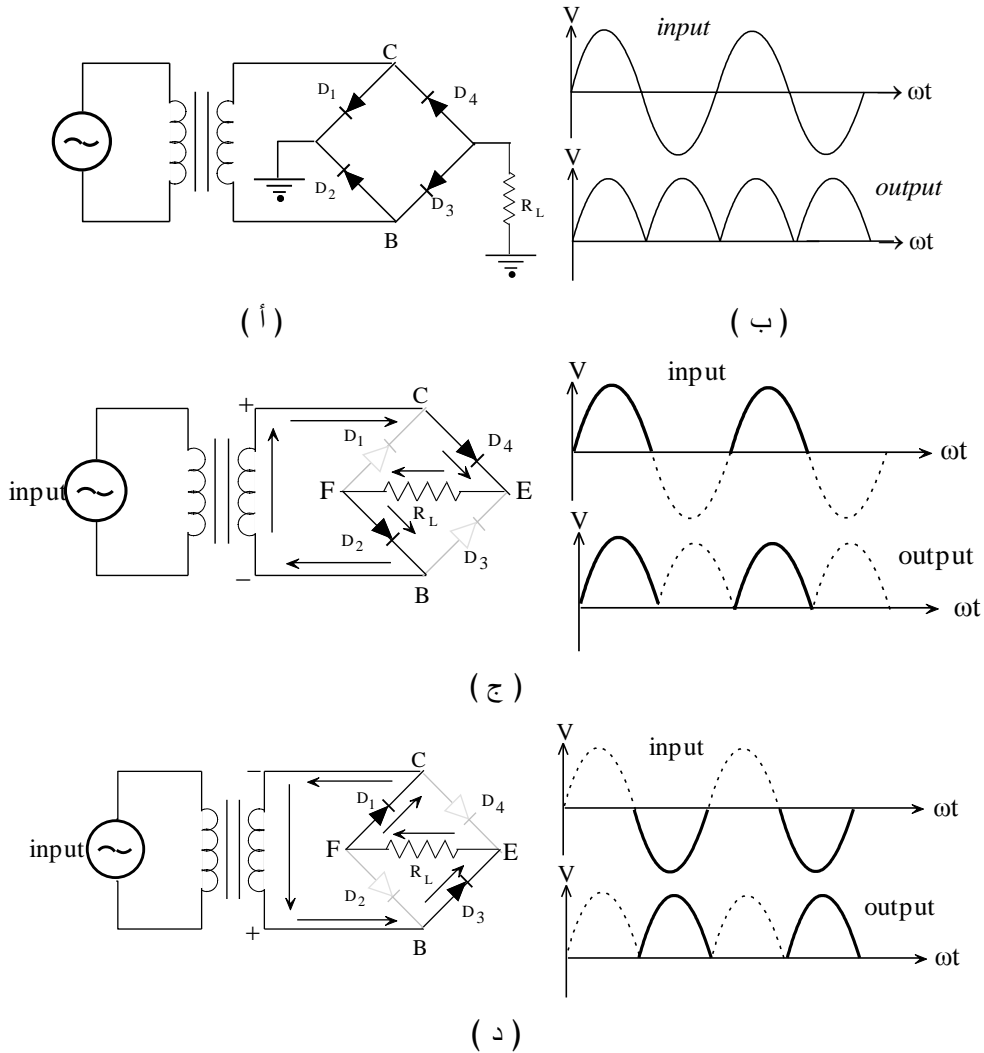
شكل (٤ - ٦) : أ - دائرة مقوم الموجة الكاملة باستخدام ثنائيين D_1 و D_2 .

ب - شكل الموجة الداخلة، الجزء العلوي، والخارجة من جهاز التقويم.

أما في حالة نصف الدورة السالب للجهد الثانوي فينقلب الوضع حيث تكون النقطة C سالبة والنقطة B موجبة ويكون الثنائي D_1 في حالة تحيز عكسي والثنائي D_2 في حالة تحيز أمامي ويمر تيار كهربي من النصف السفلي للملف الثانوي إلى الثنائي D_2 ومن ثم إلى مقاومة الحمل R_L وله نفس اتجاه التيار الكهربي في الوضع الأول (الاتجاه الموجب)، ويوضح الشكل (٤ - ٦) شكل الموجة الداخلة والمقومة خلال مقاومة الحمل R_L ، وهذا الشكل يمثل نوعا من أنواع الموجات المستمرة .

(٤ - ٦) مقوم الموجة الكاملة باستخدام المقوم الجسري : Bridge rectifier

يمثل الشكل (٤ - ٧) دائرة المقوم الجسري وهو شائع الاستعمال ، ويتألف من أربع ثنائيات متصلة كما في الشكل (٤ - ٧) ، فعندما تكون النقطة C موجبة خلال النصف الموجب للموجة الداخلة المترددة ، بالنسبة للنقطة B يكون الثنائيان D_1 و D_3 في حالة تحيز أمامي فيمر تيار كهربي فيهما ويكون اتجاهه خلال مقاومة الحمل R_L من أعلى إلى أسفل بينما يكون الثنائيان D_2 و D_4 في حالة تحيز عكسي . أما في حالة النصف السالب للموجة فتكون النقطة B موجبة والنقطة C سالبة مما يجعل الثنائيان D_2 و D_4 في حالة تحيز أمامي والثنائيان D_1 و D_3 في حالة تحيز عكسي ولذلك سوف يمر التيار الكهربي في D_2 و D_4 مع بقاء اتجاهه في مقاومة الحمل في نفس الاتجاه كما في الحالة الأولى ويوضح الشكل (٤ - ٧) شكل الموجة الداخلة في دائرة التقويم والخارجة من خلال مقاومة الحمل R_L ، كما يوضح الشكل (٤ - ٧ ج) مرور التيار الكهربي خلال الدائرة.



شكل (٤ - ٧) : أ - دائرة المقوم الجسري (مقوم الموجة الكاملة) .

ب - شكل الموجة الداخلة، الجزء العلوي ، والخارجة من جهاز التقويم الجزء السفلي.

ج - سلوك التيار الكهربي في الدائرة عند ما يكون D_2 و D_4 في حالة تحيز أمامي.

د - سلوك التيار الكهربى فى الدائرة عند ما يكون D_1 و D_3 فى حالة تحيز أمامى .

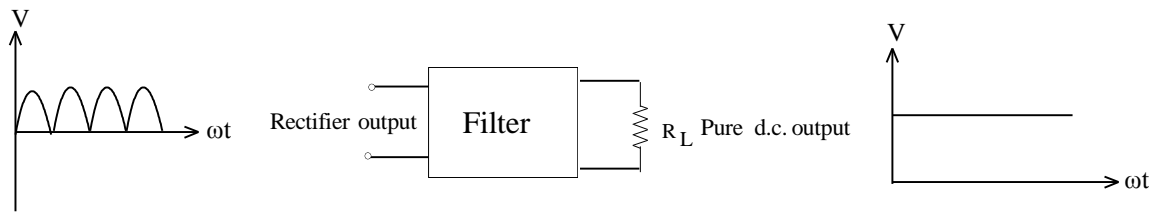
ملاحظات هامتان:

١ - الجهد الكهربى الثابت V_{dc} الواقع بين طرفى مقاومة الحمل R_L بالنسبة لدائرة التقويم الجسرى ضعف الجهد الكهربى الثابت بالنسبة لدائرة التقويم ذات الثنائين .

٢ - تردد الجهد النابض الخارج والواقع بين طرفى R_L ، فى حالة التقويم الكامل ، ضعف تردد الجهد الداخلى لأن كل دورة كاملة من الجهد المتردد الداخلى تعطى نبضتين خلال مقاومة الحمل، أى أن: $f_{out} = 2f_{in}$

(٧ - ٤) دوائر الترشيح: Filter circuit

ذكر فى البند (٤ - ب) أن الجهد الخارج من المقوم يحتوى على مركبتين مترددة وثابتة ولذلك فدائرة الترشيح عبارة عن وسيلة (أو جهاز Device) يزيل مركبة الجهد المتردد a.c. لجهاز التقويم ويبقى مركبة الجهد الثابت d.c. خلال مقاومة الحمل ويوضح الشكل (٤ - ٩) هذه العملية .



شكل (٤ - ٩): عملية الترشيح

(٨ - ٤) أنواع دوائر الترشيح: Type of filter circuit

(٨ - ٤) دائرة تقويم نصف الموجة مع مكثف: Half wave rectifier with capacitor filter:

تتألف أبسط دائرة ترشيح من مكثف سعته C متصل على التوازي مع مقاومة الحمل R_L كما فى الشكل (٤ - ١٠). يوصل الجهد الكهربى المباشر النابض Pulsating direct voltage الناتج عن جهاز التقويم بين طرفى المكثف . يشحن المكثف خلال ربع الدورة الأولى $(0 \leq \omega t \leq \pi/2)$ حتى يصل الجهد بين طرفيه الى القيمة العظمى V_m للجهد الخارج من المقوم ثم يفرغ المكثف شحنته خلال مقاومة الحمل R_L عند تناقص جهد المقوم من القيمة العظمى . نتيجة لذلك يتناقص الجهد الكهربى بشكل لوغاريتمى بين طرفى مقاومة الحمل بثابت زمن $R_L C$ بحيث يكون اكبر من الفترة الزمنية لإشارة الموجة الداخلة T كما فى الشكل (٤ - ١٠ ب) ، ثم يشحن المكثف مرة أخرى إلى القيمة العظمى V_m ويفرغ شحنته وتكرر العملية وهكذا .

يشبه الجهد المتوج والناتج عن هذه العملية بصورة تقريبية أسنان المنشار أى يمثل موجة مثلية الشكل كما يوضحه الشكل (٤ - ١٠ ج) .

$$V_{DC} = V_m - \frac{V_m}{2f R_L C} = V_m \left(1 - \frac{1}{2f R_L C}\right) \quad (4-44)$$

$$\text{and : } I_{DC} = \frac{V_{DC}}{R_L} = \frac{V_m}{R_L} \left(1 - \frac{1}{2f R_L C}\right) \quad (4-45)$$

واضح من المعادلة (4-44) أن قيمة الجهد الثابت V_{DC} الواقع بين طرفى مقاومة الحمل R_L تقترب من القيمة العظمى V_m كلما كانت قيم C و R_L و f كبيرة .

وتكون القيمة الفعالة للجهد الكهربى المتموج ripple :

$$(V_{\text{ripple}})_{\text{rms}} = \frac{V_m}{2\sqrt{3} f R_L C} \quad (4-49)$$

ويعرف معامل التموج r فى هذه الحالة بالمعادلة التالية:

$$r = \frac{\text{r.m.s. value of ripple voltage } (V_{\text{ripple}})_{\text{rms}}}{\text{steady d.c. output voltage } V_{dc}}$$

$$\text{or : } r = \frac{V_m}{2\sqrt{3} f R_L C} \frac{1}{V_m (1 - 1/2 f R_L C)}$$

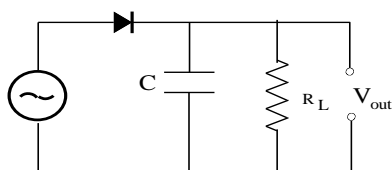
$$\therefore r = \frac{1}{2\sqrt{3} f R_L C - \sqrt{3}} \cong \frac{1}{2\sqrt{3} f R_L C} \quad (4-50)$$

تمثل هذه المعادلة قيمة تقريبية لمعامل التموج r ولكنها كافية لأجهزة تقويم التيار أو مصادر القدرة power supply و يمكن حساب القيمة التقريبية للتيار الكهربي الثابت من المعادلة (4-45):

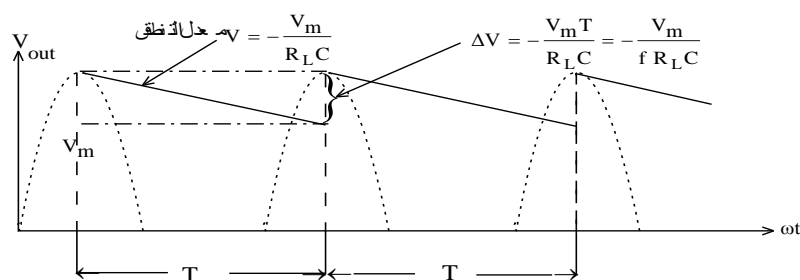
$$I_{dc} = \frac{V_m}{R_L} \quad (4-51)$$

يمكن حساب تيار التموج وجهد الذروة وتيار الذروة من المعادلات التالية:

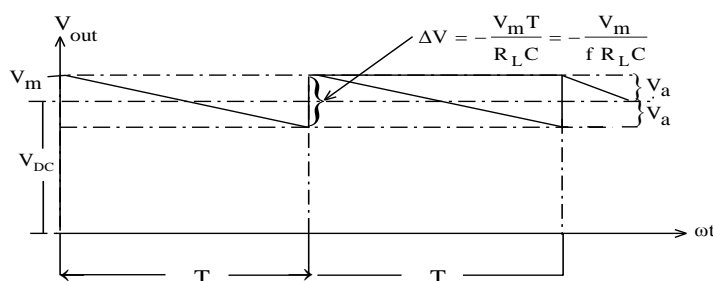
$$(I_{\text{ripple}})_{\text{rms}} = \frac{(V_{\text{ripple}})_{\text{rms}}}{R_L}, \quad (V_{\text{ripple}})_{\text{peak}} = \frac{V_m}{2f R_L C} \quad \text{and} \quad (I_{\text{ripple}})_{\text{peak}} = \frac{(V_{\text{ripple}})_{\text{peak}}}{R_L}$$



(أ)



(ب)



(ج)

شكل (٤ - ١٠) : أ) دائرة ترشيح مؤلفة من مكثف سعته C متصلة على التوازي مع مقاومة الحمل لدائرة تقويم نصف الموجة. ب) الجهد الخارج بعد عملية الترشيح. ج) الجهد الخارج يمكن تمثيله بصورة تقريبية بأسنان المنشار.

٤ - ب) دائرة تقويم الموجة الكاملة مع مكثف:: Full wave rectifier with capacitor filter:

أما بالنسبة لدائرة التقويم الموجي الكامل والمحتوية على مكثف سعته C ، كما في الشكل (٤ - ١١)، فإن التحليل يكون مماثلاً للتحليل السابق الذي ورد بالنسبة لدائرة التقويم النصف موجي. ونتيجة لاستخدام ثنائيتين في دائرة التقويم الموجي الكامل فإن الاختلاف يكون فقط في المعادلة (4-42) حيث تصبح على النحو التالي:

$$\Delta V_{out} = -\frac{V_m T}{2R_L C} = -\frac{V_m}{2f R_L C} \quad (4-55)$$

$$\therefore V_a = \Delta V_{out}/2 = -V_m/(4f R_L C) \quad (4-55b)$$

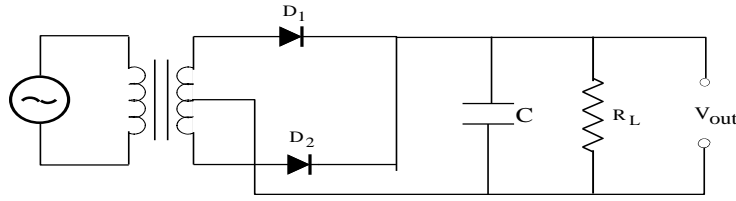
وبذلك تصبح المعادلات (4-44) و (4-50) و (4-53) و (4-54) بالصورة التالية:

$$V_{DC} = V_m - \frac{V_m}{4f R_L C} = V_m \left(1 - \frac{1}{4f R_L C}\right) \quad (4-56)$$

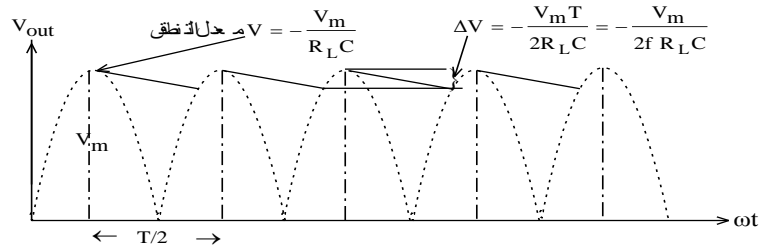
$$r \cong \frac{1}{4\sqrt{3} f R_L C} \quad (4-57)$$

$$(V_{ripple})_{peak} = \frac{V_m}{4f R_L C} \quad (4-58)$$

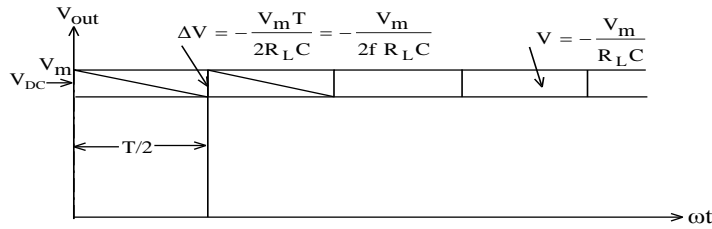
$$(V_{ripple})_{rms} = \frac{V_m}{4\sqrt{3} f R_L C} \quad (4-59)$$



(أ)



(ب)

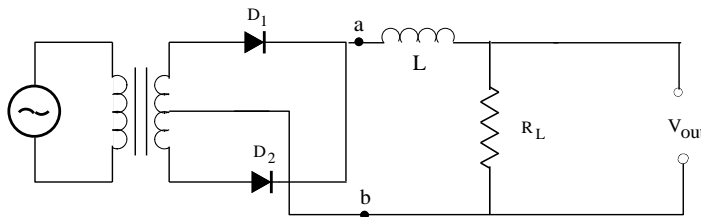


(ج)

شكل (٤ - ١١) : (أ) دائرة ترشيح مؤلفة من مكثف سعته C متصلة على التوازي مع مقاومة الحمل مع دائرة تقويم موجة كاملة.

(ب) الجهد الخارج بعد عملية الترشيح. (ج) الجهد الخارج يمكن تمثيله بصورة تقريبية بأسنان المنشار.

(٤ - ٨ ج) دائرة تقويم الموجة الكاملة مع ملف كمرشح: Full wave rectifier with inductor filter:



$$V_{DC} = \frac{2V_m}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} (V_m)_{rms}$$

$$r = \frac{R_L}{6\sqrt{2}\pi fL} \quad \text{or} \quad r = \frac{(V_{ripple})_{rms}}{V_{DC}}$$

$$(V_{ripple})_{peak} = \sqrt{2} (V_{ripple})_{rms}$$

الباب الخامس

ترانزستور التوصيل ثنائية القطب

Bipolar Junction transistor (BJT)

Introduction: مقدمة (١-٥)

يتألف الترانزستور من ثلاث مناطق three region وتشمل النوعين شبه الموصل السالب n – type وشبه الموصل الموجب p- type حيث يتكون الترانزستور من منطقتين من أحد النوعين وتتوسطها المنطقة الثالثة التي تمثل النوع الآخر ، ولذلك يوجد نوعان من ترانزستور التوصيل ثنائية القطب وهما:

١ - ترانزستور سالب موجب سالب npn transistor . ٢ - ترانزستور موجب سالب موجب pnp transistor .

يوضح الشكل (٥ - ١) المناطق الثلاثة لهذين النوعين وهي على النحو التالي :

١ - تسمى المنطقة الأولى بالباعث (Emitter (E ووظيفته إمداد حوامل الشحنات charge carriers وحققها إلى القاعدة. (الإلكترونات

تمثل حوامل الشحنات للنوع npn لأن الباعث يمثل شبه موصل من النوع السالب بينما الثقوب تمثل حوامل الشحنات للنوع pnp

لأن الباعث يمثل شبه موصل من النوع الموجب .) تحيز الباعث دائما أماميا forward biased بالنسبة للقاعدة، المنطقة الوسطى.

٢ - تسمى المنطقة الوسطى بالقاعدة (Base (B وتشكل ثنائيات two diodes مع الباعث والمجمع وتكون في تحي أمامي مع الباعث وفي تحيز عكسي مع المجمع . وظيفة القاعدة تمرير معظم حوامل الشحنات، الإلكترونات أو الثقوب، المحقونة من الباعث إلى المجمع

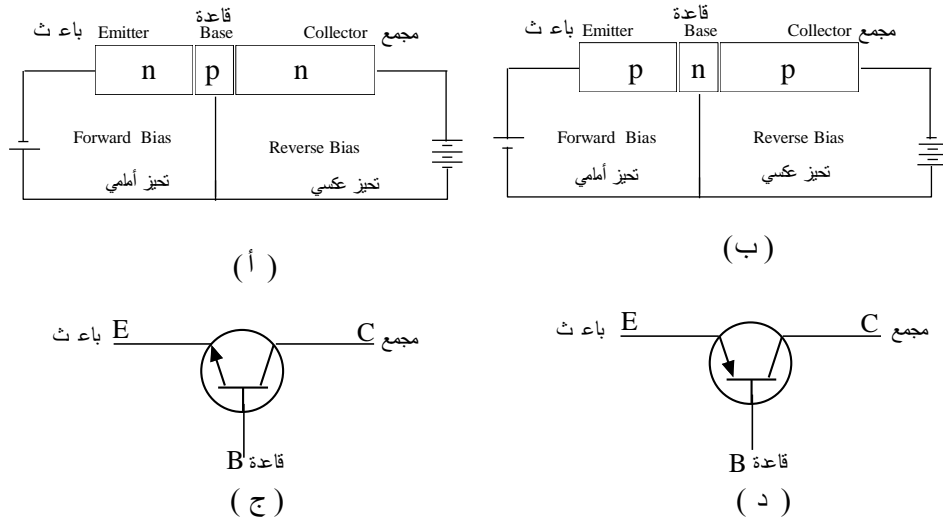
٣ - تسمى المنطقة الثالثة بالمجمع (Collector (C ووظيفته تجميع واستقطاب الشحنات من القاعدة. وتحيز المجمع دائما تحيزا عكسيا.

ففي الترانزستور سالب موجب سالب npn ، شكل (٥ - ١ أ) ، يقذف أو يحقن الباعث (n-type) الإلكترونات إلى القاعدة (p-type) التي تمررها إلى المجمع (n-type) الذي وظيفته تجميع واستقطاب الإلكترونات من القاعدة ، أما في الترانزستور موجب سالب موجب pnp transistor ، شكل (٥ - ١ ب) ، يقذف أو يحقن الباعث (p-type) الثقوب إلى القاعدة (n-type) التي تمررها إلى المجمع (p-type) الذي وظيفته تجميع واستقطاب الثقوب من القاعدة .

تكون منطقة القاعدة رقيقة بينما تكون منطقة المجمع أعرض من منطقتي القاعدة والباعث و تركيز الشوائب في الباعث عال heavily doped لكي يتم حقن أكبر عدد ممكن من حوامل الشحنات بينما يكون تركيز الشوائب في القاعدة أقل من تركيز الشوائب في المنطقتين الأخريين لكي تمرر القاعدة معظم الحوامل المحقونة من الباعث إلى المجمع ويعتبر هذا الأمر عاملا هاما في تصنيع الترانزستور ، ففي الترانزستور سالب موجب سالب npn يكون تركيز الثقوب في القاعدة الرقيقة أقل من تركيز الإلكترونات في الباعث والمجمع وهذا يجعل الاتحاد بين الكترولونات الباعث وثقوب القاعدة لا يتعدى حوالي 2% من عدد الإلكترونات الخارجة من الباعث أما الباقي وهو 98% من الإلكترونات فتصل إلى المجمع وتمر فيه.

يتكون عند نقطة التلامس بين النوع السالب (الباعث E) والنوع الموجب (القاعدة B) منطقة استنزاف (نضوب) depletion region ، وتتكون أيضا منطقة نضوب أخرى عند نقطة التلامس بين القاعدة B والمجمع C ، النوع السالب ، في حالة الترانزستور npn وتتكون نفس المنطقتين في حالة الترانزستور pnp .

يمثل الشكلان (٥ - ١ ج) و (٥ - ١ د) الرمز التخطيطي Schematic symbol لثنائي القطب للنوعين npn و pnp . يعين السهم المتصل بالباعث الاتجاه الاصطلاحي conventional current لسريان التيار الكهربائي في دائرة التحيز الأمامي . يمثل السهم الخارج سريان التيار في حالة الترانزستور npn و يمثل السهم الداخل سريان التيار في حالة الترانزستور pnp . يشير المصطلح ثنائي القطب أن الإلكترونات والثقوب يستعملان كحوامل في تركيب الترانزستور .



شكل (٥ - ١) : المناطق الثلاث للترانزستور npn و pnp .

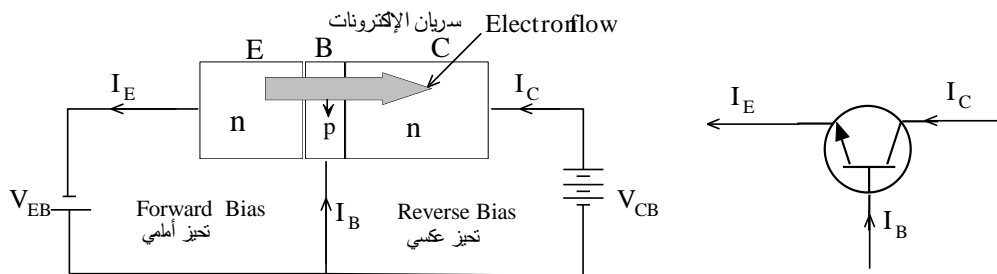
يمثل الشكلان أ و ب الرسم التخطيطي بينما يمثل الشكلان ج و د الرسم الرمزي Symbol لنوعي الترانزستور .

(٥ - ٢) طريقة عمل الترانزستور : Transistor action

تكون وصلة الباعث للترانزستور في حالة تحيز أمامي وبالتالي تكون المقاومة صغيرة low resistance بينما تكون وصلة المجمع في حالة تحيز عكسي وبالتالي تكون المقاومة عالية high resistance. إذا فرض أنه لا يمر تيار كهربي في وصلة الباعث فإنه تبعاً لذلك لا يمر تيار في وصلة المجمع لأنه في حالة تحيز عكسي، ما عدى تيار بسيط في حدود ميكرونيات قليلة μA few الناتجة عن الحوامل الأقلية minority carriers ويسمى بتيار قطع Cut off المجمع، . فإذا مر تيار في وصلة الباعث ذات التحيز الأمامي فإنه تبعاً لذلك سيمر تيار في وصلة المجمع ذات التحيز العكسي. بعبارة أخرى يمكن القول أن تيار المجمع يعتمد على تيار الباعث.

(٥ - ٢) : عمل الترانزستور npn

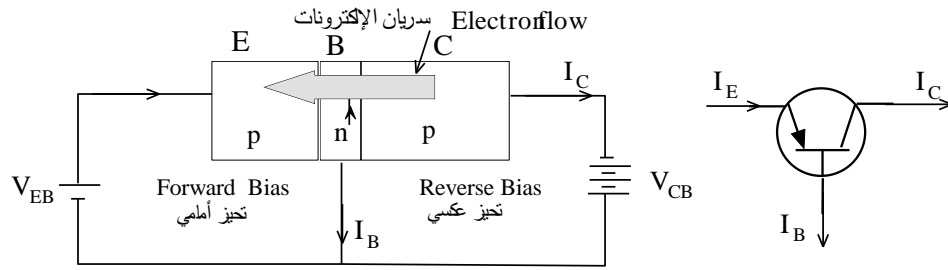
يمثل الشكل (٥-٢) الدائرة الكهربية لهذا الترانزستور حيث تكون وصلة الباعث والقاعدة في حالة تحيز أمامي بينما وصلة المجمع والقاعدة في حالة تحيز عكسي. يسمح التحيز الأمامي بسريان الإلكترونات من الباعث ذو النوع السالب n - type إلى القاعدة مكوناً تياراً كهرياً يسمى بتيار الباعث I_E . يتحد عدد قليل من هذه الإلكترونات (أقل من 3%) مع ثقب القاعدة مكوناً تيار القاعدة I_B ، سمك القاعدة رقيق thin وتركيز الشوائب فيها قليل lightly doped، . تتدفق بقية الإلكترونات (أكثر من 97%) إلى المجمع بسبب تأثير المجال الكهربي الناتج عن جهد المصدر V_{CB} مكونة تيار المجمع I_C .



شكل (٥ - ٢): دائرة كهربية توضح سريان التيارات في الترانزستور npn.

(٥ - ٢) : عمل الترانزستور pnp

يوضح الشكل (٥ - ٣) دائرة التوصيل لهذا الترانزستور. يعمل التحيز الأمامي على سريان ثقب الباعث ذو النوع الموجب p - type إلى القاعدة ذات النوع السالب n - type، يكون هذا السريان تيار الباعث I_E . يتحد قليل (أقل من 3%) من هذه الثقوب مع إلكترونات القاعدة الرقيقة السمك وقليلة الشوائب مكوناً تيار القاعدة I_B . وتتدفق بقية الثقوب (أكثر من 97%) إلى منطقة المجمع نتيجة لتأثير المجال الكهربي الناتج عن مصدر الجهد V_{CB} مؤلفة تيار المجمع I_C .



شكل (٥ - ٣): دائرة كهربية توضح سريان التيارات وحركة الإلكترونات في الترانزستور pnp.

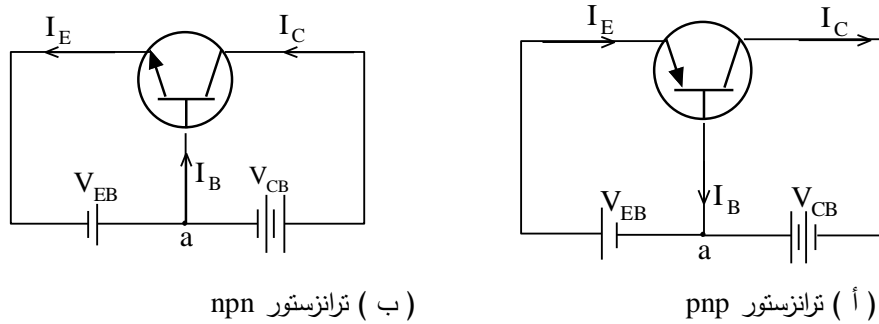
(٥ - ٣) طرق توصيل ترانزستور ثنائي القطب: Transistor Connections:

توجد ثلاث طرق لتوصيل الترانزستور إلى المنطقة المشتركة للمصدرين V_B و V_C :

- أ - توصيل القاعدة المشتركة Common base connector.
- ب - توصيل الباعث المشترك Common emitter connector.
- ج - توصيل المجمع المشترك Common collector connector.

(٥ - ٣ أ) توصيل القاعدة المشتركة Common base connection:

تمثل الدائرتان ، الشكل (٥-٤) ، هذا النوع من التوصيل لكل من النوعين npn و pnp.



(ب) ترانزستور npn

(أ) ترانزستور pnp

شكل (٥ - ٤) : دائرة القاعدة المشتركة

يمكن التعبير عن التيارات الواصلة إلى العقدة a والخارجة منها بالمعادلة التالية:

$$I_E = I_C + I_B \quad (5-1)$$

النسبة بين تيار المجمع I_C وتيار الباعث I_E تعطي ما يعرف بمعامل ربح التيار Current gain في دائرة القاعدة المشتركة أو بمعامل تكبير

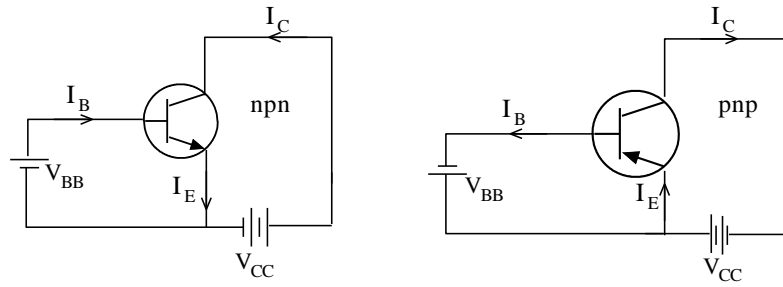
التيار الكهربائي current amplification factor ورمزه α حيث:

$$\alpha = \frac{I_C}{I_E} \quad (5-3)$$

والقيمة العملية لمعامل تكبير التيار α تقع بين 0.9 و 0.99 .

(٥ - ٣ ب) توصيل الباعث المشترك common emitter connection:

يشترك الباعث بين المجمع والقاعدة كما في الشكل (٥ - ٥).



شكل (٥ - ٤): رسم توضيحي للترانزيستور npn و pnp في حالة الباعث المشترك.

يتضح من الشكلين أن: $I_E = I_B + I_C$

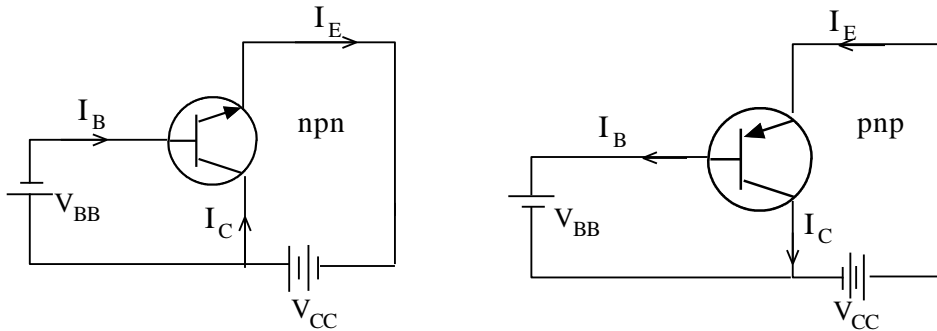
تُعطي النسبة بين تيار المجمع I_C وتيار القاعدة I_B ما يعرف بمعامل تكبير تيار القاعدة الكهربائي Base current amplification factor ورمزه β حيث:

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

واضح من هذه المعادلة انه كلما اقتربت قيمة α من الواحد كلما اقتربت قيمة β من مالا نهاية ولذلك فدائرة الباعث المشترك هي الأكثر استعمالاً في دوائر التكبير والتطبيقات الأخرى للترانزيستور.

(٥ - ٣) توصيل المجمع المشترك common collector connection:

يشارك المجمع بين الباعث والقاعدة كما في الشكل (٥ - ٥).



شكل (٥ - ٥): رسم توضيحي للترانزيستور npn و pnp في حالة المجمع المشترك.

يتضح من الشكلين أن:

$$I_E = I_B + I_C$$

النسبة بين تيار الباعث I_E وتيار القاعدة I_B تعطي ما يعرف بمعامل تكبير التيار الكهربائي في حالة المجمع المشترك current amplification factor ورمزه γ حيث:

$$\gamma = \frac{I_E}{I_B} = \frac{1}{1 - \alpha} = 1 + \beta \quad \text{and} \quad \alpha = \frac{\beta}{1 + \beta}$$

(٥ - ٤) التيار المتسرب: The leakage current:

ينتج التيار المتسرب عن الحركة الإنسيابية الناتجة عن تأثير المجال الكهربائي للحوامل الأقلية وهي تمثل الإلكترونات في شبه الموصل من النوع الموجب p-type والنقوب في شبه الموصل من النوع السالب n-type المتولدة بسبب ارتفاع درجة الحرارة. نتيجة لذلك يتكون تيار المجمع I_C ، في دائرة القاعدة المشتركة، شكل (٥ - ٩)، من جزء تيار الباعث وقيمه αI_E (كما هو معروف) إضافة إلى التيار المتسرب $I_{leakage}$ أي أن:

$$I_C = \alpha I_E + I_{leakage} \quad (5 - 10)$$

يتضح من هذه المعادلة أن التيار المتسرب يمر في دائرة المجمع حتى ولو كانت دائرة الباعث مفتوحة ($I_E = 0$)، ولهذا يرمز للتيار المتسرب بالرمز I_{CB0} وهذا يمثل تيار المجمع - القاعدة عندما يكون تيار الباعث يساوي صفراً. يوضح الشكل (٥ - ٩) هذا المفهوم.

يمكن كتابة المعادلة (10 - 5) بالصورة التالية :

$$I_C = \alpha I_E + I_{CB0} \quad (5-11)$$

$$\therefore I_E = I_C + I_B$$

$$\therefore I_C = \alpha (I_C + I_B) + I_{CB0} \quad \text{or : } I_C (1 - \alpha) = \alpha I_B + I_{CB0}$$

$$\therefore I_C = \frac{\alpha}{(1 - \alpha)} I_B + \frac{1}{(1 - \alpha)} I_{CB0}$$

$$\text{or : } I_C = \beta I_B + (\beta + 1) I_{CB0} \quad (5-12)$$

أما في دائرة الباعث المشترك، شكل (٥ - ١٠) ، فيمكن كتابة المعادلة التالية :

$$I_C = \beta I_B + I_{CE0} \quad (5-13)$$

حيث I_{CE0} يمثل تيار المجمع - الباعث عندما يكون تيار القاعدة يساوي الصفر ، دائرة القاعدة مفتوحة ، شكل (٥ - ١٠ ب) . ويمكن الحصول من المعادلتين (5 - 12) و (5 - 13) على العلاقة بين I_{CE0} و I_{CB0} وهي :

$$I_{CE0} = (\beta + 1) I_{CB0} \quad (5-14)$$

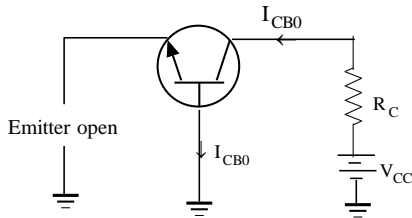
$$\therefore I_E = I_B + I_C$$

وبالتعويض عن I_C من المعادلة (5 - 13) يحصل على :

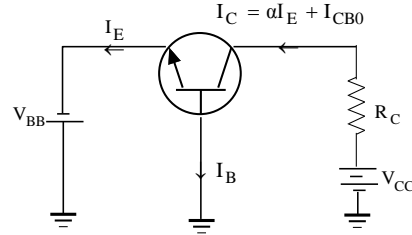
$$I_E = I_B + (\beta I_B + I_{CE0}) \quad \text{Or : } I_E = (\beta + 1) I_B + I_{CE0}$$

بالتعويض عن I_{CE0} من المعادلة (5 - 14) يحصل على :

$$I_E = (\beta + 1) I_B + (\beta + 1) I_{CB0} \quad (5-15)$$

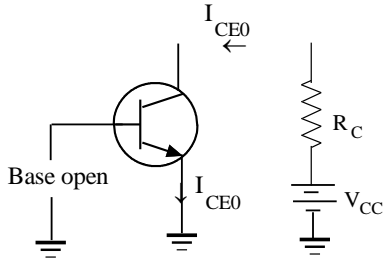


(ب)

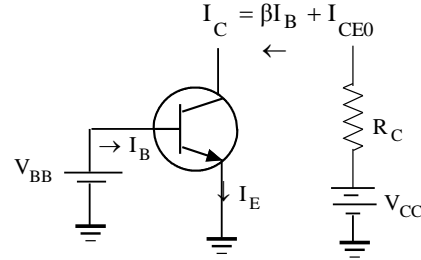


(أ)

شكل (٥ - ٩) : توضيح التيار المتسرب في دائرة القاعدة المشتركة.



(ب)



(أ)

شكل (٥ - ١٠) : توضيح التيار المتسرب في دائرة الباعث المشترك.

(٥ - ٥) معامل الاستقرار : Stability factor

يجب أن تكون قيمة تيار المجمع I_C ثابتاً أمام التغير في قيمة التيار المتسرب، I_{CB0} ، والذي يمثل تيار المجمع - القاعدة عند ما يكون تيار الباعث يساوي صفراً . تحقيق هذا الهدف يمثل استقرار دائرة الترانزستور الكهربية ولذلك يعرف معامل الاستقرار، ويرمز له بالرمز S ، كالتالي :

معدل تغير تيار المجمع، dI_C ، بالنسبة للتيار المتسرب dI_{CB0} عند ثبوت تيار القاعدة I_B و β أي أن :

$$S = \frac{dI_C}{dI_{CB0}} \quad \text{at constant } I_B \text{ and } \beta \quad (5-16)$$

ولكي يتم الحصول على الاستقرار الحراري العالي يجب أن يكون معامل الاستقرار منخفضا كلما أمكن ذلك وأفضل قيمة للمقدار S هي الواحد ولكن من الناحية العملية يصعب تحقيق ذلك.

بتفاضل المعادلة (12 - 5) بالنسبة لـ I_C يحصل على:

$$1 = \beta \frac{dI_B}{dI_C} + (\beta + 1) \frac{dI_{CB0}}{dI_C}$$

$$1 = \beta \frac{dI_B}{dI_C} + \frac{(\beta + 1)}{S} \quad \text{or :} \quad S = \frac{(\beta + 1)}{1 - \beta \frac{dI_B}{dI_C}} \quad (5 - 17)$$

مثال : إذا كان تيارا التسرب لترانزيستور هما $I_{CB0} = 5\mu A$ و $I_{CE0} = 0.4mA$ وكان تيار القاعدة $I_B = 30\mu A$ ، أحسب قيمة β ثم أحسب قيمة I_C .

الحل :

حسب المعادلة (14 - 5) فإن :

$$\beta = \frac{I_{CEO}}{I_{CB0}} - 1 = \frac{0.4 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-6}} - 1 = 79$$

$$I_C = \beta I_B + I_{CE0} = 79 \times 30 \times 10^{-6} + 0.4 \times 10^{-3} = 2.77mA$$

مثال : ترانزيستور التوصيل ثنائي القطبية BJT فيه $I_B = 50\mu A$ و $I_C = 5.2mA$ و $I_{CB0} = 0.5\mu A$ أحسب β و I_E ثم أحسب نسبة الخطأ في حساب β إذا أهملت قيمة تيار التسرب .

الحل

$$I_C = \beta I_B + (\beta + 1) I_{CB0} = \beta (I_B + I_{CB0}) + I_{CB0}$$

$$\therefore \beta = \frac{I_C - I_{CB0}}{I_B + I_{CB0}} = \frac{5.2 \times 10^{-3} - 0.5 \times 10^{-6}}{50 \times 10^{-6} + 0.5 \times 10^{-6}} = 102.96$$

$$\therefore \alpha = \frac{\beta}{\beta + 1} = \frac{102.96}{102.96 + 1} = 0.9906$$

$$\therefore I_E = \frac{(I_C - I_{CB0})}{\alpha} = \frac{(5.2 \times 10^{-3} - 0.5 \times 10^{-6})}{0.9904} = 5.25 \times 10^{-3} A = 5.25mA$$

أما إذا أهملت قيمة تيار التسرب فإن :

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} = \frac{5.2 \times 10^{-3}}{50 \times 10^{-6}} = 104$$

$$\frac{104 - 102.96}{102.96} (100\%) = 1.01\% \quad \text{وتكون نسبة الخطأ في حساب } \beta :$$

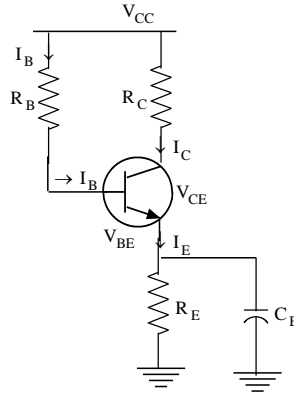
أنواع تحيز ترانزيستور ثنائي القطب:

أولا : التحيز بواسطة مقاومة القاعدة:

ثانيا : التحيز بواسطة مقاومة التغذية الخلفية:

ثالثا : التحيز بواسطة مقسم الجهد:

أولاً : التحيز بواسطة مقاومة القاعدة:



مثال : أحسب التيارات الواردة في الدائرة التالية ، الترانزستور مصنوع من الجرمانيوم ، إذا كان :
 $V_{CC} = 10V$ و $\beta = 100$ و $R_E = 1k\Omega$ و $R_B = 1M\Omega$ و $R_C = 2k\Omega$.
 ثم أحسب نقطة التشغيل وخط الحمل .

الحل

بتطبيق قاعدة كير يشوف لتوزيع الجهد على جانب القاعدة:

$$V_{CC} = I_B R_B + V_{BE} + I_E R_E = I_B R_B + V_{BE} + (I_C + I_B) R_E \quad (1)$$

وإذا عوض عن $I_C = \beta I_B$ فتصبح هذه المعادلة :

$$\therefore I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{\{ R_B + (\beta + 1) R_E \}} = \frac{10 - 0.3}{\{ 10^6 + 101 \times 10^3 \}} = 0.872 \times 10^{-5} A$$

$$I_C = \beta I_B = 100 \times 0.872 \times 10^{-5} = 0.872 \times 10^{-3} A = 0.872 mA$$

$$I_E = I_C + I_B = 0.872 mA + 0.00872 mA = 0.881 mA$$

وإذا أهمل الجهد V_{BE} لصغر قيمته فإن المعادلة (1) تصبح:

$$V_{CC} = I_B R_B + (\beta I_B + I_B) R_E = I_B \{ R_B + (\beta + 1) R_E \}$$

$$\therefore I_B = V_{CC} / \{ R_B + (\beta + 1) R_E \} = 10 / \{ 10^6 + 101 \times 10^3 \} = 0.908 \times 10^{-5} A$$

$$I_C = \beta I_B = 100 \times 0.908 \times 10^{-5} = 0.908 \times 10^{-3} A = 0.908 mA$$

$$I_E = I_C + I_B = 0.908 mA + 0.00908 mA = 0.917 mA$$

لحساب خط الحمل لدينا من الشكل :

$$V_{CC} = I_C R_C + V_{CE} + I_E R_E = I_C R_C + V_{CE} + (I_C + I_B) R_E$$

$$= I_C R_C + V_{CE} + (I_C + I_C / \beta) R_E = V_{CE} + I_C \{ R_C + (1 + 1/\beta) R_E \}$$

$$\text{If } I_C = 0 \quad V_{CE} = V_{CC} = 10V$$

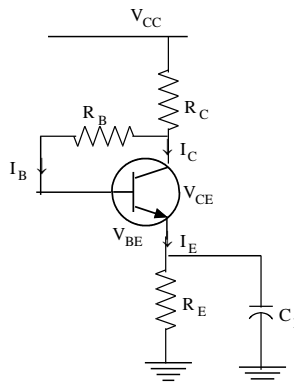
$$\text{If } V_{CE} = 0 \quad I_C = V_{CC} / \{ R_C + (1 + 1/\beta) R_E \} = 3.32 \times 10^{-3} A$$

لحساب نقطة التشغيل Q : وبالتعويض في : $I_{CQ} = 0.881 mA$

$$V_{CE} = V_{CC} - I_{CQ} \{ R_C + (1 + 1/\beta) R_E \} = 10 - 0.881 \times 10^{-3} \times 3.01 \times 10^3 = 7.35 V$$

(0.881mA , 7.35V) إحداثيات نقطة التشغيل Q

ثانياً : التحيز بواسطة مقاومة التغذية الخلفية:



مثال : ١ - إذا كانت نقطة التشغيل لدائرة التحيز لمقاومة التغذية الخلفية هي : $I_{CQ} = 1\text{mA}$ and $V_{CE} = 8\text{V}$ كيف

يمكن تحقيق ذلك علما بأن $\beta = 100$, $V_{BE} = 0.3\text{V}$ and $V_{CC} = 12\text{V}$.

٢ - إذا كانت $\beta = 50$ مع بقاء المعاملات الأخرى كما هي ماذا تكون قيمة Q ، علق على النتيجة .

الحل

١ - لتحقيق نقطة التشغيل الواردة في الفقرة ١ يجب معرفة R_B . بتطبيق قاعدة توزيع الجهد لكر يشوف على الدائرة :

$$V_{CC} = R_C(I_C + I_B) + I_B R_B + V_{BE} \quad (1)$$

$$V_{CC} = R_C(I_C + I_B) + V_{CE} \quad (2)$$

نحصل من المعادلتين (1) و (2) على :

$$R_B = (V_{CE} - V_{BE}) / I_B = \beta (V_{CE} - V_{BE}) / I_C \quad \therefore R_B = 100 \times (8 - 0.3) / 10^{-3} = 7.7 \times 10^5 \Omega$$

وتحسب قيمة R_C من المعادلة (2) :

$$R_C = 3.96 \times 10^3 \Omega$$

٢ - يمكن حساب I_B من المعادلة (1) :

$$I_B = (V_{CC} - V_{BE}) / (R_C(\beta + 1) + R_B) = (12 - 0.3) / \{ 3.96 \times 10^3(50 + 1) + 7.7 \times 10^5 \}$$

$$= 11.7 / 9.72 \times 10^5 = 1.2 \times 10^{-5} \text{ A} = 0.012 \text{ mA}$$

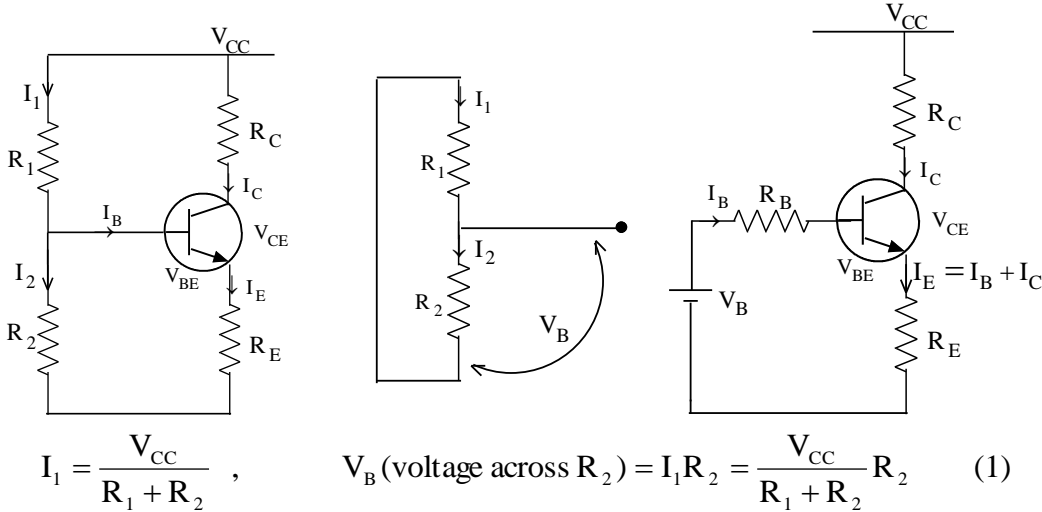
$$I_{CQ} = \beta I_B = 50 \times 1.2 \times 10^{-5} = 60 \times 10^{-5} \text{ A} = 0.6 \text{ mA}$$

$$V_{CEQ} = V_{CC} - R_C(I_C + I_B) = 12 - 3.96 \times 10^3(0.6 + 0.012) \times 10^{-3} = 9.58 \text{ V}$$

\therefore إحداثيات نقطة التشغيل $Q(9.58\text{V}, 0.6\text{mA})$

وبلاحظ أن نقطة التشغيل هذه تختلف عن الأخرى الواردة في الفقرة (١) بسبب تغير قيمة β وهذا يعني أن التحيز في دائرة مقاومة التغذية الخلفية لا يعطي استقرارا جيدا ، إلا أنه أفضل من دائرة التحيز بواسطة مقاومة القاعدة .

ثالثا : التحيز بواسطة مقسم الجهد:



مثال - إذا كان : $R_1 = 10\text{k}\Omega$ و $R_2 = 5\text{k}\Omega$ و $R_C = 1\text{k}\Omega$ و $V_{CC} = 15\text{V}$ و $R_E = 2\text{k}\Omega$ و $V_{BE} = 0.7\text{V}$ ، أرسم خط الحمل وحدد نقطة التشغيل لدائرة تحيز مقسم الجهد .

الحل

$$V_{CC} = I_C R_C + V_{CE} + I_E R_E = I_C R_C + V_{CE} + (I_B + I_C) R_E$$

إذا أهملت قيمة التيار I_B لصغرهما فإن هذه المعادلة تصبح :

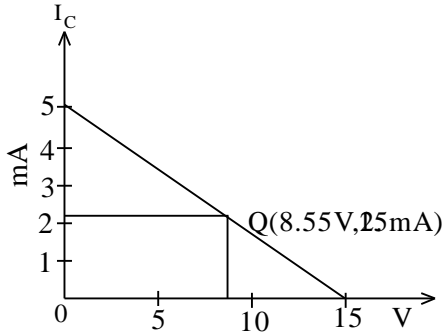
$$V_{CC} = V_{CE} + I_C (R_C + R_E) \quad (1)$$

$$\text{If } I_C = 0 \quad \therefore V_{CE} = V_{CC} = 15\text{V}$$

$$\text{If } V_{CE} = 0 \quad \therefore I_C = V_{CC} / (R_C + R_E) = 5\text{mA}$$

وتحسب نقطة التشغيل Q بالطريقة التالية ، من المعروف أن فرق الجهد بين طرفي المقاومة R_2 يساوي :

$$V_B = V_{CC} R_2 / (R_1 + R_2) = 15 \times 5 \times 10^3 / (10 + 5) \times 10^3 = 5\text{V}$$



ويحسب تيار الباعث من المعادلة : $V_B = I_B R_B + V_{BE} + I_E R_E$ ،

مع إهمال قيمة تيار القاعدة I_B لصغره ،حيث :

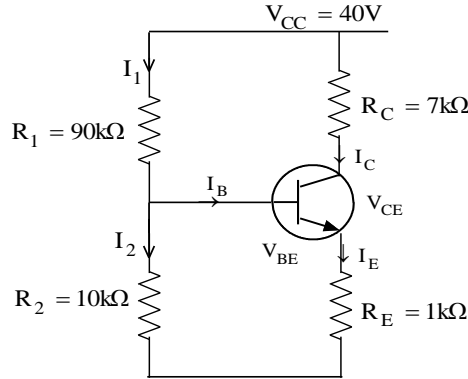
$$I_E = (V_B - V_{BE}) / R_E = (5 - 0.7) / 2 \times 10^3 = 2.15 \text{ mA}$$

$I_{CQ} = I_E = 2.15 \text{ mA}$. وبالتعويض في المعادلة (1) يحصل على :

$$V_{CEQ} = V_{CC} - I_{CQ}(R_C + R_E) = 15 - 2.15 \times 10^{-3} \times (1 + 2) \times 10^3 = 8.55 \text{ V}$$

إحداثيات نقطة التشغيل : $Q (8.55 \text{ V} , 2.15 \text{ mA})$.

سؤال واجب: إذا كان $V_{BE} = 0.3 \text{ V}$ ارسم الدائرة المكافئة للدائرة التالية وضع عليها البيانات، ثم ارسم خط الحمل وحدد عليه نقطة التشغيل.

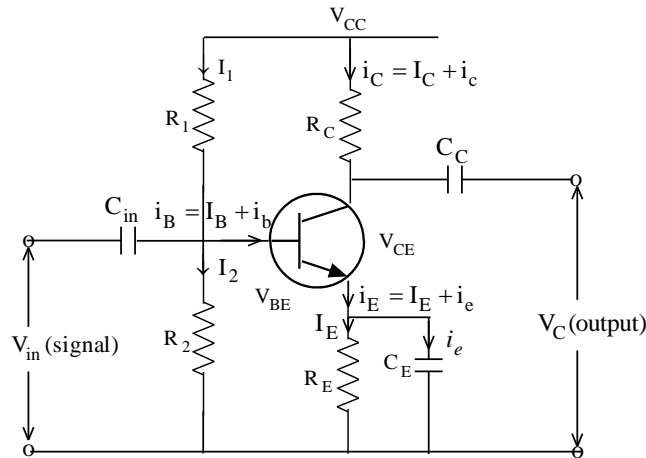


استعمال الترانزستور كمكبر : The transistor as an amplifier

عملية التكبير هو الزيادة الخطية في سعة amplitude الإشارة الكهربائية الداخلة، وهو يمثل إحدى العمليات الأساسية للترانزستور .

مكبر المرحلة الواحدة single stage amplifier:

وهو استخدام ترانزستور واحد للتكبير في دائرة كهربية كما في الشكل التالي:



I_C يمثل تيار المجمع الثابت DC ، i_c تيار الإشارة الداخلة المترددة AC و i_C مجموعهما.

I_E يمثل تيار الباعث الثابت DC ، i_e تيار الباعث للإشارة الداخلة المترددة AC و i_E مجموعهما.

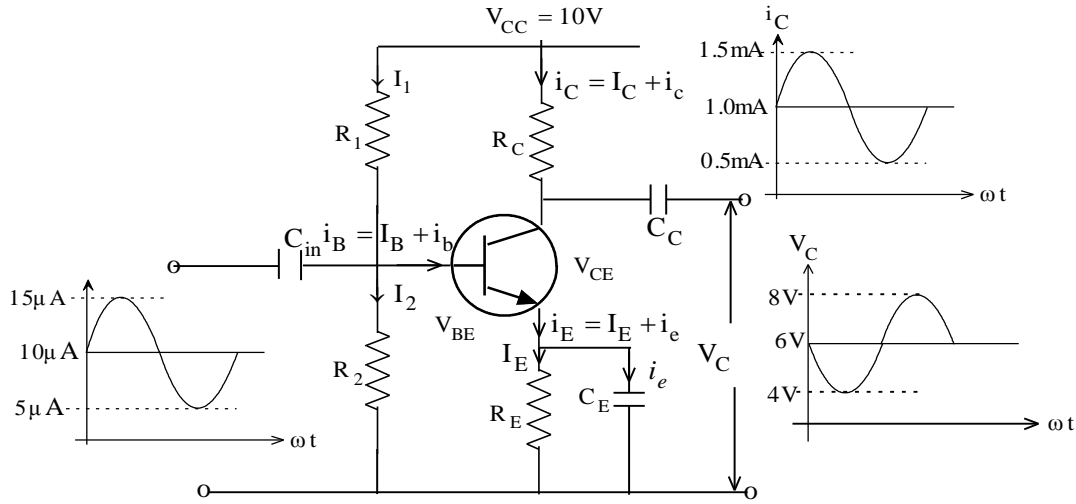
I_B يمثل تيار القاعدة الثابت DC ، i_b تيار القاعدة للإشارة الداخلة المترددة AC و i_B مجموعهما.

الجهد الخارج V_C يساوي: $V_C = V_{CC} - i_C R_C$

ويتفاضل هذه المعادلة نحصل على: $dV_C = - R_C di_C$

حيث تدل الإشارة السالبة على أن الجهد الخارج للإشارة الداخلة المترددة غير طوره phase بزاوية قدرها 180° .

مثال: في الدائرة التالية: تيار القاعدة عند نقطة التشغيل Q هو : $I_B = 10\mu A$ وأن قيمة تيار الإشارة الداخلة $5\mu A$ احسب قيم الجهد الخارج V_C علماً بأن $\beta = 100$ و $R_C = 4k\Omega$



واضح من القيم الواردة في السؤال والشكل أن التيار الداخل يزيد وينقص قيمة قدرها $5\mu A$ أعلى وأقل من $10\mu A$ ، قيمة التيار الثابت $I_B = 10\mu A$.

$$(\text{قبل إدخال الإشارة}) I_C = \beta I_B = 100 \times 10 \times 10^{-6} = 1\text{mA}$$

$$(\text{بعد إدخال القيمة الموجبة للإشارة}) i_C = \beta (I_B + i_b) = 100(10+5) \times 10^{-6} = 1.5\text{mA}$$

$$(\text{بعد إدخال القيمة السالبة للإشارة}) i_C = \beta (I_B - i_b) = 100(10-5) \times 10^{-6} = 0.5\text{mA}$$

$$\therefore V_C = V_{CC} - i_C R_C \text{ (معادلة الجهد الخارج)}$$

بتطبيق هذه المعادلة ثلاث مرات يحصل على:

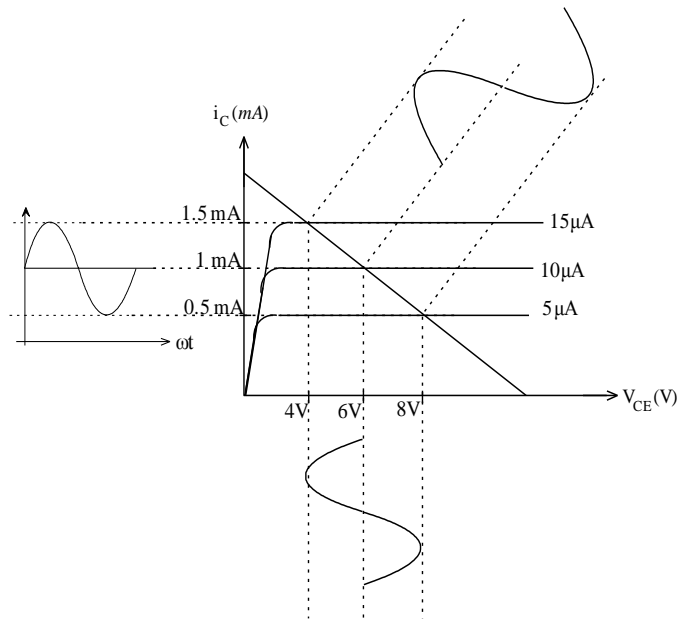
$$(\text{قبل إدخال الإشارة}) V_C = 10 - 1 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^3 = 6\text{V}$$

$$(\text{بعد إدخال القيمة الموجبة للإشارة}) V_C = 10 - 1.5 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^3 = 4\text{V}$$

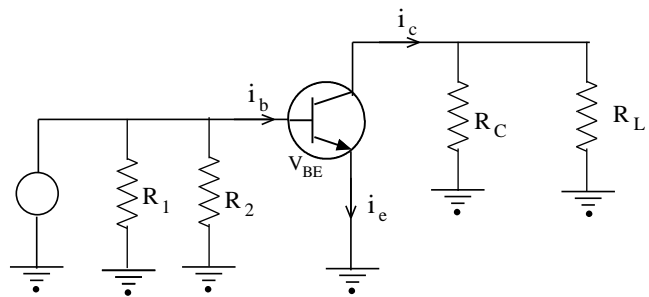
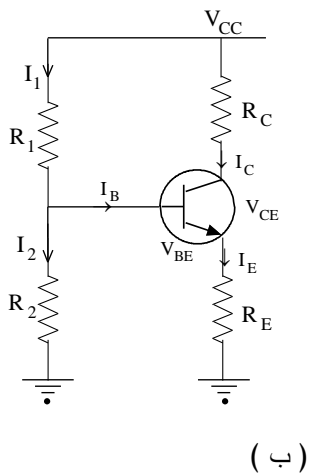
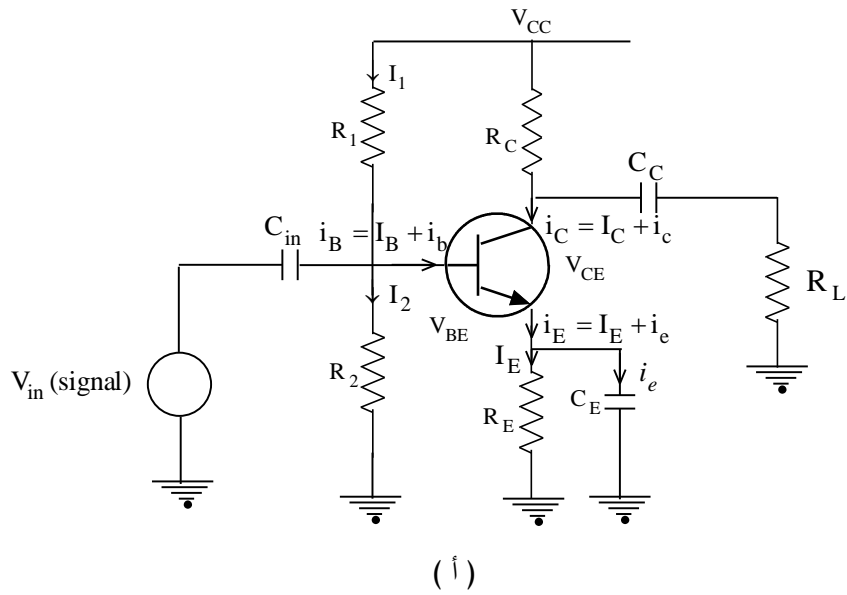
$$(\text{بعد إدخال القيمة السالبة للإشارة}) V_C = 10 - 0.5 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^3 = 8\text{V}$$

ويتضح من قيم الجهد والتيار ما يلي :

- (١) عند ما تزداد قيمة التيار الداخل من $10\mu A$ إلى $15\mu A$:
 - أ (تزداد قيمة التيار الخارج من 1mA إلى 1.5mA) (اتفاق في الطور).
 - ب (تنقص قيمة الجهد الخارج من 6V إلى 4V) (اختلاف في الطور).
- (٢) عند ما تنقص قيمة التيار الداخل من $10\mu A$ إلى $5\mu A$:
 - أ (تنقص قيمة التيار الخارج من 1mA إلى 0.5mA) (اتفاق في الطور).
 - ب (تزداد قيمة الجهد الخارج من 6V إلى 8V) (اختلاف في الطور).



الدوائر المكافئة DC and AC :Equivalent circuit



(ج)

(ب)

١ - الدائرة المكافئة D.C.:

يمثل الشكل (ب) هذه الدائرة بعد حذف الإشارة المترددة والمكثفات وقد سبق دراستها ومن ذلك معادلة خط الحمل

$$V_{CC} = V_{CE} + I_C(R_C + R_E)$$

ويرسم خط الحمل الثابت D.C. load line كالتالي:

$$\begin{aligned} \text{If : } I_C &= 0 & V_{CE} &= V_{CC} \\ \text{If : } V_{CE} &= 0 & I_C &= V_{CC} / (R_C + R_E) \end{aligned}$$

٢ - الدائرة المكافئة A.C.:

يمثل الشكل (ج) هذه الدائرة وفيها:

$$R_{ac} = R_L // R_C = R_C R_L / (R_C + R_L)$$

خط الحمل في هذه الحالة عبارة عن قيم I_C^* و V_C^* بعد إدخال الإشارة التي يراد تكبيرها وبذلك فإن:

$$V_C^* = V_{CE} + I_C R_{ac} \quad \text{أ (نقطة التقاطع مع } V_{CE} \text{ :)}$$

$$I_C^* = V_{CE} / R_{ac} + I_C \quad \text{ب (نقطة التقاطع مع } I_{CE} \text{ :)}$$