**الإختبار الفصلي** **(1443-1444**) **للمقرر** **316 ريض**

***السؤال الأول***:

أ( حدد قيمة الثوابت $α,β$ بحيث أن الدالتين $f\left(x\right)=e^{-β^{2}x}, g\left(x\right)=\sqrt{x}e^{\left(α+7\right)x}$ تنتميان إلى فضاء الدول $L^{2}(0,\infty )$

ب( تحقق أن مجموعة الدوال: $φ\_{n}\left(x\right)=\left\{cos⁡(ncos^{-1}x)\right\}\_{n\geq 1}$ متعامدة في الفضاء $L\_{ρ}^{2}[-1,1]$ حيث أن $ρ\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{1-x^{2}}}$، ثم أوجد $\left‖φ\_{n}\right‖\_{ρ}$.

*ج( هل أن الدوال:* $f\_{1}\left(x\right)=\cos(\left(2x\right)), f\_{2}\left(x\right)=sinx, f\_{3}\left(x\right)=cos^{2}x$ *مستقلة خطيا على* $R$*. علل إجابتك.*

***السؤال الثاني*:**

 أكتب المؤثرين التاليين على صيغة شتورم ليوفيل

 $L\_{1}=x\frac{d^{2}}{dx^{2}}+\left(1-x\right)\frac{d}{dx}+5$

$$L\_{2}=cosx\frac{d^{2}}{dx^{2}}+sinx\frac{d}{dx}-cos^{2}x, \left|x\right|<\frac{π}{2}$$

على الشكل: $\frac{d}{dx}\left(p(x)\frac{d}{dx}\right)+r(x)$ ودلك بالضرب في دالة الثقل المناسبة.

ب) أكتب معادلة لاقير التالية في شكل شتورم-ليوفيل $xu^{''}+\left(1-x\right)u^{'}+nu=0, x>0, n\in N$

*ثم أكتب علاقة التعامد بين الدوال الذاتية.*

***السؤال الثالث*:**

*أوجد القيم الذاتية و الدوال الذاتية لمسألة شتورم ليوفيل التالية:* $\left\{\begin{array}{c}u^{''}+λu=0, 0<x<1\\u^{'}\left(0\right)=0, u\left(1\right)=0.\end{array}\right.$

*ثم برهن أن الدوال الذاتية متعامدة في* $L^{2}(0,1)$