

$$f(x+y) = f(x) \oplus f(y) = \bar{0}$$

من ① ، ② ، ③ نجد أن  
وفي الحالة (ب) يكون لدينا :

$$f(x+y) = \bar{2} \quad ①$$

$$f(x) \oplus f(y) = \bar{0} \oplus \bar{2} = \bar{2} \quad ②$$

$$f(x) \oplus f(y) = \bar{2} \oplus \bar{0} = \bar{2} \quad ③$$

$$f(x+y) = f(x) \oplus f(y) = \bar{2}$$

بفرض  $x$  زوجي ،  $y$  فردي  
بفرض  $x$  فردي ،  $y$  زوجي  
من ① ، ② ، ③ نجد أن

مما تقدم نستنتج أن  $f$  تشاكل .

الصورة التشاكلية هي  $f(Z) = \{\bar{0}, \bar{2}\}$ .

(٢) لا ، لأن  $f$  ليس تطبيقاً متبانياً ، فواضح من تعريف  $f$  أن جميع العناصر الزوجية من مجموعة التعريف  $Z$  لها صورة مشتركة وحيدة هي  $\bar{0} \in Z_4$ .

(٣) لا ، لأن  $f$  ليس غامراً ، وذلك واضح من كون  $f(Z) \neq Z_4$ .

(٤) لا ، لأن  $f$  ليس تقابلاً .

### مثال (٥-١٥)

لنأخذ النظامين  $(Z_m, \oplus, \odot)$  ،  $(Z_m, \boxplus, \boxtimes)$  وليكن :

$$f: Z_m \rightarrow Z_m \text{ تطبيقاً ، حيث } f(x) = \bar{x}$$

اثبت أن

(أ)  $f$  تشاكل .

(ب)  $f$  تشاكل متباين .

(ج)  $f$  تشاكل غامر .

(د)  $f$  تماثل .

### الحل

قبل البدء في إثبات المطلوب نود إعطاء تعريف لكل من العمليتين  $\boxplus$  ،  $\boxtimes$  على مجموعة البواقي الصغرى غير السالبة قياس العدد الصحيح الموجب  $m$  (أنظر النظرية (٣-٤)) والملاحظات التي تليها .

$$\forall x, y \in Z_m : x \boxplus y = r$$