

## تحقيق قانون هوك والحركة التوافقية البسيطة

الغرض من التجربة :

تحقيق قانون هوك وتعيين ثابت الزنبرك  $k$

نظرية التجربة :

تعتبر القوة المطبقة على قطعة المادة اجهادًا يحدث تغيير في شكل المادة يسمى انفعالًا.

تعود تامواد المرنة إلى شكلها الأصلي بعد زوال القوة التي طبقت عليها، ويعزى ذلك إلى وجود قوة مرجعية داخل الجسم المرن والتي تتناسب طرديًا مع مقدار الانفعال بشرط أن لا يكون الإنفعال كبير جدًا ولا يتعدى حدود المرونة. وتعرف هذه العلاقة للسلوك المرن بقانون هوك. وهكذا فإن قانون هوك ينص على أن القوة المرجعية  $F$  تتناسب طرديا مع مقدار الإزاحة  $x$  الناتجة عن الإنفعال أي أن

$$F \propto x$$

$$F = -kx \quad (1)$$

ويعرف ثابت التناسب  $k$  بثابت الزنبرك ويمثل مؤشراً نسبياً لصلادة المادة. والإشارة السالبة تعني أن الإزاحة والقوة المؤثرة في اتجاهين متعاكسين.

إذا تحرك جسم مرن تحت تأثير قوة مرجعية خطية تبعًا لقانون هوك فإنه يتحرك حركة توافقية بسيطة على جانبي موضع السكون وتحتاج إلى زمن  $T$  يعرف بالزمن الدوري لكل دورة اهتزاز.

فإذا كانت  $m$  هي الكتلة المعلقة في الجسم المرن، وفي هذه التجربة سيكون هذا الجسم هو الزنبرك معلق من نهايته العليا بحامل ومعلق بطرفه الأسفل كتلة  $m$  تكون خاضعة إلى قوة جذب الأرض لها ومقدارها  $mg$  حيث  $g$  هي عجلة الجاذبية الأرضية وقوة شد النابض لها وقيمتها  $k\Delta L$  وذلك بسبب استطالة النابض بالمقدار  $\Delta L$  وتكون هاتان القوتان متساويتين ومتعاكستين فتتوازن الكتلة تحت تأثيرها :

$$mg - k\Delta L = 0 \quad (2)$$

فإذا أزيحت الكتلة  $m$  عن موضع توازنها مسافة  $x$  نحو الأسفل فإن النابض يستطيل مقدار  $x$  أيضًا وتصبح قوة شد النابض للكتلة مساوية :  $k(\Delta L + x)$  واتجاهها إلى أعلى بينما يؤثر ثقل الكتلة  $m$  رأسياً إلى أسفل، فتكون محصلة القوى المؤثرة على الكتلة مساوية :

$$F = mg - k(\Delta L + x) \quad (3)$$

ومن المعادلة (2) فإن :

$$F = -kx$$

أي أن الكتلة تكون خاضعة إلى قوة مرجعية تعيدها إلى وضع الاتزان. بتطبيق قانون نيوتن الثاني للحركة  $F = ma$  نجد أن :

$$-kx = ma = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (4)$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x$$

وهذه معادلة تفاضلية يعطى حلها الذي يحقق الشروط الحدية لها كالتالي :

$$x = x_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t$$

حيث  $x_0$  بعد الكتلة عن موضع اتزانها. ويلاحظ أن الكتلة تتحرك حركة توافقية بسيطة بين الوضعين  $x_0$  و  $-x_0$  وأنها تحتاج إلى زمن دوري  $T$  يعطى بالعلاقة التالية :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + m_0}{k}} \quad (5)$$

$m_0$  هي الكتلة الفعالة للزنبرك وتعتمد على المواصفات الهندسية للزنبرك.

ويمكن كتابة قانون هوك بدلالة معامل يونج و الإجهاد والانفعال على الصورة التالية :

$$F = \left(\frac{YA}{L_0}\right)\Delta L$$

حيث  $Y$  معامل يونج،  $A$  مساحة مقطع النابض، لذا فإن :

$$k = \frac{YA}{L_0}$$

وفي حالة النابض فإن الإجهاد المؤثر هو إجهاد القص ( $Shear$ ) . ويعتمد الثابت على معامل القص للسلك ونصف قطر السلك المصنوع منه النابض ونصف قطر ملف النابض وعلى عدد اللفات. كما يعرف ثابت النابض أحياناً بثابت الصلادة حيث يشير إلى مقدار صلادة النابض. فكلما كان الثابت  $k$  كبيراً كانت الصلادة كبيرة. ويعبر عن الثابت بوحدات  $N/m$  .

#### الأدوات المستخدمة :

نابض، حامل بقائم، مسطرة، مجموعة من الأثقال، ساعة إيقاف.

#### خطوات العمل :

##### (أ) تحقيق قانون هوك وحساب ثابت النابض :

١. استخدم المسطرة لقياس طول الزنبرك بدون أثقال (الطول الأصلي للزنبرك) وسجلي  $L_0$  .
٢. ضعي ثقلاً في نهاية النابض وقيسي طوله وسجلي القراءة في الجدول المرفق في خانة الزيادة.
٣. ضعي ثقل آخر فوق الثقل السابق فيستطيل النابض . سجلي طول النابض في الجدول.
٤. استمري في إضافة الأثقال وخذي تسع قراءات وفي كل مرة قيسي طول النابض ودونيه في الجدول.
٥. ابدئي برفع الأثقال، عندها سينكمش النابض، سجلي طول النابض في الجدول في خانة النقصان.
٦. استمري في رفع الأثقال تدريجياً ، وفي كل مرة سجلي طول النابض في الجدول، حتى تنزعي جميع الأثقال.



٧. سيكون في الجدول قراءتين مقابل كل ثقل احدهما تقابل الزيادة والأخرى تقابل النقصان. أوجدي متوسط القراءات وسجليها في الجدول المخصص لها.

٨. احسبي مقدار الاستطالة في طول النابض وذلك بطرح متوسط القراءات من الطول الأصلي للنابض وسجليها في المكان المخصص لها.

٩. ارسمي رسمًا بيانيًا يجعل الكتلة  $m$  على محور السينات والاستطالة  $\Delta L$  على محور الصادات، ستحصلين على خط مستقيم يحقق قانون هوك.

١٠. أوجدي ميل الخط المستقيم واستخدميه لحساب ثابت النابض  $k$  من العلاقة :

$$k = g \cdot \frac{1}{\text{slope}}$$

حيث  $g$  عجلة الجاذبية الأرضية  $9.8 \text{ m/s}^2$

(ب) حساب ثابت النابض من الحركة الاهتزازية للكتلة في نهاية النابض :

١. علقي كتلة في نهاية النابض ثم أزيحها مسافة صغيرة عن موضع توازنها ثم اتركها لتتحرك حركة توافقية بسيطة. فإذا كانت الاهتزازات سريعة استبدلي الكتلة بكتلة أكبر منها.

٢. عيني الزمن اللازم لعمل ٢٠ اهتزازة كاملة وليكن  $t$  ، ثم احسبي منه الزمن الدوري للاهتزازة الكاملة وليكن  $T$  .

٣. أعيدي الخطوة السابقة لكتل متزايدة ودوني نتائجك في الجدول المرفق.

٤. ارسمي رسمًا بيانيًا يجعل الكتلة  $m$  على محور السينات و  $T^2$  على محور الصادات، ستحصلين على خط مستقيم . أوجدي ميل هذا الخط ومنه احسبي ثابت النابض من العلاقة التالية :

$$k = 4\pi^2 \frac{1}{\text{slope}}$$

٥. احسبي الكتلة الفعالة  $m_0$  من الجزء المقطوع من محور السينات.

النتائج :

قارني بين قيمتي ثابت النابض المحسوبتين من الفقرتين أ و ب.!

فكر:



لو قمت بإجراء هذه التجربة على سطح القمر ، هل تتوقعين الحصول على نفس الزمن الدوري ؟