بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: 4 ساعات

مقرر 131 ريض
الفصل الدراسي الثاني 1441هـ
الاختبار النهائي

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [8 درجات]

(أ) أجر الحسابات داخل الزمرة الدائرية الضربية $\mathbb{Z}_{29}^*$ ، وذلك بملأ الفراغات الآتية:

(i) $|\mathbb{Z}_{29}^*| = \ldots$ **(ii)** $< 12 > = \{\ldots\}$ **(iii)** $|< 12 >| = \ldots$

(iv) $(28)^{-1} = \ldots$ **(v)** $12 \,.\, 17 = \ldots$ **(vi)** $17y = 28 \Rightarrow y = \ldots$

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(1) $(\mathbb{Z}^+, +)$ زمرة جزئية من الزمرة $(\mathbb{Q}, +)$.

(2) $\mathbb{Z}_7$ ليست حلقة من الحلقة $\mathbb{Z}_{14}$.

(3) $(\mathbb{R}^+, \bullet)$ زمرة جزئية من الزمرة $(\mathbb{R}^*, \bullet)$.

(4) إن علاقة قاسم لـ " | " على $\mathbb{Z}^*$ علاقة تخالفية.

(5) إن S مجموعة قابلة للعد، حيث: $S = \{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{Z}^+ \}$.

السؤال الثاني: [8 درجات]

(أ) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي:

(1) حقلاً F ، بحيث $|F| > 50$

(2) حلقة منتهية إبدالية فيها عنصر الوحدة .

(3) حلقة إبدالية غير منتهية لا تملك عنصر الوحدة .

(4) تطبيقاً $f: \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}^+$ ، بحيث يكون f ليس متبايناً ولكنه غامر.

(ب) إذا عرفنا علاقة R على $\mathbb{Z}^*$ كما يلي:

$$\forall\, x, y \in \mathbb{Z}^* : xRy \Leftrightarrow |x| = |y|$$

فأجب عما يلي:

(1) أثبت أن R علاقة تكافؤ على $\mathbb{Z}^*$.

(2) عين عناصر P ، حيث P أصناف التكافؤ المرافقة لـ R .

(3) أثبت أن P تكون تجزئة لـ $\mathbb{Z}^*$.

السؤال الثالث: [4 درجات]

إذا كان $f: (\mathbb{R}^+, \bullet) \to (\mathbb{R}^*, \bullet)$ **تطبيقاً، حيث** $f(x) = \frac{1}{x}$ **، فادرس** f **من حيث كونه:**

(i) تشاكلاً.

(ii) تشاكلاً متبايناً.

(iii) تشاكلاً غامراً.

(iv) تماثلاً.

أسأل الله لكم التوفيق والسداد