جامعة الملك سعود — الاختبار النهائي — الفصل الدراسي الأول ١٤٣٤/١٤٣٥هـ

كلية العلوم- قسم الرياضيات — في المقرر ١٣١ريض — الزمن : ثلاث ساعات

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : (أ) املأ الفراغات الآتية بما يجعل العبارات صائبة:-

(١) إن $\sim\left(p\vee\sim q\right)\equiv\cdots$ ، حيث p و q تقريران .

(٢) إذا كان -1 عنصراً في النظام $\left(\mathbb{Z},+\right)$ فإن : $\left(-1\right)^{25}=\cdots$

(٣) إذا كان 3 عنصراً في الزمرة الضربية $\mathbb{Z}_{13}^{*}$ فإن : $\left|\langle 3\rangle\right|=\cdots$

(٤) إذا كان $\sigma\in S_8$ ، حيث $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8\\8&7&5&4&3&6&1&2\end{pmatrix}$ فإن : $\left|\langle\sigma\rangle\right|=\cdots$

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي: -

(١) $\exists x\in\mathbb{R}\ni x\notin\mathbb{R}\cap\mathbb{Q}$ (٢) إذا كان $f:A\to B$ تطبيقاً فإن $f^{-1}\left(B\right)\subset A$

(٣) $\mathbb{Z}$ حقل جزئي من الحقل $\mathbb{R}$ (٤) إذا كانت $A\subseteq B$ فإن : $B'\subseteq A'$.

(جـ) متى نقول إن R_1 حلقة جزئية من الحلقة R ؟

(د) هل $\mathbb{Z}_6$ حلقة جزئية من الحلقة $\mathbb{Z}_8$ ؟ مع التبرير.

س(٢) : (أ) متى نقول عن مجموعة S إنها مجموعة غير منتهية ؟

(ب) إذا كان $f:\mathbb{Z}^{-}\to 2\mathbb{Z}^{-}$ تطبيقاً ، حيث $f\left(n\right)=2n$ فأثبت أن :

(١) f تقابل (٢) $\mathbb{Z}^{-}$ مجموعة غير منتهية (٣) $\left|\mathbb{Z}^{-}\right|=\left|2\mathbb{Z}^{-}\right|$.

(جـ) إذا كانت $S=\left\{x\in\mathbb{R}\middle|0<x<1\right\}$ مجموعة غير قابلة للعد فأثبت أن $\mathbb{R}$ غير قابلة للعد.

(د) هل النظام $\left(\mathbb{Q}^{*},\odot\right)$ ذو عملية ثنائية ؟ علماً بأن $\odot$ معرفة كما يلي :

$$\forall a,b\in\mathbb{Q}^{*}:a\odot b=ab\left(2-5b\right)$$

(هـ) املأ الفراغين الآتيين :-

(١) إن صنف التكافؤ الذي ينتمي إليه العدد $\left(-302\right)$ في $\overline{\mathbb{Z}}_{11}$ هو $\cdots$.

(٢) إذا كان x و y عنصرين في زمرة G فإن : $\left(xy\right)^{-1}=\cdots$.

س(٣) : (أ) متى نقول إن R علاقة تكافؤ في مجموعة غير خالية S ؟

(ب) إذا كانت $A=\left\{1,2,3,4\right\}$ وكانت $R=\left\{(1,1),(4,4),(2,1),(3,3),(3,4),\cdots\right\}\subseteq A^2$

فاكتب عناصر R المتبقية لتكون R علاقة تكافؤ في A ، علماً بأن : $\left|R\right|=8$.

(جـ) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي :- (١) زمرة غير إبدالية (٢) حقل غير منتهٍ (٣) حقل منتهٍ F ، حيث $\left|F\right|>30$.

(٤) نظام مغلق غير إبدالي .

(د) إذا عرفنا علاقة R على $\mathbb{Z}^{+}$ كما يلي :- $\forall x,y\in\mathbb{Z}^{+}:xRy\Leftrightarrow\frac{x}{y}$ عدد فردي

فادرس العلاقة R من حيث كونها :- (١) انعكاسية (٢) تخالفية (٣) متعدية (٤) علاقة ترتيب جزئي (٥) علاقة ترتيب كلي .