بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض
كلية العلوم / قسم الرياضيات

الاختبار النهائي في المقرر ١٣١ ريض
الفصل الدراسي الثاني ١٤٣١/ ١٤٣٢ هـ الزمن: ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة الآتية

١٧ س١: (أ) أكمل الفراغات الآتية:

(١) إن $\sim(p\wedge q) \equiv \dots$ ، حيث p و q تقريران (٢) إن $\mathbb{Z}^2 \cap \mathbb{Z}^3 = \dots$

(٣) إذا كان $f: X \to Y$ تطبيقاً وكانت $C \subseteq Y$ فإن $f^{-1}(C) = \{\dots | \dots\}$

(٤) إن نظير $(1, -2, \sqrt{2}, -\sqrt{2})$ في النظام $(\mathbb{R}^4, \oplus)$ هو ......

(٥) إن $|\sigma| = \boxed{\dots}$ ، حيث $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in S_6$

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

[١] يوجد تطبيق تقابل بين المجموعتين $\mathbb{Z}_{11}$ و $\mathbb{Z}_{11}^*$ [٢] لا يوجد حقل F بحيث $|F| = 1$

[٣] إن $(\mathbb{Z}_4, \oplus)$ زمرة جزئية من الزمرة $(\mathbb{Z}_6, \oplus)$

[٤] إذا كان $f: S \to S$ تطبيقاً متبايناً، حيث $S = \{1, 2, \dots, n\}$ فإن f غامر.

٨ س٢: (أ) انفِ العبارة « a عدد زوجي و b عدد فردي »

(ب) إذا كان $x, y \in \mathbb{Z}^+$ وكان xy عدداً فردياً فأثبت أن كلاً من x و y عدد فردي.

(ج) عين صف التكافؤ في $\mathbb{Z}_8$ الذي ينتمي إليه العدد -235

١٣ س٣: (أ) متى نقول إن R علاقة ترتيب كلي على مجموعة A ؟

(ب) إذا عرفنا علاقة R على $\mathbb{Q}$ كما يلي:

$$\forall a, b \in \mathbb{Q} : aRb \Leftrightarrow a - b = b - a$$

فادرس العلاقة R من حيث كونها:

(١) انعكاسية (٢) تماثلية (٣) متعدية (٤) علاقة ترتيب جزئي

(٥) علاقة ترتيب كلي.

(ج) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي:

[١] مجموعة جزئية فعلية من $\mathbb{R}$ غير قابلة للعد.

[٢] زمرة غير إبدالية رتبتها 24.

[٣] حلقة إبدالية منتهية فيها عنصر الوحدة.

[٤] حقل غير منتهٍ.

١٢ س٤: (أ) متى نقول إن * عملية ثنائية على مجموعة S ؟

(ب) إذا كانت * عملية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي:

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^* : a * b = \frac{b}{a}$$

فادرس النظام $(\mathbb{R}^*, *)$ من حيث كونه نظاماً:

(١) ذا عملية ثنائية (٢) إبدالياً (٣) يملك عنصراً محايداً أيسر

(٤) يملك نظيراً أيسر لكل عنصر فيه (٥) يملك عنصراً محايداً.

(ج) جد النظير الضربي للعنصر 9 في النظام $(\mathbb{Z}_{13}^*, \odot)$.