بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض	الاختبار النهائي	في المقرر ١٣١ ريض
كلية العلوم / قسم الرياضيات	الفصل الدراسي الثاني	١٤٣٢/١٤٣٣ هـ الزمن : ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة الآتية

س١: أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :- ١٢

(أ) لكل تقريرين p و q فإن: $p \longrightarrow (q \vee \sim q)$ تقرير صائب منطقياً.

(ب) توجد مجموعة S بحيث $|P(S)| = 192$.

(ج) مجموعة حل المعادلة $4x = 3$ في النظام $(\mathbb{Z}_8, \cdot)$ هي ϕ.

(د) إن $\mathbb{Z}_4$ حلقة جزئية من الحلقة $\mathbb{Z}_8$.

س٢: (أ) عيّن صف التكافؤ الذي ينتمي إليه العدد -34 في $\mathbb{Z}_9$. ١٣

(ب) إذا كانت A و B مجموعتين، حيث $|A| = |B| = n$ وكان:
$f: A \longrightarrow B$ تطبيقاً متبايناً فأثبت أن f تقابل.

(هـ) أكمل الفراغات الآتية بحيث تكون العبارات صائبة :-

١) إذا كان f و g تطبيقين من A إلى B فإن:
$g = f$ إذا كان .....

٢) نقول إن S مجموعة قابلة للعد إذا كانت S ......

٣) نقول إن G زمرة منتهية إذا كانت G .....

٤) إذا كان $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \in S_6$ فإن $|\sigma| = |\langle \sigma \rangle| = \boxed{\cdots}$

س٣: (أ) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي :- ١٥

[١] زمرة منتهية وغير إبدالية [٢] حلقة إبدالية غير منتهية

[٣] نظاماً مغلقاً لا يملك عنصراً محايداً [٤] حقلاً منتهياً.

(ب) املأ الفراغات الآتية بحيث تحصل على عبارات صائبة :-

(١) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{R} = \boxed{\cdots}$ (٢) $\mathbb{Z}^2 \cap \mathbb{Z}^3 = \boxed{\cdots}$ (٣) $\mathbb{Q}^- \cup \mathbb{Q}^+ = \boxed{\cdots}$

(٤) $\mathbb{R}^* \cap \mathbb{Z}^+ = \boxed{\cdots}$ (٥) $4 \in (\mathbb{Z}_7, \cdot) \Rightarrow 4^4 = \boxed{\cdots}$ ، $(4^{-1})^3 = \boxed{\cdots}$

(٦) إذا كانت $A_1, \dots, A_n$ مجموعات غير خالية فإن:

(i) $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = \{\cdots \mid \cdots\}$ (ii) $\prod_{i=1}^{n} A_i = \{\cdots \mid \cdots\}$

(هـ) أثبت أن S مجموعة قابلة للعد حيث $S = \{(\frac{2}{5})^n \mid n \in \mathbb{Z}^+\}$.

س٤: (أ): إذا عرفنا علاقة R على $\mathbb{R}^+$ كما يلي: ١

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^+ : aRb \Leftrightarrow \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}^+$$

فأثبت أن R علاقة تكافؤ على $\mathbb{R}^+$.

(ب) إذا كان $1 \neq x \in \mathbb{R}$ فأثبت باستخدام الاستقراء الرياضي ما يلي:

$$\forall n \in \mathbb{Z}^+ : 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^{n-1} = \frac{x^n - 1}{x - 1}$$