جامعة الملك سعود | الاختبار النهائي | الفصل الدراسي الأول ١٤٣٣/١٤٣٤هـ

كلية العلوم- قسم الرياضيات | في المقرر ١٣١ريض | الزمن : ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : (أ) إذا كان p و q تقريرين فاملأ الفراغ الآتي : $\sim(p\wedge\sim q)\equiv\cdots\cdots\cdots$.

(ب) عيِّن قيمة صواب التقرير الآتي مع التبرير: $\forall x\in A:\{x\}\subseteq P(A)$.

(جـ) أكمل ما يلي: $\mathbb{R}^5=\{\cdots\cdots|\cdots\cdots\}$.

(د) إذا كانت A و B مجموعتين بحيث $(A,\phi)=(A\cap B,B)$ فأثبت أن $A=\phi$.

(هـ) استخدم الاستقراء الرياضي لإثبات صحة التقرير الآتي:

$$P(n)\equiv 2+4+6+\cdots+2n=n(n+1),\forall n\in\mathbb{Z}^+$$

س(٢) : (أ) إذا عرَّفنا علاقة R على $\mathbb{Z}^+$ كما يلي :

$$\forall x,y\in\mathbb{Z}^+ : xRy\Leftrightarrow x|y \qquad (\ x \text{ يقسم } y\ )$$

فادرس R من حيث كونها : (١) انعكاسية (٢) تناظرية (٣) متعدية (٤) تخالفية

(٥) علاقة تكافؤ في $\mathbb{Z}^+$ (٦) علاقة ترتيب جزئي (٧) علاقة ترتيب كلِّي.

(ب) أعطِ مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي:-

(١) نظام $(S,*)$ ذو عملية ثنائية ولكنه ليس تجميعياً .

(٢) زمرة ضربية رتبتها 48 (٣) حلقة R ولكنها ليست حقلاً (٤) زمرة غير إبدالية (٥) تطبيق ثابت معرَّف على $\mathbb{R}$.

(جـ) إذا كان $\sigma\in S_6$ ، حيث $\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\ &&&&&\\ 6&4&5&2&1&3\end{pmatrix}$ فاملأ الفراغ الآتي : $\cdots=|<\sigma>|=|\sigma|$.

س(٣) : (أ) متى نقول إن R_1 حقل جزئي من الحقل $(R,+,\cdot)$ ؟

(ب) هل $\mathbb{Z}_5$ حقل جزئي من الحقل $(\mathbb{Z}_7,+,\cdot)$ ؟ مع التبرير .

(جـ) ما هو النظير الجمعي لـ $\left(-\frac{2}{3},\sqrt{6},1,-8\right)$ في $\mathbb{R}^4$ مع عملية الجمع $\oplus$ ؟

(د) متى نقول إن S مجموعة غير منتهية ؟

(هـ) إذا كانت $S=\{5,7,9,11,\cdots\}$ فأثبت أن : (١) S مجموعة قابلة للعد (٢) S مجموعة غير منتهية.