جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الفيزياء والفلك

مقرر 210 فيز

د. ناصر بن صالح الزايد
nalzayed@ksu.edu.sa

المحاضرة رقم: 15

الفصل التاسع: الاندفاع الخطي والتصادمات Linear Momentum & Collisions

9.1 حفظ الاندفاع الخطي Conservation of Linear Momentum

- يعرف الاندفاع الخطي لجسم كتلته m يتحرك بسرعة متجهة **v** كما يلي:

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v} \qquad (9.1)$$

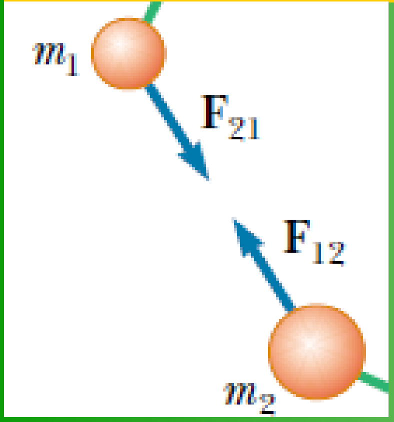
- وبالتالي فالاندفاع الخطي **P** هو كمية متجهة. ولها مركبات بحسب الإحداثيات المستخدمة. في الإحداثيات الكارتيزية: المركبات هي:

$$p_x = mv_x, \quad p_y = mv_y, \quad p_z = mv_z \qquad (9.2)$$

- هناك علاقة بين القوة **F** والاندفاع تعرف كما يلي:

$$\because F = ma$$

$$\therefore F = m\frac{dv}{dt} = \frac{dmv}{dt} = \frac{dP}{dt} \equiv \dot{P} \qquad (9.3)$$



- من أجل أن نشتق ونثبت بأن الاندفاع الكلي لنظام معزول هو كمية محفوظة (أي ثابتة لا تتغير مع الزمن) فسوف نفترض وجود جسمين m_1 و m_2 ويحصل بينهما تصادم. ثم نطبق قانون نيوتن للفعل ورد الفعل حيث أن القوة التي يتعرض لها الجسم الأول هي نفسها القوة التي يتعرض لها الجسم الثاني ولكن تختلف عنها بالإشارة فقط.
- ثم نستخدم المعادلة (9.3) للعلاقة بين القوة والاندفاع الخطي.

$$\because\ F_{21} = -F_{12}$$

$$\therefore\ F_{21} + F_{12} = 0\ \therefore$$

$$\because\ F_{21} = \frac{dp_1}{dt} \quad \text{and} \quad F_{12} = \frac{dp_2}{dt}$$

$$\therefore\ \frac{dp_1}{dt} + \frac{dp_2}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow\ \frac{d}{dt}(p_1 + p_2) = 0$$

$$\therefore\ p_1 + p_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = \text{constant}$$

$$\therefore\ \text{Total Momentum Before} = \text{Total Momentum After}$$

$$\therefore\ m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \qquad (9.5)$$

- **كويز**: قام شخص برمي كرة ما إليك بسرعة معينة فأمسكت بها. ماذا لوقام نفس الشخص برمي كرة كتلتها 10 أضعاف كتلة هذه الكرة؟ أيها أسهل بالنسبة لك: (أ) أن يرميها بنفس سرعتها؟ (ب) أو بنفس اندفاع الكرة الأولى؟ (ج) أو بنفس طاقتها الحركية؟ رتب هذه الخيارات الأسهل فالأصعب.

- **الحل**: الترتيب هو: (ب)، (ج)، (أ). والسبب في ذلك أنه عندما يكون لهما نفس الاندفاع فإن سرعة الكرة الأثقل سوف تكون عشر سرعة الكرة الأخف. وعندما يكون لهما نفس الطاقة الحركية، فأن سرعة الكرة الأثقل سوف يكون جذر 10، وفي الحالة الأولى تكون لها نفس السرعة وهي الأصعب.

الفصل التاسع: الاندفاع الخطي والتصادمات Linear Momentum & Collisions

مثال لتوضيح مبدأ حفظ الاندفاع الخطي

- **مثال (9.1):** كان هناك رائد فضاء في الفراغ حيث ابتعد قليلا عن المحطة الفضائية، وأراد العودة سريعا إلى المحطة ولم يكن معه إلا مفتاح كتلته 1 kg فقرر رمي المفتاح بسرعة ما معاكسة للاتجاه الذي يريد. إذا علمت بأن كتله رائد الفضاء هي 75 kg وأنه رمى المفتاح بسرعة مقدارها 20 m/s فكم سوف تصبح سرعة رائد الفضاء؟

- **الحل:** سوف نستخدم مبدأ حفظ الاندفاع لحل هذه المسألة. نلاحظ أن هناك حالتين: الأولى الحالة الابتدائية حيث كان كل من رائد الفضاء والمفتاح في حالة سكون. والحال الثانية عندما تم رمي المفتاح.
- مبدأ حفظ الاندفاع الخطي يعني أن الاندفاع الكلي في الحالتين متساو. نفترض بأن كتلة الرجل M وكتلة المفتاح m . وسرعة الرجل V وسرعة المفتاح v .

$$M = 75\ kg,\ m = 1\ kg,\ V_i = 0,\ v_i = 0,\ v_f = 20\ m/s,\ V_f = ?$$

$$\because\ MV_i + mv_i = MV_f + mv_f$$

$$\therefore\ 0 + 0 = (75)\,V_f + (1)(+20)$$

$$\therefore\ V_f = -\frac{20}{75} = -0.3\ m/s \qquad (1)$$

- أشارة سالب تدل على أن اتجاه سرعة رائد الفضاء بعكس اتجاه سرعة المفتاح كما هو متوقع.
- لاحظ كذلك أن سرعة رائد الفضاء صغيرة جدا من حيث المقدار بسبب كبر كتلته. إذن لو كان هناك جسمان لهما نفس الاندفاع فأن الجسم الأخف يتحرك بسرعة أكبر.

الفصل التاسع: الاندفاع الخطي والتصادمات Linear Momentum & Collisions

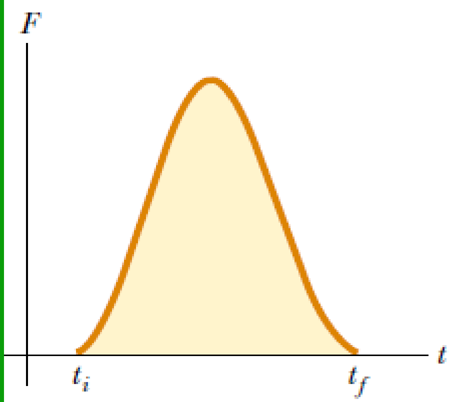
9.2 الدفع والاندفاع Impulse and Momentum

- ذكرنا سابقا أن هناك علاقة بين الاندفاع والقوة حيث: $\boldsymbol{F} = d\boldsymbol{P}/dt$
- نقوم بترتيب الحدود لنحصل على:

$$d\boldsymbol{P} = \boldsymbol{F}dt \qquad (9.7)$$

- نقوم بتكامل الطرفين:

$$\int_{t_i}^{t_f} Fdt = \Delta P = P_f - P_i = I \qquad (9.9)$$



- تسمى الكمية ***I*** الدفع. إذن الدفع يعبر عنه بأحد الصور:
- (1) التغير في الاندفاع $d\boldsymbol{P}$
- (2) التكامل على القوة خلال فترة زمنية محددة
- (3) التغير في السرعة عند ثبات الكتلة $m\boldsymbol{v}_f - m\boldsymbol{v}_i$
- والدفع معناه تغير في القوة المسلطة بشكل حاد خلال فترة زمنية قصيرة، انظر الشكل على اليسار. وبحسب الشكل فأن الدفع = المساحة تحت المنحنى

- نظرية (الدفع – الاندفاع) (*impulse–momentum theorem*): ما ذكر في معادلة (9.9) يطلق عليه نظرية الدفع – الاندفاع وفحوى النظرية: *إن الدفع الناتج من القوة **F** والتي تؤثر على جسم ما يعادل التغير في اندفاع ذلك الجسم.*

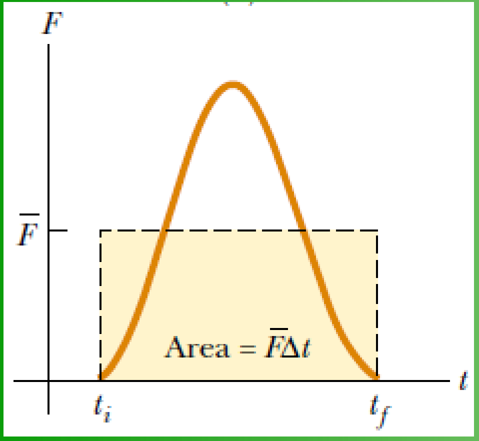
9.2 الدفع باستخدام متوسط القوة Impulse by an average force

- قد يكون من الصعب معرفة قوة مؤثرة لحظيا عندما تكون متغيرة بشكل حاد مع الزمن. ومن هنا صار يتم استخدام متوسط القوة خلال الفترة الزمنية المطلوبة. وهذا المتوسط هو عبارة عن التكامل المعطى سابقا مقسوما على التغير في الزمن.

$$\overline{F} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_f} F dt = \Delta P \qquad (9.10)$$

$$\Delta t = t_f - t_i$$

$$\therefore\ I \equiv \overline{F}\Delta t \qquad (9.11)$$



- طبعا واضح أن المعادلة (9.11) عندما تستخدم مع قوة ثابتة متوسطها يساويها فأننا نعيد نفس المعادلة ولكن بدون علامة المتوسط على القوة.
- إذن الدفع في هذه الحالة يساوي: القوة المؤثرة مضروبا في الفترة الزمنية التي تم عندها التأثير.
- مثال ذلك: الدفع عندما تضرب كرة حائطا خلال فترة زمنية قصيرة يساوي متوسط القوة المؤثرة مضروبا في زمن الالتصاق.

9.5 مثال تطبيقي على استخدام حفظ الاندفاع

- **مثال 9.5**: تقف سيارة كتلتها 1800 kg عند أشارة المرور عندما اصطدمت بها من الخلف سيارة كتلتها 900 kg تتحرك بسرعة مقدارها 20 m/s فالتصقت السيارتان معا. احسب سرعة السيارتين الملتصقتين بعد التصادم مباشرة.

- **الحل**: لأن الاندفاع محفوظ قبل وبعد التصادم مهما كان نوع التصادم، فأننا سوف نعتمد في الحل على حقيقة أن الاندفاع الكلي قبل التصادم = الاندفاع الكلي بعد التصادم. سوف نعطي السيارات الكتل m_1 و m_2 وسرعاتها الابتدائية v_{1i} و v_{2i} وسرعتهما مع بعض بعد التصادم v_f :

$$\text{given} : v_{1i} = 20\ m/s,\ v_{2i} = 0,\ m_1 = 900\ kg,\ m_2 = 1800\ kg$$

$$\because\ p_i = p_f \qquad (1)$$

$$\therefore\ m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$\rightarrow (900)(20) + (1800)(0) = (900 + 1800) vf$$

$$\rightarrow vf = \frac{18000}{2700} = 6.67\ m/s \qquad (1)$$

- يلاحظ أن سرعة السيارتين بعد الالتصاق أقل من سرعة السيارة الصغيرة قبل التصادم وهو أمر متوقع.

مثال تطبيقي على مسائل الدفع (مسألة رقم 11 من مسائل الكتاب)

- **مثال (مسألة رقم 11):** كرة فولاذ كتلتها 3 kg تتحرك بسرعة مقدارها 10 m/s وبزاوية مقدارها 60^o ضربت حائطا وارتدت منه بنفس السرعة والزاوية (الزاوية بالنسبة لسطح الحائط). احسب متوسط القوة التي تعرضت لها الكرة، إذا علمت بأن زمن التلامس يقدر بـ 0.2 s .

- **الحل:** حيث أن الكرة تصنع زاوية مقدارها 60^o مع الحائط، فهناك مركبتان للاندفاع،
- الأولى: باتجاه الحائط بشكل مباشر وتأتي من حساب جيب الزاوية sinθ
- والثانية: موازية للحائط وتأتي من حساب جيب التمام cosθ
- وكما هو واضح فإن المركبة الثانية لا قيمة لها في حساب القوة.
- إذن سوف نحسب فقط المركبة العمودية على الحائط

$$\because\ I \equiv \overline{F}\Delta t = \Delta P = mv_f - mv_i \qquad (1)$$

$$\therefore\ \overline{F}_x\Delta t = mv_{xf} - mv_{xi} \quad \text{and} \quad \overline{F}_y\Delta t = mv_{yf} - mv_{yi} \qquad (2)$$

$$x :\rightarrow\ \overline{F}_x(0.2) = (3)(-10\sin 60) - (3)(10\sin 60) = -52$$

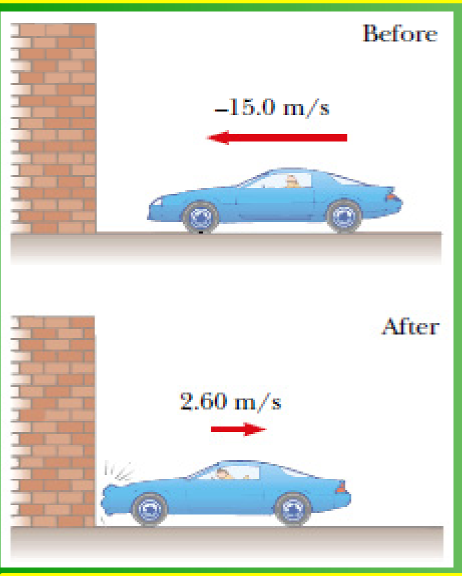
$$\therefore\ \overline{F}_x = -52/0.2 = -256\ N \qquad (3)$$

$$y :\rightarrow\ \overline{F}_y(0.2) = (3)(10\cos 60) - (3)(10\cos 60) = 0 \qquad \therefore\ \overline{F}_y = 0 \qquad (4)$$

$$\therefore\ F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{256^2 + 0^2} = 256\ N \qquad (5)$$

مثال تطبيقي على مسائل الدفع (اختبارات السيارات)

• **مثال (9.4):** يتم عمل اختبارات على السيارات بأن تتجه السيارة إلى حائط أسمنتي وتصطدم به مباشرة. فإذا اعتبرنا سيارة كتلتها 1500 kg تتجه إلى الحائط بسرعة ابتدائية موضحة في الشكل وترتد بالسرعة الموضحة كذلك. احسب الدفع ومتوسط القوة التي تتعرض لها السيارة.



• **الحل:** كما في المثال السابق تماما. ولكن في هذا المثال هناك مركبة واحدة فقط وهي باتجاه x كما في الرسم على اليسار.

$$\text{given}: v_i = -15\ m/s,\ v_f = 2.6\ m/s,\ m = 1500\ kg,\ \Delta t = 0.15\ s$$

$$\because \bar{F}\Delta t = mv_f - mv_i \rightarrow (\bar{F})(0.15) = (1500)(2.6) - (1500)(-15)$$

$$\rightarrow \bar{F} = \frac{2.64\times10^4}{0.15} = 1.76\times10^5\ \text{N} \qquad (2)$$

$$\because I = \bar{F}\Delta t = 1.76\times10^5 \times 0.15 = 2.64\times10^4\ kg.m/s \qquad (3)$$

• لاحظ كيف أن متوسط القوة يعتمد على الزمن بصورة كبيرة. فكلما كان زمن التلامس (أو الارتطام) أقل كلما كانت القوة أكبر. أن هذا هو السبب الجوهري وراء أهمية ارتداء حزام الأمان في السيارات، حيث إن الحزام يبطئ من حركة السائق إلى الأمام أثناء الارتطام، مما يمدد في زمن ارتطامه، وهو يقلل من القوة التي يتعرض لها السائق بشكل كبير جدا.

الفصل التاسع: الاندفاع الخطي والتصادمات Linear Momentum & Collisions

9.4 التصادمات المرنة وغير المرنة Elastic and Inelastic Collisions

- بكل بساطة التصادم المرن هو التصادم الذي يحفظ كلا من الاندفاع وطاقة الحركة، في حين أن التصادم عندما يكون غير مرن فهو لا يحفظ الطاقة الحركية، حيث يضيع جزء منها بسبب التشوهات أو الاحتكاك أو غير ذلك.
- لو تصورنا جسمين m_1 و m_2 يتحركان ضد بعضهما وحصل بينهما تصادم مرن فأن حفظ قوانين الاندفاع والطاقة الحركية تكتب كما يلي:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \tag{9.15}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \tag{9.16}$$