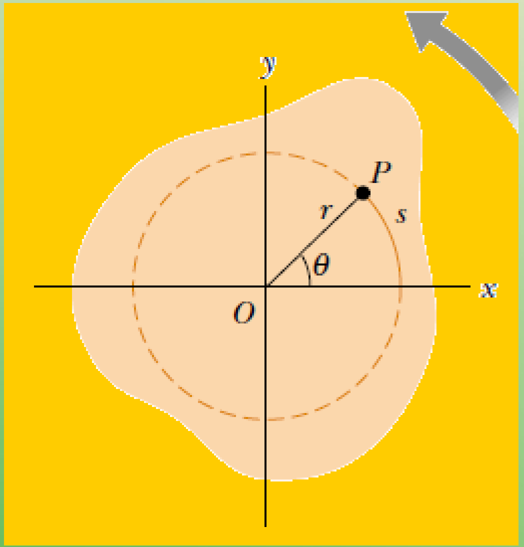
جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الفيزياء والفلك

مقرر 210 فيز

د. ناصر بن صالح الزايد
nalzayed@ksu.edu.sa

المحاضرة رقم: 17

الباب 10: دوران جسم حول محور ثابت Rot. of a Rigid O. About a Fixed Axis
10.1 الأزاحة، السرعة، والتسارع الزاوية Anduglar Disp., Veloc. And Accel.



- في الشكل المبين، جسم يدور حول محور ثابت يقع في نقطة الأصل.
- النقطة P كانت على محور x ثم تغير موقعها بسبب الدوران فانتقلت إلى موقع يبعد مسافة s على طور المحيط بالنسبة للموقع الأصلي.
- بحسب الشكل نفسه، فأن متجه الموقع r صار يصنع زاوية مقدارها t .
- لدينا العلاقات التالية:

$$s = r\theta \qquad (10.1a)$$

$$\theta = s/r \qquad (10.1b)$$

- نقوم الآن بتعريف الكميات الدورانية كما يلي:

$$\text{Angular Displacement}: \quad \Delta\theta = \theta_f - \theta_i \qquad (10.2)$$

$$\text{Average Ang. Speed}: \quad \bar{\omega} = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (10.3)$$

$$\text{Instantaneous Ang. Speed}: \quad \omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \qquad (10.4)$$

$$\text{Average Ang. Acceler.}: \quad \bar{\alpha} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad (10.5)$$

$$\text{Instantaneous Ang. Acc.}: \quad \alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (10.6)$$

10.2 الحركة الدورانية المنتظمة Uniform Rotational Motion

- فيما سبق قمنا بتعريف الأزاحة الزاوية، ومتوسط السرعة الزاوية، والسرعة الزاوية اللحظية، وكذلك متوسط التسارع الزاوي، وأخيرا التسارع الزاوي اللحظي. وهي تماثل نفس الكميات في الحركة الخطية.
- قياس هذه الكميات: الزاوية تقاس بالراديان. ω تقاس: Rad/s ، α تقاس: Rad/s^2
- ملاحظة مهمة جدا: عندما يدور جسم ما حول محور ثابت، بسرعة زاوية وتسارع زاوي معين، فأن جميع النقاط الموجودة في هذا الجسم سواء كانت بعيدة أم قريبة من محور الدوران تدور بنفس السرعة ونفس التسارع لأن الجسم واحد. ومثال ذلك الصحن الدوار: جميع الأشخاص الذين يركبون على الصحن الدوار يدورون بنفس السرعة ونفس التسارع.
- **نقوم الآن بمناقشة الحركة الدورانية المنتظمة (أي بتسارع زاوي ثابت) تماما مثل الحركة الخطية المنتظمة، ولذلك نتوقع أن نحصل على قوانين مشابهة تماما.**

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t \qquad (10.7)$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (10.8)$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \qquad (10.9)$$

if $\theta_i = 0$:

$$\theta_f = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (10.8)$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta \qquad (10.9)$$

- **مثال 10.1** : تدور عجلة بتسارع زاوي ثابت مقداره $3.5\ rad/s^2$ إذا علمت بأن السرعة الزاوية للعجلة مقدارها: $2\ rad/s$ عند اللحظة الزمنية $t = 0\ s$.
- (أ) ما هي الزاوية بعد مرور $2\ s$. (ب) احسب السرعة الزاوية عند هذا الزمن

given: $t_i = 0,\ t_f = 2\ s, \theta_i = 0,\ \omega_i = 2\ rad/s, \alpha = 3.5\ rad/s^2$

$$(a):\quad \because \theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\therefore \theta_f = 0 + (2)(2) + \frac{1}{2}(3.5)(4) = 11\ rad\ (\equiv 630^o) \qquad (1)$$

$$(b):\quad \because \omega_f = \omega_i + \alpha t$$

$$\therefore\ \omega_f = (2) + (3.5)(2) = 9\ rad/s \qquad (2)$$

- مقارنة بين قوانين الحركة الخطية المنتظمة والحركة الدورانية المنتظمة

TABLE 10.1 Kinematic Equations for Rotational and Linear Motion Under Constant Acceleration

Rotational Motion About a Fixed Axis	Linear Motion
$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	$v_f = v_i + at$
$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$
$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$	$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$

الباب 10: دوران جسم حول محور ثابت Rot. of a Rigid O. About a Fixed Axis
10.3 العلاقة بين الكميات الزاوية والخطية ANGULAR AND LINEAR QUANTITIES

- في هذا الجزء سوف نقوم بربط الكميات الزاوية بالكميات الدورانية:

$$\because v = \frac{ds}{dt} = \frac{dr\theta}{dt} = r\frac{d\theta}{dt} = r\omega$$

$$\therefore v = r\omega \qquad (10.10)$$

$$\because a_t = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = r\alpha \qquad (10.11)$$

$$\because a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{r^2\omega^2}{r} = r\omega^2 \qquad (10.12)$$

الباب 10: دوران جسم حول محور ثابت Rot. of a Rigid O. About a Fixed Axis
10.4 الطاقة الحركية الدورانية Rotational Kinetic Energy

- الطاقة الحركية الدورانية، هي الطاقة الناشئة بسبب الدوران، وبالتالي فلابد أن تعتمد على كميات دورانية.
- سوف نفترض أن لدينا جسما يدور حول محور ثابت، وأن هذا الجسم هو عبارة عن عدد كبير من الأجسام الصغيرة كتلة كل منها m_i وسرعته الخطية v_i .
- فأذن عملية دوران ذلك الجسم يمكن تمثيلها بدوران هذه الأجسام، والطاقة الحركية الكلية للجسم تعادل مجموع الطاقات الحركية لتلك الجسيمات المشكلة للجسم، والتي نعتبر أن عددها i .
- تذكر أن الطاقة الحركية لجسم كتلته m ويتحرك بسرعة v هي: $k = ½ mv^2$

Rotational Kinetic Energy 10.4 الطاقة الحركية الدورانية

$$\because K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^{\ 2}$$

$$\therefore K_R = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^{\ 2} = \frac{1}{2} \sum_i m_i r_i^{\ 2} \omega^2 \qquad (10.15)$$

$$or: K_R = \frac{1}{2} \left(\sum_i m_i r_i^{\ 2} \right) \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 \qquad (10.16)$$

where: $I = \sum_i m_i r_i^{\ 2}$

is the moment of Ineria

- K_R يمثل الطاقة الحركية الدورانية.
- لاحظ في معادلة (10.16) أننا أخرجنا السرعة الزاوية ω خارج علامة المجموع لأنه ثابت لجميع الأجسام التي تشكل الجسم الأصلي.
- لاحظ كذلك أننا ذكرنا للمرة الأولى الكمية (عزم القصور moment of inertia) I وهو دائما يحتوي على كتلة x مربع المسافة x كمية ثابتة في بعض الأحيان.
- جسم صغير m يبعد عن نقطة الأصل r ويدور حول نقطة الأصل: عزم القصور له: $I = mr^2$
- لاحظ كذلك الشبه بين الطاقة الحركية الخطية والدورانية. كل منهما لديه الكمية ½ وكل منهما لديه كمية مربعة (الخطية) v^2 والدورانية ω^2) وكل منهما لديه كمية ثابتة (الخطية) m والدورانية I).

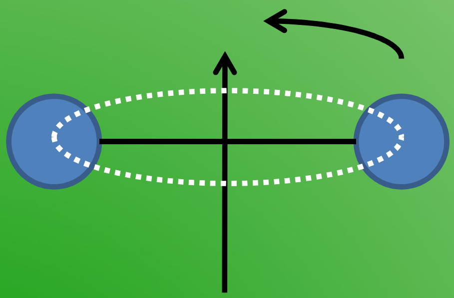
مثال على الطاقة الحركية الدورانية وعزم القصور

- **مثال 10.3** : يتكون جزئ الأكسجين من ذرتين تفصل بينهما مسافة $d = 1.21\text{x}10^{-10}$ m ، إذا علمت بأن كتلة كل ذرة هي: $m = 2.66\text{x}10^{-26}$ kg وأن السرعة الزاوية لدوران الجزئ حول المحور z هي: $4.6\text{x}10^{12}$ rad/s . (أ) احسب عزم القصور للجزئ (ب) احسب الطاقة الحركية الدورانية للجزئ.

$$\because\ I=\sum_i m_i r_i^2 = m\left(\frac{d}{2}\right)^2 = m\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}md^2 \qquad (1)$$

$$\therefore I = \frac{1}{2}(2.66\times10^{-26})(1.21\times10^{-10})^2 = 1.95\times10^{-46}\,kg.m^2 \qquad (2)$$

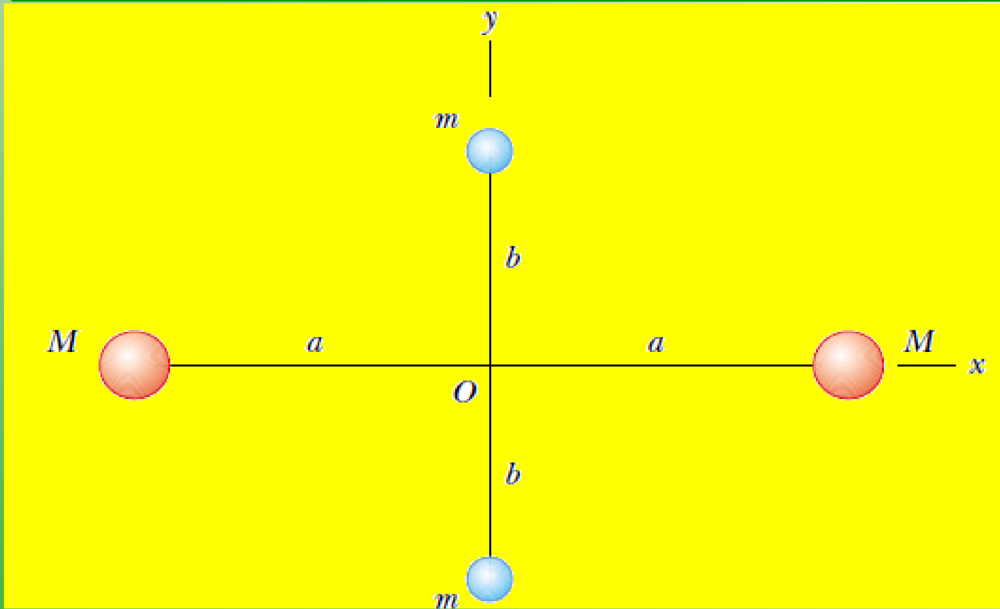
$$\because K_R = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(1.95\times10^{-46})(4.6\times10^{12})^2 = 2.06\times10^{-21}J \qquad (3)$$



- لاحظ أن كل كتلة تبعد نصف المسافة عن محور الدوران d/2
- لاحظ كذلك وحدة عزم القصور: $kg.m^2$
- لا تستغرب سرعة دوران الجزئ لأن الجزيئات تدور بسرعات عالية.

مثال آخر على الطاقة الحركية الدورانية وعزم القصور

• **مثال 10.4** : كما في الشكل، أربع كرات كتلها مبينة في الشكل ، تدور حول المحور y احسب عزم القصور والطاقة الحركية للنظام حول هذا المحور، إذا كانت السرعة الزاوية هي ω .



• **الحل**: حيث أن المطلوب هو حساب الطاقة الحركية حول محور y ، فأن كلا من الكتلتين m تبعدان مسافة 0 عن هذا المحور، ولذلك فلا قيمة لهما.

• العكس سوف يحصل لو طلب منها حساب الطاقة حول محور x حيث سوف نهمل الكتلتين M .

• إذن من المهم فهم السؤال وفهم أي محور يتم حوله الدوران.

$$\because\ I_y = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 + m(0) + m(0) = 2Ma^2 \qquad (1)$$

$$\therefore K_R = \frac{1}{2} I_y \omega^2 = \frac{1}{2}(2Ma^2)\omega^2 = Ma^2\omega^2 \qquad (2)$$

• **تذكر**: ما قلناه سابقا، I دائما يحتوى على m مضروبة في مسافة مربعة مضروبة في ثابت. الثابت هذه المرة هو a . (المقصود هو معادلة (1) أعلاه)

10.5 حساب عزوم القصور Calculation of Mements of Inertia

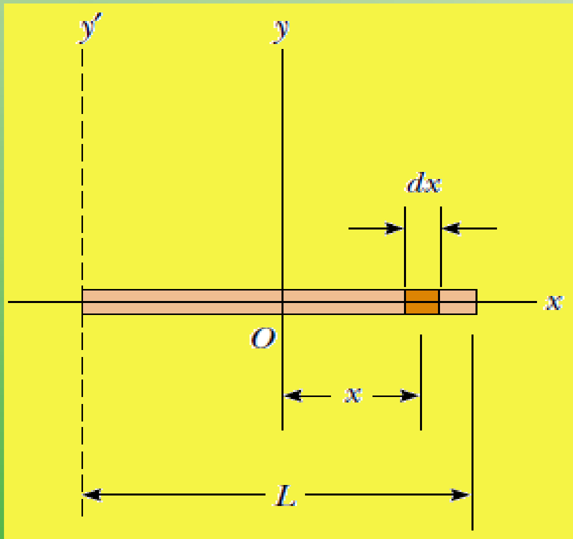
- أخذنا في الفقرات السابقة تعريف وكيفية حساب عزم القصور لجسم كتلته m يدور حول محور بمسافة مقدارها r . كذلك عرفنا بأن عزم القصور الكلي لعدد من الأجسام تدور حول نفس المحور هو عبارة عن المجموع الكلي لتلك العزوم.
- ماذا لو كان الجسم متصلا؟ مثلا شريحة مستطيلة، أو استطوانه، أو كره، أو عمود ونحو ذلك، فكيف نحسب عزم القصور الذاتي له حول محور ما.
- تماما مثل ما فعلنا عند حساب مركز الكتلة في الباب السابق، هنا كذلك سوف نستخدم التكامل ونحتاج إلى عنصر الكتلة dm وبنفس أهمية هذا العنصر في حساب مركز الكتلة، فهو هنا يحدد طريقة حساب التكامل ولذلك فهو مهم جدا، ولابد من التعود لحسابه للأجسام المختلفة.

$$I=\int r^2 dm \qquad (10.17)$$

- مرة أخرى dm هي عبارة عن عنصر يمكن تكراره ليشكل كامل الكتلة، ولابد أن يتم اختياره بحيث يكون متناسقا حول المحور. في حالة أن يكون للجسم حجم فأن: $dm = \rho\, dV$ حيث ρ هي كثافة الجسم و dV تمثل عنصر الحجم.
- لاحظ كذلك ورود r^2 مضروبة في m وهي نفس المعطيات السابقة، ونتوقع أن يظهر من التكامل ثوابت معينة ولكن لن تغير من الشكل النهائي المذكور سابقا: مسافة مربعة x كتلة x ثابت ما يتعلق بالجسم.
- حدود التكامل سوف تظهر بعد تحديد عنصر الكتلة.

Rot. of a Rigid O. About a Fixed Axis الباب 10: دوران جسم حول محور ثابت
Uniform Rigid Rod 10.5 حساب عزوم القصور لعمود منتظم

- سوف نقوم الآن بحساب عزم القصور لعمود منتظم كتلته الكلية M وطوله L يدور حول محور يمر من منتصفه، كما في الشكل.



- الحل: كما سبق، سوف نختار عنصر الكتلة المبين في الشكل، وهو عنصر يمكن تكراره عدة مرات ليغطي كامل الشكل.
- إذا افترضنا بأن الكثافة الطولية للعمود هي λ واخترنا سمك العنصر dx فأن عنصر الكتلة يصبح: λdx .
- ولأن محور y ينصف العمود، فأن حدود التكامل تصبح: -L/2 – L/2
- لاحظ أنه يمكن أن يطلب حساب عزم القصور حول محور يمر من الطرف، وفي هذه الحالة لن يتغير عنصر الكتلة، ولكن فقط حدود التكامل سوف تتغير لتصبح من 0 إلى L .

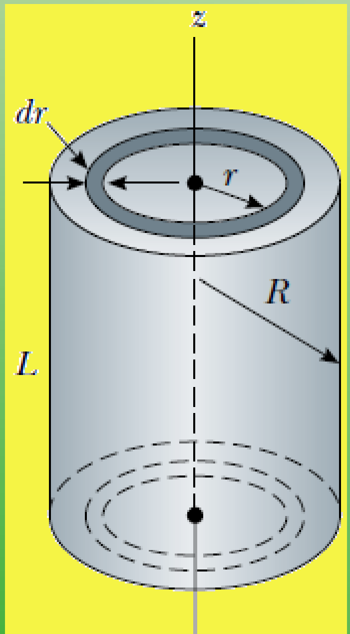
$$I_y = \int r^2 dm = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \lambda dx = \lambda \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx = \lambda \frac{x^3}{3}\Bigg|_{-L/2}^{L/2} = \lambda \frac{L^3/8 + L^3/8}{3} \qquad (1)$$

$$\therefore I_y = \lambda \frac{L^3}{12} = \lambda L \frac{L^2}{12} = \frac{1}{12} ML^2 \qquad (2)$$

الباب 10: دوران جسم حول محور ثابت Rot. of a Rigid O. About a Fixed Axis

10.5 حساب عزوم القصور لاسطوانة مصمتة منتظمه Uniform Solid Cylinder

- سوف نقوم الآن بحساب عزم القصور لاسطوانه منتظمة ومصمتة كتلتها الكلية M وطولها L ونصف قطرها R تدور حول محور يمر من مركزها، كما في الشكل.



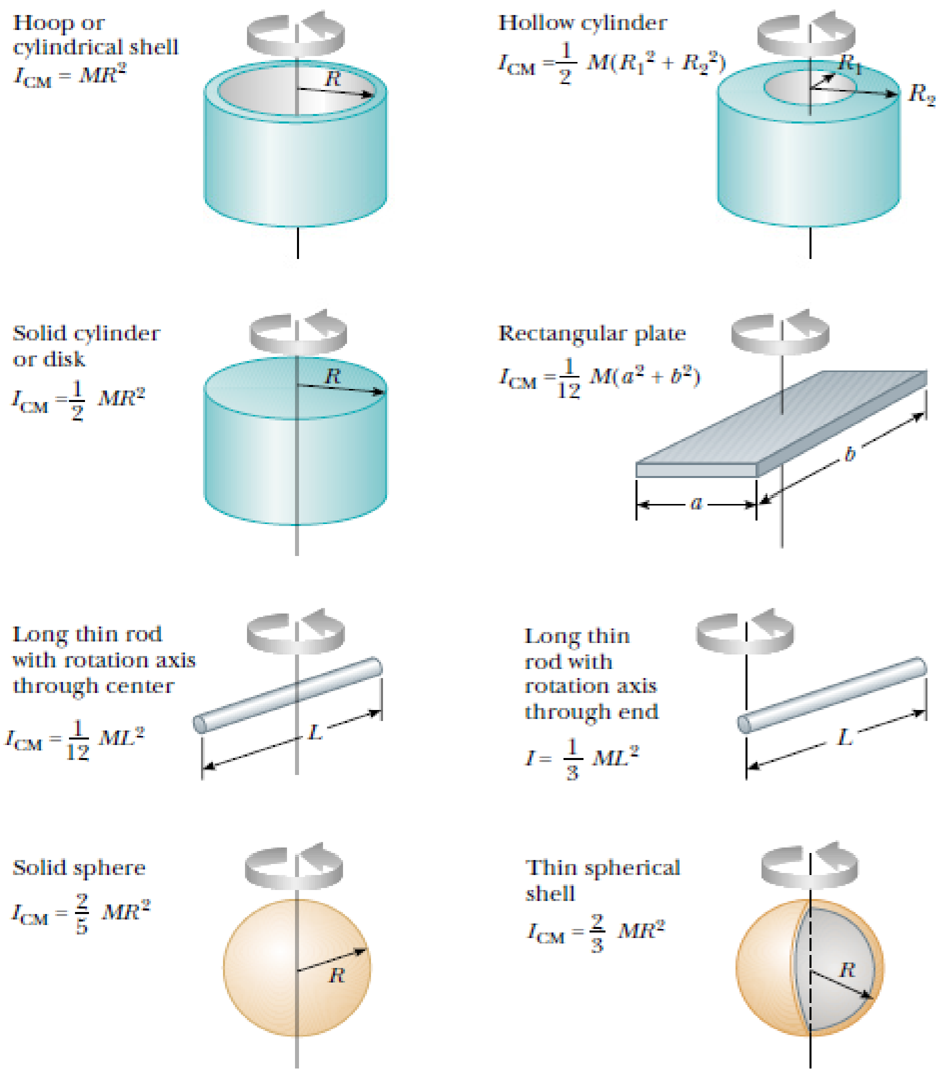
- **الحل**: كما سبق، سوف نختار عنصر الكتلة المبين في الشكل، وهو عنصر يمكن تكراره عدة مرات ليغطي كامل الشكل. وهو عبارة عن شريحة سمكها *dr* ونصف قطرها *r* وطولها *L* .
- إذا افترضنا بأن الكثافة الحجمية للاسطوانة هي ρ فأن عنصر الكتلة يصبح: ρdr2πrL (الكثافة x طول محيط العنصر x سمكه x ارتفاعه)
- ولأن محور z يمر بالمركز، فأن حدود التكامل تصبح: من 0 إلى R.
- نفس طريقة الحل ونفس النتيجة سوف نحصل عليها للقرص الذي له نفس الكتلة ونفس نصف القطر ولكن سمكه هو L (فقط غيرنا بدل الطول السمك).
- نقوم بالتكامل التالي:

$$I_z = \int r^2 dm = \int_0^R r^2 (2\pi r L dr \rho) = 2\pi L \rho \int_0^R r^3 dr = 2\pi L \rho \left. \frac{r^4}{4} \right|_0^R = 2\pi L \rho \frac{R^4}{4}$$

$$\therefore I_z = \left(\pi R^2\right) \cdot L \cdot \rho \cdot \frac{R^2}{2} = \frac{1}{2} M R^2$$

Rot. of a Rigid O. About a Fixed Axis الباب 10: دوران جسم حول محور ثابت

عزوم بعض الأشكال المعروفة



- يبين الشكل ثمانية أشكال هندسية معروفة وعزوم قصورها.
- يفضل أن يقوم الطالب بحساب هذه العزوم بالطريقة المشروحة سابقا للتدريب.
- تم تحديد محاور الدوران في كل مرة.
- لاحظ في كل الحالات وجود: M ومسافة مربعة وثابت (قد يساوي 1).
- لاحظ أن $a^2 + b^2$ هي في النهاية مسافة (طول) مربعة.
- الأشكال موجودة في الكتاب ص 304.

نظرية المحاور المتوازية parallel-axis theorem

- كثيرا ما يطلب منا حساب عزم القصور حول محور معين ولكن حساب العزم حول هذا المحور صعب بسبب صعوبة التكامل.
- إن نظرية المحاور المتوازية تسهل هذه العملية، حيث يلزم معرفة عزم القصور حول محور يمر بمركز الكتلة (مركز الاسطوانة مثلا، أو منتصف العمود)، ثم نطبق النظرية لأيجاد العزم المطلوب.
- نص النظرية: (10.18) $I = I_{CM} + Md^2$
- إذن عزم القصور حول أي محور = عزم القصور حول مركز الكتلة + الكتلة الكلية x المسافة d بين محور مركز الكتلة وأي محور أي آخر يوازيه.

- **تطبيق على النظرية.**
- نعود لمثال العمود السابق، ونريد حساب عزم القصور حول محور يمر من الطرف.

$$\because I_{CM} = \frac{1}{12}ML^2 \quad and \quad \because d = \frac{L}{2}$$

$$\therefore I = I_{CM} + Md^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ML^2$$

- **تأكد من صحة الحل.** قم باستخدام التكامل بشكل مباشر للتأكد من صحة الحل وتطابق نتيجة نظرية المحاور المتوازية مع الحل. لاحظ كيف وفرت عليك النظرية مجهودا كبيرا.

10.6 عزم اللي Torque

- أمثلة عزوم اللي تتكرر يوميا: عندما تقود السيارة وتقوم باللف يمينا وشمالا فأنت تحدث عزم لي على عجلة القيادة، عندما تحاول برم المسمار لكي يدخل في مكانه باستخدام السكروب فهذا عزم لي، والباب عندما تفتحه فأنت تحدث كذلك عزم لي عليه. وهكذا.
- يحصل عزم اللي عندما تستخدم قوة F لأحداث دوران حول محور يبعد عنها مسافة r وتصنع القوة مع هذه المسافة زاوية ϕ . أشارة عزم اللي (+) إذا كان ضد عقارب الساعة و (-) إذا كان مع عقارب الساعة
- لذا نعرف عزم اللي τ كما يلي:

$$\tau = rF\sin\phi \qquad (10.19)$$

- وحيث أن العزوم كميات متجهة، فيمكن جمعها اتجاهيا مثل القوى:

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \ldots.\tau_n \qquad (10.20)$$

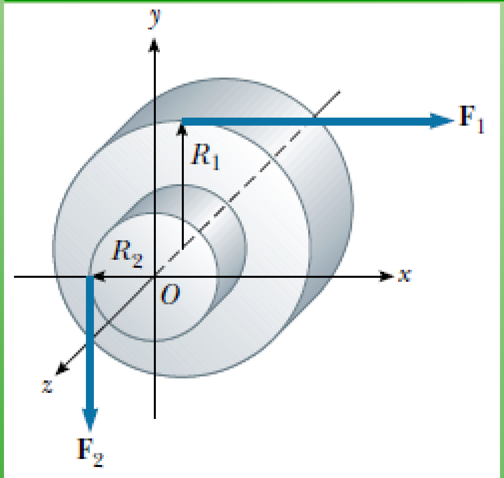
- لاحظ أنه كلا من القوة وعزم اللي يحدث حركة، ولكن الفرق بينهما أن عزم اللي هو قوة مضروبة في مسافة. لذلك فأن وحدة عزم اللي يجب أن تكون N.m .
- أيضا لاحظ أنه عندما يكون خط تأثير القوة والمسافة r متعامدين، فأن هذا يعطي أفضل عزم لي $\tau = Fr$.

- **كويز**: ما هي الكمية الفيزيائية التي لها نفس وحدة عزم اللي؟

- **الحل**: الشغل W له نفس الوحدة لأنه قوة ضرب مسافة. ولكن مفهوم الشغل مختلف تماما عن عزم اللي.

10.6 عزم اللي Torque

- مثال 10.9 : محصلة العزم على اسطوانة. كما في الشكل.
- (أ) احسب محصلة العزم الكلي
- (ب): إذا كانت $F_1=5\ N,\ R_1=1\ m,\ F_2=15\ N,\ R_2=0.5\ m$ فما هي محصلة عزم اللي، وأين اتجاه الدوران؟



$$(a)\ \because \sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = -F_1R_1 + F_2R_2$$

- +

$$(b)\ \tau_{net} = -F_1R_1 + F_2R_2$$
$$= -(5)(1) + (15)(0.5) = 2.5\ N.m$$

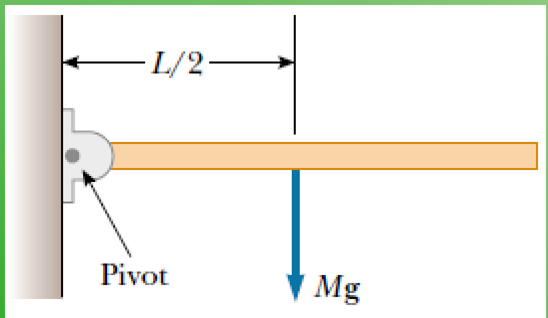
- حيث أن أشارة المحصلة موجبة، إذن الدوران بعكس عقارب الساعة

10.7 العلاقة بين عزم اللي والتسارع الزاوي Torque and Ang. Accel.

- في التعبير $\tau = rF\sin\varphi$ نحن في الحقيقة أخذنا مركبة القوة F التي تصنع زاوية قائمة مع المحور r .
- لو تأملنا في هذه القوة نجدها عبارة عن قوة مماسية F_t .

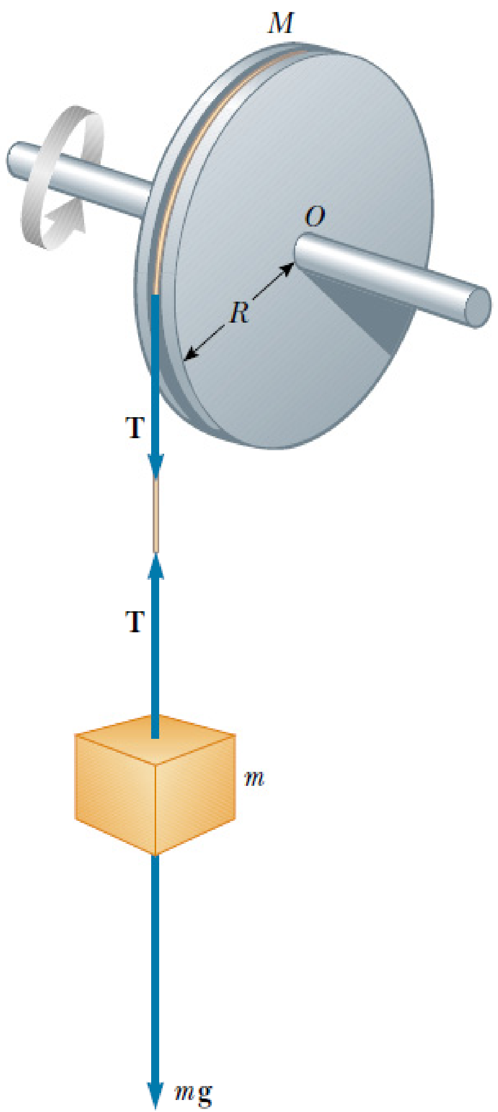
$$\because F_t = m a_t$$
$$\therefore \tau = F_t r = (m a_t) r$$
$$\because a_t = r\alpha$$
$$\therefore \tau = (m r \alpha) r = m r^2 \alpha$$
$$\because I = m r^2$$
$$\therefore \tau = I\alpha \qquad (10.20)$$

- مثال: 10.10: انظر الشكل، ما هو التسارع الزاوي والتسارع الخطي للعمود (أول ما يبدأ حركته بالنزول)



$$\because \tau = F_t r = (Mg)\frac{L}{2} \quad and \quad I = \frac{1}{3}ML^2$$
$$\because \tau = I\alpha \rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} = \left(Mg\frac{L}{2}\right)\Big/\left(\frac{1}{3}ML^2\right) = \frac{3g}{2L}$$
$$\because a_t = L\alpha = L\left(\frac{3g}{2L}\right) = \frac{3}{2}g$$

التسارع الزاوي لعجلة



- مثال 10.12: في الشكل المبين، العجلة كتلتها M ونصف قطرها R وعزم قصور ذاتي I . تم لف حبل عديم الوزن حول العجلة وتم تعليق كتلة m بالحبل. (أ) احسب التسارع الزاوي للعجلة (ب) التسارع الخطي للكتلة m (ج) مقدار الشد في الحبل

$$\because \tau = Fr = TR = I\alpha \to \alpha = \frac{TR}{I}$$

Newton's 2nd Law for m:

$$mg - T = ma = mR\alpha = mR\frac{TR}{I}$$

$$\to mg = T\left(1 + \frac{mR^2}{I}\right) = T\left(\frac{I + mR^2}{I}\right) \to T = \frac{mgI}{I + mR^2}$$

$$\therefore T = \frac{mg(1/2M\cancel{R}^2)}{1/2M\cancel{R}^2 + m\cancel{R}^2} = \frac{(0.5)(9.8)(0.5)(2)}{(0.5)(2) + 0.5} = \frac{4.9}{1.5} = 3.27\,N$$

$$\therefore \alpha = \frac{TR}{I} = \frac{(3.27)(0.3)}{(0.5)(2)(0.3)^2} = 10.9\ rad/s^2$$

$$a = R\alpha = 0.3 \times 10.9 = 3.27\,m/s^2$$

الباب 10: دوران جسم حول محور ثابت Rot. of a Rigid O. About a Fixed Axis
10.8 الشغل، القدرة والطاقة الحركية الدورانية Work, Power & K.E in Rotational Motion

- في الحركة الخطية عرفنا الشغل كما يلي:

$$dW = \mathbf{F}.ds$$

- في الحركة الدورانية نعرف الشغل بطريقة مقاربة:

$$dW = \tau d\theta \qquad (10.22)$$

- القدرة تعرف بأنها الشغل مقسوما على الزمن، وبالتالي فتعريف الشغل هل هو دوراني أم خطي هو الذي يعطي القدرة الفرق:

$$P = dW/dt = \tau\,\omega \qquad (10.23)$$

- الطاقة الحركية الخطية هي: $\frac{1}{2} mv^2$ وفي الدورانية هي:

$$K_R = \frac{1}{2} I\,\omega^2 \qquad (10.24)$$

- نفس دلالات الكميات في الحركة الخطية تفهم هنا كذلك.
- على سبيل المثال: محصلة الشغل الذي تبذله العزوم الخارجية على الجسم ليدور حول محور ثابت يعادل التغير في طاقته الحركية.
- كذلك فأن الشغل وطاقة الحركة يتحول كل منهما إلى الآخر

- في الشريحة القادمة مقارنة بين قوانين الحركة الخطية والحركة الدورانية

مقارنة معادلات أساسية في الحركتين الخطية والدورانية

TABLE 10.3 **Useful Equations in Rotational and Linear Motion**

Rotational Motion About a Fixed Axis	Linear Motion
Angular speed $\omega = d\theta/dt$	Linear speed $v = dx/dt$
Angular acceleration $\alpha = d\omega/dt$	Linear acceleration $a = dv/dt$
Resultant torque $\Sigma\tau = I\alpha$	Resultant force $\Sigma F = ma$
If $\alpha =$ constant $\begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha t \\ \theta_f - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega_f{}^2 = \omega_i{}^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \end{cases}$	If $a =$ constant $\begin{cases} v_f = v_i + at \\ x_f - x_i = v_i t + \frac{1}{2}at^2 \\ v_f{}^2 = v_i{}^2 + 2a(x_f - x_i) \end{cases}$
Work $W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau \, d\theta$	Work $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$
Rotational kinetic energy $K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$	Kinetic energy $K = \frac{1}{2}mv^2$
Power $\mathcal{P} = \tau\omega$	Power $\mathcal{P} = Fv$
Angular momentum $L = I\omega$	Linear momentum $p = mv$
Resultant torque $\Sigma\tau = dL/dt$	Resultant force $\Sigma F = dp/dt$