

اسم الطالب	
الرقم الجامعي	
رقم الشعبة	
مدرس المقرر	

(1) (6 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 - 4y$

- أوجد النقطة الحرجة الوحيدة للدالة f .
- حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f .
- جد الدالة g حيث $g(x, y) = f(x, y) - f(3, 2)$.
- جد قيمة كل من a و b بحيث $g(x, y) = (x - a)^2 + (y - b)^2$.
- استنتج أن القيمة القصوى المحلية للدالة f هي قيمة قصوى مطلقة.

(2) (6 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 - 4y$
و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x + y = 6$

- ارسم المنطقة R .
- حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
- حدد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
- دون جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

(3) (4 درجات)

احسب التكامل التالي بطريقتين :

$$\iint_R (3x^2 + xy - 4y^3) dA$$

حيث $R = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 2 \text{ و } 0 \leq y \leq 2\}$

(4) (4 درجات)

احسب التكامل التالي :

$$\iint_R (xy + 4y) dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة بالمنحنيين $y = 2x$ و $y = x^2$

الله ولي التوفيق

(1) (7 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 + 4y + 4$

1. أوجد النقطة الحرجة الوحيدة للدالة f .
2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f .
3. جد الدالة h حيث $h(x, y) = f(x, y) - f(3, -2)$
4. جد قيمة كل من a و b بحيث $h(x, y) = (x - a)^2 + (y - b)^2$
5. استنتج أن القيمة القصوى المحلية للدالة f هي قيمة قصوى مطلقة.

(2) (7 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 6x + y^2 + 4y + 4$
و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x - y = 6$

1. ارسم المنطقة R .
2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
3. حدد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
4. دَوِّن جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

(3) (5 درجات)

احسب التكامل التالي بطريقتين :

$$\iint_R (4x^3 + 3y^2 + 3) dA$$

حيث $R = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1 \text{ و } 1 \leq y \leq 2\}$

(4) (6 درجات)

احسب التكامل التالي :

$$\iint_R (2xe^y + 3y^2) dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة بالمنحنيين $y = 3x$ و $y = x^2$

الله ولي التوفيق

(1) (7 درجات)

- لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 4x + y^2 - 6y$
و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x + y = 6$
1. ارسم المنطقة R .
 2. حدد القيمة العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
 3. حدد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
 4. دَوِّن جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

(2) (8 درجات)

لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^4 + 2y^2 + 2x^2y - 2x^2 - 2y$

1. اثبت أن النقاط الحرجة للدالة f هي $(0, \frac{1}{2})$, $(1, 0)$, $(-1, 0)$.
2. حدد القيم العظمى أو الصغرى المحلية للدالة f إن وجدت.
3. جد الدالة h حيث $h(x, y) = f(x, y) - f(1, 0)$.
4. اثبت أن $h(x, y) = (x^2 - 1 + y)^2 + y^2$.
5. استنتج أن كل قيمة قصوى محلية للدالة f هي قيمة قصوى مطلقة.
6. هل توجد قيمة عظمى مطلقة للدالة f ؟

(3) (5 درجات)

احسب التكامل التالي بطريقتين :

$$\iint_R (6x^2 y - 4) dA$$

حيث $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2 \text{ و } 0 \leq y \leq 1\}$

(4) (5 درجات)

احسب التكامل التالي :

$$\iint_R (2xy + 3x^2) dA$$

حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة بالمنحنيين $y = x^2$ و $y = 3x$

الله ولي التوفيق

السؤال الأول (13 درجة)

1. لتكن f الدالة المعرفة بالشكل التالي: $f(x, y) = 3x^2y - 3y + y^3$.
 - أ- أثبت أن النقاط الحرجة للدالة f هي $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ و $(0, -1)$.
 - ب- جد القيم العظمى و الصغرى المحلية و السرجية للدالة f إن وجدت.
 - ج- أثبت أن القيم القصوى المحلية للدالة f هي قيم قصوى ليست مطلقة.
2. لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 + 4x + y^2 + 6y$ و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x + y = 6$.
 - أ- ارسم المنطقة R .
 - ب- حدد القيم القصوى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
 - ج- حدد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
 - د- دَوِّن جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

السؤال الثاني (12 درجة)

1. احسب التكامل التالي بطريقتين :
$$\iint_R (6x^2y - 4xy) dA$$
حيث $R = \{(x, y): 0 \leq x \leq 2 \text{ و } 0 \leq y \leq 2\}$
2. استعمل الإحداثيات القطبية واحسب التكامل التالي:
$$\iint_R (x^2 + y^2 + 1) dA$$
حيث R هي المنطقة المستوية المحدودة: $R = \{(x, y): x \geq 0 \text{ و } x^2 + y^2 \leq 1\}$.

السؤال الأول (13 درجة)

1. لتكن f الدالة المعرفة بالشكل التالي: $f(x, y) = 3x^2y - 3y + y^3$.
أ- أثبت أن النقاط الحرجة للدالة f هي $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ و $(0, -1)$.
ب- جد القيم العظمى والصغرى المحلية والنقاط السرجية للدالة f إن وجدت.
ج- أثبت أن القيم القصوى المحلية للدالة f هي قيم قصوى ليست مطلقة.

2. لتكن f الدالة المعرفة بالشكل الآتي: $f(x, y) = x^2 - 8x + y^2 + 2y + 4$.
و لتكن R هي المنطقة المحدودة بالمستقيمات $x = 0$ و $y = 0$ و $x - y = 6$.
أ- ارسم المنطقة R .
ب- جد القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة f إن وجدت داخل المنطقة R .
ت- جد القيم القصوى المحلية للدالة f على حدود المنطقة R .
ث- دَوِّن جميع النقاط الحرجة و القيم التي حصلت عليها في جدول و استنتج القيم القصوى المطلقة للدالة f في المنطقة المغلقة R .

السؤال الثاني (12 درجة)

1. احسب التكامل التالي بطريقتين :

$$\iint_R (8x^3 - 6y^2 + 3) dA$$

$$R = \{(x, y): 0 \leq x \leq 1 \text{ و } 1 \leq y \leq 2\} \text{ حيث}$$

2. احسب التكامل التالي :

$$\iint_R (4xy + 3y^2) dA$$

$$\text{حيث } R \text{ هي المنطقة المستوية المحدودة بالمنحنيين } y = x^2 \text{ و } y = 2x$$

الله ولي التوفيق