

اجب عن الأسئلة الآتية

س١: أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:-

(أ) إذا كانت $x, y, z \in G$ فإن: $x^{-1}y = z \Rightarrow x = yz^{-1}$

(ب) إذا كانت $H, K \leq G$ فإن $HK \leq G$

(ج) توجد زمرة G و $H, K \leq G$ بحيث:

$$|G| = 360 \quad |H| = 15 \quad |K| = 24 \quad |H \cap K| = 8$$

س٢: إذا كانت $K \leq G$ وكان $\phi: G \rightarrow G/K$ تطبيقاً، حيث:

$$\phi(g) = Kg$$

فادرس ϕ من حيث كونه تماثلاً غامراً.

س٣: إذا كانت $G = \{ A = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} \mid A \in GL(2, \mathbb{R}) \}$

$$H = \{ B = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mid B \in G \}$$

فأجب عما يأتي:-

(أ) هل $H = \mathbb{I}$ وماذا؟

(ب) امثل الفراغات الآتية:-

$$(i) GL(2, \mathbb{R}) = \dots$$

$$(ii) B_1 = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 1 & x_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in H \Rightarrow B_1 B_2 = \dots$$

$$(iii) A \in G \Rightarrow A^{-1} = \dots$$

$$(iv) B \in H \Rightarrow B^{-1} = \dots$$

$$(v) A \in G \wedge B \in H \Rightarrow A^{-1} B A = \dots$$

(ج) ماذا تستنتج من الفقرة (ب)؟

(د) ماذا تستنتج من الفقرتين (ب) و (ج) معاً؟