بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض
كلية العلوم / قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الأول في المقرر ٢٤٣ ريض
الفصل الدراسي الأول ١٤٣٩/١٤٤٠ هـ الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١: إذا كانت $G = U_{20}$ فأجب عما يأتي:

(أ) أملأ الفراغات الآتية:-

(i) $G = \{ \cdots \}$ (ii) $|G| = \cdots$ (iii) $|\langle 3 \rangle| = \cdots$

(iv) $|\langle 11 \rangle| = \cdots$ (v) $\left|\frac{G}{\langle 11 \rangle}\right| = \cdots$ (vi) $\frac{G}{\langle 11 \rangle} = \{ \cdots \}$

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:-

[1] $\langle 3 \rangle \langle 11 \rangle \leq G$ [2] $\langle 3 \rangle \cup \langle 11 \rangle \leq G$

[3] $\frac{|\langle 3 \rangle| |\langle 13 \rangle|}{|\langle 3 \rangle \cap \langle 13 \rangle|} = 8$

س٢: (أ) إذا كانت $H_1, H_2, \cdots, H_n \leq G$ فأثبت أن: $H = \bigcap_{i=1}^{n} H_i \leq G$.

(ب) إذا كانت $H \leq G$ و $N \trianglelefteq G$ فأثبت أن $HN = NH$.

(ج) هل فقرة (ب) تؤدي إلى أن $HN \leq G$؟ مع التبرير.

س٣: (أ) إذا كانت $G = GL(2, \mathbb{R})$ وكان $\Phi : G \to \mathbb{R}^*$ تطبيقاً، حيث

$$\Phi(A) = \det A = |A|$$

فادرس Φ من حيث كونه: (i) تشاكلاً غامراً (ii) تشاكلاً متبايناً.

(ب) إذا كان: $\bar{G} \to G : \Phi$ تشاكلاً غامراً نواته K، وعرّفنا علاقة Ψ من $\frac{G}{K}$ إلى $\bar{G}$ كما يلي:

$$\Psi(Kg) = \Phi(g)$$

فأثبت أن Ψ تطبيق.

نتمنى لكم التوفيق