بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض — الاختبار الفصلي الأول في المقرر ٣٤٣ ريض

كلية العلوم / قسم الرياضيات — الفصل الدراسي الثاني ١٤٣٢/١٤٣٣ هـ الزمن : ساعة ونصف

$G/N = \{x \in G \mid xN = N$

<u>اجب عن الأسئلة الآتية</u>

س١ : إذا كانت $U_n \subseteq \mathbb{Z}_n$ فأجب عما يأتي :- ٨

(أ) أكمل الفراغ :-

$U_n = \{ a \in \mathbb{Z}_n \mid (a,n)=1 \}$

(ب) أثبت أن $(U_n , \cdot)$ نظام مغلق وإبدالي .

(جـ) إذا كان $n = 15$ في الفقرة (ب) فاملأ الفراغات الآتية :-

$\boxed{1}$ $U_{15} = \{1,2,4,7,8,11,13,14\}$ $\boxed{2}$ $\langle 2 \rangle = \{2,4,8,1\}$

$\boxed{3}$ $\langle 7 \rangle = \{7,4,13,1\}$ $\boxed{4}$ إن عناصر $U_{15}/\langle 2 \rangle$ هي ....

(د) هل $\langle 2 \rangle \cup \langle 7 \rangle \leq U_{15}$ ؟ ولماذا ؟ $\{1,2,4,7,8,13\}$ $13 \cdot 13 = 1$

(هـ) هل $\langle 2 \rangle \cap \langle 7 \rangle \leq U_{15}$ ؟ ولماذا ؟

س٢ : (أ) إذا كان $\phi : G \longrightarrow \bar{G}$ تشاكلاً نواته K فاملأ الفراغات الآتية : ٨

$\boxed{1}$ $H \leq G \Longrightarrow \phi(H) = \{\phi(x) \in \bar{G} \mid x \in H \}$

$\boxed{2}$ $\bar{H} \leq \bar{G} \Longrightarrow \phi^{-1}(\bar{H}) = \{x \in G \mid \phi(x) \in \bar{H}\}$

$\boxed{3}$ $K \trianglelefteq \boxed{G}$ $\boxed{4}$ $G/K \cong \boxed{\phi(G)}$ $\ker \phi$

(ب) إذا كان ϕ في الفقرة (أ) تشاكلاً غامراً فأثبت صحة ما يلي :-

$\bar{H} \leq \bar{G} \Longrightarrow H = \phi^{-1}(\bar{H}) \leq G$

س٣ : عرّف زمرة الرباعيات Q ، ومن ثم أثبت صحة كل عبارة مما يلي :- ٤

١) Q زمرة غير إبدالية .

٢) $Z(Q) \neq \{e\}$

٣) Q زمرة غير بسيطة .

(ب) 1) $\bar{e} \in \bar{H} \Rightarrow \bar{e} = \phi(e) \in \bar{H}$

$\Rightarrow e \in H$

$\Rightarrow H \neq \emptyset$