بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض
كلية العلوم / قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الأول في المقرر ٣٤٣ ريض
الفصل الدراسي الثاني ١٤٣٣/ ١٤٣٤ هـ الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١ : (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي :-

(١) G زمرة دائرية $\Leftarrow$ G زمرة إبدالية .

(٢) إذا كان $a \in G$ بحيث $|a| > 2$ فإن $a^{-1} \neq a$.

(٣) إذا كانت $G \cong D_n$ فإن G غير إبدالية عندما يكون $n \geq 3$.

(٤) توجد زمرة G رتبتها 180 وتحوي على زمرتين جزئيتين H و K بحيث $|H| = 12$ و $|K| = 15$ و $|H \cap K| = 4$.

(ب) أكمل الفراغات فيما يأتي :

إذا كان $\bar{G} \longrightarrow G : \phi$ تشاكلاً نواته K فإن :

(i) $\phi^{-1}(\bar{g}) = \{ \cdots \}$

(ii) $\phi(G) \leq \cdots$

(iii) $G/K \cong \cdots$

س٢ : (أ) متى نقول عن زمرة G بأنها غير بسيطة ؟

(ب) أثبت أن G زمرة بسيطة، حيث $|G| = P$. (P عدد أولي).

(ج) متى نقول عن زمرتين G_1 و G_2 إنهما متماثلتان ($G_2 \cong G_1$) ؟

(د) إذا كانت G زمرة دائرية رتبتها n فأثبت أن : $G \cong \mathbb{Z}_n$.

إرشاد : ليكن $\mathbb{Z}_n \longrightarrow G : \phi$ تطبيقاً، حيث : $\phi([i]) = a^i$

س٣ : إذا كانت $\langle 6 \rangle \leq \mathbb{Z}_7^*$ فأكمل الفراغات الآتية :-

1) $\langle 6 \rangle = \cdots$

2) $[\mathbb{Z}_7^* : \langle 6 \rangle] = \cdots$

3) $\mathbb{Z}_7^* / \langle 6 \rangle = \{ \cdots \}$

4) يوجد تشاكل غامر من $\mathbb{Z}_7^*$ إلى $\cdots$