جامعة الملك سعود الاختبار الفصلي الأول الفصل الدراسي الأول 1434/1433هـ

كلية العلوم- قسم الرياضيات في المقرر 431ريض الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س(1) : (أ) أثبت أن عدد الرؤوس الفردية في أي رسم هو عدد زوجي. (درجتان)

(ب) أثبت أن الشجرة التي عدد رؤوسها $n \geq 2$ يوجد فيها على الأقل رأسان درجة كل منهما تساوي 1. (3 درجات)

(جـ) أثبت أنه إذا كان G رسما رتبته $n \geq 3$ و حجمه m، و كان $m \geq \binom{n-1}{2} + 2$، فإن G هاملتوني. (3 درجات)

س(2) : (أ) إذا كان G رسماً بحيث $\delta(G) \geq 2$ فأثبت أن G يحتوي على دورة . (درجتان)

(ب) ليكن $G = (V,E)$ رسماً بحيث $|V| = n$ و $|E| > \dfrac{n^2}{4}$.

أثبت أن G لا يمكن أن يكون ثنائي التجزئة. (3 درجات)

س(3) (أ) أثبت أنه لا يوجد رسم ثنائي التجزئة بحيث تكون المتتالية $s = (7,6,6,6,3,3,3,3,3)$ متتالية درجات له. (درجتان)

(ب) أثبت أن المتتالية $S = (9,9,8, 6,4,4,3,3,2,2)$ غير رسمية . (درجتان)

س(4) جد قيم n, m بحيث:

(أ) يكون الرسم $K_{m,n}$ هاملتونيا. (درجة ونصف)

(ب) يكون الرسم $K_{m,n}$ أويلريا. (درجة ونصف)

(ت) يكون الرسم $K_{m,n}$ شجرة. (درجة واحدة)

س(5) ليكن $G = (X,E)$ رسماً بحيث $|X| = n \geq 2$.

(أ) أثبت أنه إذا كان $\sum_{x \in X} \deg(x) > n(n-2)$ فإن الرسم G مترابط. (درجتان)

(ب) أثبت أنه إذا كان $|N(x) \cap N(y)|$ عددا فرديا، لكل رأسين مختلفين x, y ، فإن كل رؤوس الرسم G زوجية. (درجتان)