السؤال الأول

أ- أثبت أن لأي رسم G إما G أو $\bar{G}$ مترابط.

ب- إذا كانت T شجرة عدد رؤوسها n، فأثبت أن عدد أضلاعها $n-1$.

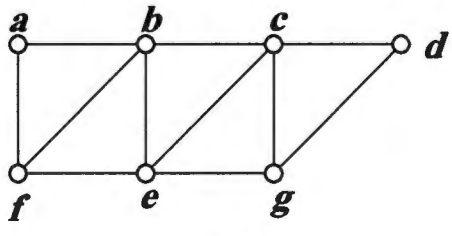
ج- أعط مثالا لرسم متتالية درجاته: 3,3,3,3,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1 .

السؤال الثاني

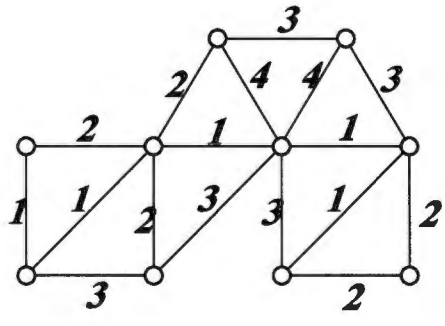
أ- جد شجرة تقص عرضي جذرها a للرسم G الممثل في الشكل أدناه.

ب- بين فيما إذا كان الرسم G الممثل في الشكل أدناه، أويلرياً أو نصف أويلري أم لا. إذا كان G أويلرياً، فجد دارة أويلرية فيه، و إذا كان G نصف أويلري فجد طريقاً أويلرياً فيه.

ج- جد شجرة مولدة صغرى للرسم الموزون H الممثل في الشكل أدناه.



G



H

السؤال الثالث يسمى الرسم G رسما متمماً لنفسه إذا كان يماثل متممه $\bar{G}$.

أ- إذا كان G رسماً متمماً لنفسه عدد رؤوسه n، فأثبت أنه إما $n \equiv 0 \pmod 4$ وإما $n \equiv 1 \pmod 4$.

ب- أثبت أن الممر P_n يكون رسماً متمماً لنفسه إذا وفقط إذا كان $n \in \{1,4\}$.

ج- جد جميع قيم n التي تجعل الدورة C_n رسماً متمماً لنفسه.

السؤال الرابع

أ- أثبت أن عدد الرؤوس التي درجتها 1 في شجرة ذات رأسين او أكثر يساوي

$$2+\sum_{\deg v_i \geq 3}(\deg v_i - 2).$$

ب- جد متتالية الدرجات لشجرة T، عدد رؤوسها 16، والتي عدد رؤوسها من الدرجة 3 يساوي 3، عدد رؤوسها من الدرجة 4 يساوي 2، و $\Delta(T)=4$. (استخدم السؤال أ-) .

ج- لتكن T شجرة لها بالضبط 5 رؤوس من الدرجة 1 وليس لها أي رأس من الدرجة 2.
أثبت أن $\Delta(T) \leq 5$، ثم أوجد كل متتاليات الدرجات الممكنة للشجرة T. (استخدم السؤال أ-) .

جامعة الملك سعود — الاختبار الفصلي الأول — الفصل الأول 1436/1435هـ
كلية العلوم- قسم الرياضيات — في المقرر 431 ريض — الزمن: ساعة ونصف

السؤال الأول

أ- أثبت أن لأي رسم G إما G أو $\bar{G}$ مترابط.

ب- إذا كانت T شجرة عدد رؤوسها n، فأثبت أن عدد أضلاعها $n-1$.

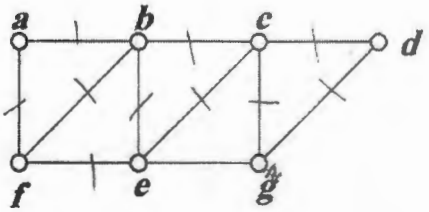
ج- أعط مثالا لرسم متتالية درجاته: 3,3,3,3,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1 .

السؤال الثاني

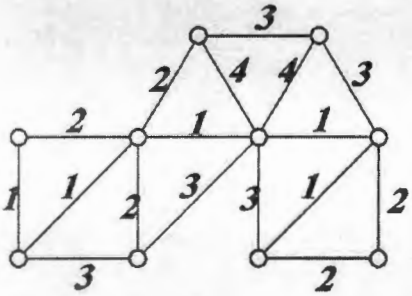
أ- جد شجرة تقص عرضي جذرها a للرسم G الممثل في الشكل أدناه.

ب- بين فيما إذا كان الرسم G الممثل في الشكل أدناه، أويلرياً أو نصف أويلري أم لا. إذا كان G أويلرياً، فجد دارة أويلرية فيه، و إذا كان G نصف أويلري فجد طريقاً أويلرياً فيه.

ج- جد شجرة مولدة صغرى للرسم الموزون H الممثل في الشكل أدناه.



G



H

السؤال الثالث يسمى الرسم G رسما متمماً لنفسه إذا كان يماثل متممه $\bar{G}$.

أ- إذا كان G رسماً متمماً لنفسه عدد رؤوسه n، فأثبت أنه إما $n \equiv 0 \pmod 4$ وإما $n \equiv 1 \pmod 4$.

ب- أثبت أن الممر P_n يكون رسماً متمماً لنفسه إذا وفقط إذا كان $n \in \{1,4\}$.

ج- جد جميع قيم n التي تجعل الدورة C_n رسماً متمماً لنفسه. $n-2-1=2 \Rightarrow n=5$

السؤال الرابع

أ- أثبت أن عدد الرؤوس التي درجتها 1 في شجرة ذات رأسين او أكثر يساوي

$$2+\sum_{\deg v_i \geq 3}(\deg v_i - 2) = |V_1|$$

ب- جد متتالية الدرجات لشجرة T، عدد رؤوسها 16، والتي عدد رؤوسها من الدرجة 3 يساوي 3، عدد رؤوسها من الدرجة 4 يساوي 2، و $\Delta(T)=4$. (استخدم السؤال أ-) .

ج- لتكن T شجرة لها بالضبط 5 رؤوس من الدرجة 1 وليس لها أي رأس من الدرجة 2.
أثبت أن $\Delta(T) \leq 5$، ثم أوجد كل متتاليات الدرجات الممكنة للشجرة T. (استخدم السؤال أ-) .

$n^2-5n+4=0$

$n^2-\frac{7}{2}n+\frac{49}{4}=-4+\frac{49}{4}$

$(n-7/2)^2=\frac{36}{4}=9$