جامعة الملك سعود   الاختبار الفصلي الأول   الفصل الأول 1436/1437هـ

كلية العلوم– قسم الرياضيات   في المقرر 431 ريض   الزمن: ساعة ونصف

ملحوظة: كل الرسوم المدروسة هنا، هي رسوم بسيطة.

السؤال الأول : (10 درجات)

(1) لتكن المتتالية $s = (6,6,6,4,3,3,3,3,3,3)$.

(أ) أثبت أن المتتالية s رسمية و جد تجسيدا لها . (3 درجات)

(ب) أثبت أنه لا يوجد تجسيد ثنائي التجزئة للمتتالية s . (درجة واحدة)

(2) (3 درجات) جد جميع قيم m, n بحيث:

(أ) يكون الرسم $K_{m,n}$ أويلريا. **(ب)** يكون الرسم $K_{m,n}$ هاملتونيا. **(ج)** يكون الرسم $K_{m,n}$ شجرة.

(3) 3 (درجات) جد جميع قيم n بحيث:

(أ) توجد شجرة T ، عدد رؤوسها n ، بحيث تكون $\overline{T}$ شجرة أيضا . **(ب)** يكون الرسم $\overline{C_n}$ أويلريا.

(ج) يكون الرسم Q_n أويلريا، حيث Q_n هو المكعب الفوقي المعرف على المتتاليات من الطول n و المأخوذة من المجموعة $\{0,1\}$.

السؤال الثاني: (7 درجات) ليكن $G=(V,E)$ رسما عدد رؤوسه n ، حيث $n \geq 2$.

(1) (درجتان) أثبت أنه إما G أو $\overline{G}$ مترابط.

(2) (درجتان) إذا كان $\delta(G) \geq k$ ، حيث k عدد صحيح موجب، فأثبت أن G يحتوي على ممر طوله على الأقل k .

(3) (درجتان) ليكن $P=(v_1,...,v_p)$ ممرا ذا طول أعظم في G، و لنفرض أن G مترابط و أن $p-1=\delta(G)\geq 2$.

(i) أثبت أن $N_G(v_1)=\{v_i : 2 \leq i \leq p\}$ و $N_G(v_p)=\{v_i : 1 \leq i \leq p-1\}$.

(ii) أثبت أن $V=\{v_i : 1 \leq i \leq p\}$ واستنتج أن G رسم تام .

(4) (درجة واحدة) باستخدام **(3)** ، أثبت أنه إذا كان G مترابطا، فإما أن G رسم تام و إما أن G يحتوي على ممر طوله على الأقل $\delta(G)+1$.

السؤال الثالث : (8 درجات)

(1) ليكن G رسما منتظما من النوع (2m+1) ، رتبته n ، حيث m , n *عددان صحيحان موجبان.*

(أ) أثبت أن n عدد زوجي بحيث $n \geq 2m+2$. (درجة واحدة)

(ب) أثبت أنه إذا كان $n \leq 4m+2$، فإن الرسم G هاملتوني. (درجة واحدة)

(ج) أثبت أنه إذا كان $n \geq 4m+4$، فإن الرسم $\overline{G}$ هاملتوني. (درجة واحدة)

(2) ليكن G رسما رتبته n و حجمه m ، بحيث $n \geq 3$.

(أ) أثبت أنه إذا كان $m \geq \binom{n-1}{2}+2$، فإن G هاملتوني. (درجتان)

(ب) أعط مثالا حيث $m=\binom{n-1}{2}+1$ و G غير هاملتوني . (درجة واحدة)

(ج) أعط مثالا حيث $m=\binom{n-1}{2}+1$ و G هاملتوني . (درجة واحدة)

(3) ليكن $G=(V,E)$ رسما مترابطا عدد رؤوسه n ، حيث $n \geq 2$. أثبت أنه إذا كان $|N_G(u)\cap N_G(v)|$ عددا فرديا، لكل رأسين مختلفين u,v ، فإن الرسم G أويلري . (درجة واحدة)