

السؤال الأول : (13 درجة)

(1) لتكن المتتالية $s = (6,6,4,3,3,3,3,3,3,3)$.

(أ) أثبت أن المتتالية s رسمية وجد تجسيدها لها. (3 درجات)
 (ب) أثبت أنه لا يوجد تجسيد ثنائي التجزئة للمتتالية s . (درجتان)

(2) (5 درجات) جد جميع قيم العدد الصحيح الموجب n بحيث:

(أ) يكون الرسم K_{n+1} نصف أوليري (ب) يكون الرسم $K_{4n,n+3}$ أوليريا.

(ج) يكون الرسم $K_{n,n+3}$ شجرة. (د) يكون الرسم $K_{4n,n+3}$ هاملتونيا.

(هـ) يكون المضموم $K_{n,n} + \overline{C_{3n}}$ رسماً أوليريا.

(3) (3 درجات) إذا كان G رسماً منتظماً من النوع $3m+1$ ، حيث $m \geq 0$ ، و عدد رؤوسه n

بحيث $n \geq 6m+4$ ، فأثبت أن الرسم \overline{G} هو رسم هاملتوني.

السؤال الثاني : (12 درجة)

(1) يسمى الرسم G رسماً متمماً لنفسه إذا كان يماثل متممه \overline{G} .

أ- إذا كان G رسماً متمماً لنفسه عدد رؤوسه n ، فأثبت أنه

إما $n \equiv 0 \pmod{4}$ وإما $n \equiv 1 \pmod{4}$. (3 درجات)

ب- إذا كان G رسماً منتظماً و متمماً لنفسه عدد رؤوسه n ، فأثبت أن $n \equiv 1 \pmod{4}$. (درجتان)

ت- أثبت أن الممر P_n يكون رسماً متمماً لنفسه إذا وفقط إذا كان $n \in \{1,4\}$. (درجتان)

(2) أ- جد شجرة تقص عرضي جذرها a للرسم G الممثل في الشكل أدناه. (درجتان)

ب- بين فيما إذا كان الرسم G الممثل في الشكل أدناه، أوليرياً أو نصف أوليري أم لا. إذا كان G أوليرياً، فجد

دائرة أوليرية فيه، و إذا كان G نصف أوليري فجد طريقاً أوليرياً فيه. (3 درجات)

