

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١) إذا كان  $G = (V, E)$  رسماً فاثبت أن  $G$  مترابط أو  $\bar{G}$  مترابط.

س(٢) أثبت أن الشجرة التي عدد رؤوسها  $n$  يكون عدد أضلاعها  $n-1$ .

س(٣) إذا كان  $\delta(G) \geq k$  فاثبت أن  $G$  يحتوي على ممر طوله على الأقل  $k$ .

س(٤) إذا كان  $G$  رسماً متمماً لنفسه (أي،  $G \cong \bar{G}$ ) عدد رؤوسه  $n$

فاثبت أنه إما  $n \equiv 0 \pmod{4}$  أو  $n \equiv 1 \pmod{4}$ .

س(٥) جد جميع قيم  $n$  بحيث تكون الدورة  $C_n$  رسماً متمماً لنفسه.

س(٦) أثبت أن المتتالية  $s = (6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 5, 3, 3, 3, 3, 3)$  رسمية وجد تجسيدها لها.

س(٧) أثبت أنه لا يوجد رسم ثنائي التجزئة بحيث تكون المتتالية  $s = (6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 5, 3, 3, 3, 3, 3)$

متتالية درجات له.

س(٨) أثبت أن عدد الرؤوس التي درجتها 1 في شجرة ذات رأسين أو أكثر يساوي  $2 + \sum_{\deg(v_i) \geq 3} (\deg(v_i) - 2)$ .

س(٩) إذا كان  $G = (X, Y, E)$  رسماً ثنائي التجزئة فاثبت أن  $|E| = \sum_{x \in X} \deg(x) = \sum_{y \in Y} \deg(y)$ .

س(١٠) إذا كان  $G = (X, Y, E)$  رسماً ثنائي التجزئة وغير صفري ومنتظماً فاثبت أن  $|X| = |Y|$ .