جامعة الملك سعود | الاختبار الفصلي الأول | الفصل الداسي الثاني 1435/1434 هـ

كلية العلوم- قسم الرياضيات | في المقرر 431 ريض | الزمن : ساعة ونصف

السؤال الأول : (5 درجات)

(1) أثبت أن عدد التباديل التامة للمجموعة $\{1,2,\ldots,n\}$ هو $d_n = n!(1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-\ldots+(-1)^n\frac{1}{n!})$

(2) أعط برهانا تركيبيا للمتطابقة: $\binom{5n}{3}=\binom{n}{3}+2\binom{2n}{3}+4n\binom{n}{2}+6n\binom{2n}{2}+4n^3$ ، حيث $n \geq 3$ عدد صحيح .

السؤال الثاني : (5 درجات)

(أ) جد عدد حدود مفكوك $(x+y+z+w)^{19}$.

(ب) جد معامل $x^7y^2z^7w^3$ في مفكوك $(x+y+z+w)^{19}$.

(ج) أوجد معامل x^{19} في مفكوك $(x^2+x^3+x^4+x^5+\ldots)^5$

(د) بكم طريقة يمكن تجزئة $5n$ عنصرا مختلفا إلى n مجموعة تتكون كل منها من خمسة عناصر ؟

(ه) جد عدد تباديل حروف الكلمة ECCENTRICITY بحيث C لا يجاور C .

السؤال الثالث : (5 درجات)

(1) جد عدد الحلول الصحيحة للمعادلة $x_1+x_2+x_3+x_4=19$ إذا كان

$$x_1 \geq -1,\quad x_2 \geq 3,\quad x_3 > 4,\quad x_4 > 5$$

(2) جد عدد الحلول الصحيحة للمتباينة $x_1+x_2+x_3 \leq 28$ ، إذا كان $x_k \geq 3k$ لكل $1 \leq k \leq 3$

(3) أوجد صيغة مختصرة للدالة المولدة العادية لعدد الحلول الصحيحة للمعادلة $2x_1+3x_2+4x_3=r$

إذا كان $x_k \geq k$ لكل $1 \leq k \leq 3$

السؤال الرابع : (5 درجات)

لتكن المجموعة $X=\{1, 2,\ldots, n\}$ ، حيث $n \geq 3$.

(أ) أوجد عدد تباديل المجموعة X التي تثبت بالضبط عنصرين اثنين.

(ب) أوجد عدد التباديل f للمجموعة X التي تحقق : $f(1) = n$.

(ج) أوجد عدد التباديل g للمجموعة X التي تحقق : $g(\{1,2\}) = \{1,2\}$.

(د) أوجد عدد العلاقات التناظرية و الانعكاسية التي يمكن تعريفها على X.

(ه) أوجد عدد العلاقات التناظرية R ، التي يمكن تعريفها على X ، بحيث $(1,2) \in R$ و $(1,n) \notin R$