

أجب عن الأسئلة الآتية

(1) ليكن N عدد التطبيقات الشاملة من المجموعة $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ إلى المجموعة $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ حيث $m \geq n$.

(أ) أثبت أن N يساوي $S(m, n) \cdot n!$ (3 درجات)

(ب) أثبت أن N يساوي

$$\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{n}{k} (n-k)^m$$

(3 درجات)

(2) (أ) أعط برهانا تركيبيا للمتطابقة: $\binom{3n}{3} = 3 \binom{n}{3} + 6n \binom{n}{2} + n^3$ حيث n عدد صحيح موجب . (درجتان)

(ب) أثبت أنه لكل عدد صحيح موجب n ، لنا : $S(n, n-1) = \binom{n}{2}$ (درجتان)

(3) (أ) بكم طريقة يمكن أن تصطف خمس سيارات حمراء مختلفة و خمس سيارات بيضاء مختلفة بحيث لا تتجاوز سيارتان حمراوان؟ (درجة ونصف)

(ب) جد عدد تبديل حروف الكلمة SUBSTITUTION بحيث

(i) T لا يجاور T . (درجة ونصف)

(ii) B, O, N تكون متجاورة . (درجة ونصف)

(ج) جد عدد الأعداد الصحيحة x بحيث $1 \leq x \leq 400$ ، 5 لا يقسم x ، 6 لا يقسم x و 8 لا يقسم x . (درجتان ونصف)

(4) (أ) جد معامل $x^5 y^2 z^3$ في مفكوك $(x+y+z)^{10}$. (درجة واحدة)

(ب) جد عدد الحلول الصحيحة للمعادلة $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17$ إذا كان

$$x_1 > -3, x_2 > -1, x_3 \geq 0, x_4 \geq 2$$

(درجتان)

(ج) جد عدد الحلول الصحيحة للمعادلتين $x_1 + x_2 = 13$ و $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 25$

إذا كان $x_k \geq 0$ لكل $1 \leq k \leq 5$. (درجتان ونصف)

(د) إذا كانت A مجموعة منتهية غير خالية عدد عناصرها n فجد عدد العلاقات التخالفية التي يمكن تعريفها على A . (درجتان ونصف)