

السؤال الأول: (4 درجات)

- (أ) اثبت أن $S(n+1, k) = S(n, k-1) + kS(n, k)$ لكل عددين صحيحين موجبين n, k حيث $\binom{4n}{3} = 2\binom{n}{3} + \binom{2n}{3} + 6n\binom{n}{2} + 2n\binom{2n}{2} + 2n^3$ ، حيث $n \geq 3$ عدد صحيح.

السؤال الثاني: (6 درجات)

(أ) جد معامل $x^2y^5z^4$ في مفوك $(x+y+z)^{11}$

(ب) جد عدد حدود مفوك $(x+y+z)^{11}$

(ج) جد عدد تباديل حروف الكلمة RECURRENCE في كل من الحالتين التاليتين:

. (ii) لا يظهر E على يمين R (i) لا يجاور E

السؤال الثالث: (6 درجات)

(أ) جد عدد الحلول الصحيحة لالمعادلة $x_1 \geq -3, x_2 > 2, x_3 \geq 2, x_4 \geq 1$ إذا كان $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 17$

(ب) جد عدد الحلول الصحيحة الآنية للمعادلتين $x_1 + x_2 = 13$ و $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 27$ إذا كان $1 \leq k \leq 5$ لكل $x_k \geq 0$

(ج) جد عدد الحلول الصحيحة لالمعادلة $0 \leq x_1 \leq 5, 0 \leq x_2 \leq 6, 0 \leq x_3 \leq 9$ إذا كان $x_1 + x_2 + x_3 = 15$

السؤال الرابع: (9 درجات)

(أ) جد عدد التباديل f للمجموعة $\{1, 2, \dots, n\}$ ، حيث $n \geq 3$ عدد صحيح، في كل من الحالات التالية:

f ترك كل عدد فردي في موضعه الطبيعي و يجعل كل عدد زوجي في غير موضعه الطبيعي. (i)

f ترك بالضبط k عددا في أماكنها الطبيعية، حيث $1 \leq k \leq n$ (ii)

$1 \leq k \leq n-2$ و f ترك بالضبط k عددا في أماكنها الطبيعية، حيث $f(1)=n$ و $f(n)=1$ (iii)

(ب) جد عدد العلاقات التنازلية التي يمكن تعريفها على المجموعة $\{1, 2, \dots, n\}$ ، حيث n عدد صحيح موجب.

(ج) جد عدد العلاقات التخاليفية R التي يمكن تعريفها على المجموعة $\{1, 2, \dots, n\}$ ، بحيث $R \subseteq \{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\} \in R$ حيث $n \geq 3$ عدد صحيح.

(د) إذا كانت $A = \{1, 2, \dots, m\}$ و $B = \{1, 2, \dots, n\}$ حيث $3 \leq m \leq n$ ، فجد عدد التطبيقات $f: A \rightarrow B$ التي تحقق ما يلي : $\forall x_1, x_2 \in \{3, \dots, m\}, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ و $f(1) = 2$ و $f(2) = 1$