جامعة الملك سعود　　الاختبار الفصلي الثاني　　الفصل الأول 1437/1436هـ

كلية العلوم– قسم الرياضيات　　في المقرر 431 ريض　　الزمن: ساعة ونصف

السؤال الأول: (10 درجات)

(أ) (درجة واحدة) جد معامل $x^8y^6z^5$ في مفكوك $(x+y+z)^{19}$

(ب) (3 درجات) جد عدد تباديل حروف الكلمة CHARACTERIZATION في كل من الحالات التالية:

(i) A لا يجاور A　　**(ii)** لا يظهر I على يسار A　　**(iii)** حروف العلة متجاورة

(ج) (درجتان) أعط برهانا تركيبيا للمتطابقة: $\binom{3n}{2}=\binom{n}{2}+\binom{2n}{2}+2n^2$ ، حيث $n\geq 2$ عدد صحيح.

(د) (درجتان) جد عدد الحلول الصحيحة للمعادلة $x_1+x_2+x_3=19$ إذا كان $x_3>5$ ، $x_2\geq 7$ ، $x_1\geq -2$

(ه) (درجتان) جد عدد الحلول الصحيحة للمعادلة $x_1+x_2+x_3=19$ إذا كان

$0\leq x_3\leq 7$ ، $0\leq x_2\leq 8$ ، $0\leq x_1\leq 9$

السؤال الثاني: (9 درجات)

(أ) (3 درجات) أثبت أن عدد الدوال الشاملة من مجموعة عدد عناصرها m إلى مجموعة عدد عناصرها n ، حيث $m\geq n$ ، يساوي $n!S(m,n)$

(ب) (3 درجات) ليكن n عددا صحيحا موجبا . أثبت أن عدد التباديل التامة للمجموعة $\{1,2,...,n\}$ هو

$$d_n=n!(1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-...+(-1)^n\frac{1}{n!})$$

(ج) (3 درجات) جد عدد التباديل f للمجموعة $\{1,2,...,2n\}$، حيث $n\geq 3$ عدد صحيح، في كل من الحالات التالية:

(i) f تترك كل عدد زوجي في موضعه الطبيعي و تجعل كل عدد فردي في غير موضعه الطبيعي.

(ii) f تترك بالضبط n عددا في أماكنها الطبيعية.

(iii) f تترك بالضبط n عددا في أماكنها الطبيعية، $f(1)=2$ ، $f(2)=n$ ، و $f(\{n,2n\}=\{1,2n\}$

السؤال الثالث: (6 درجات)

(أ) (درجتان) أوجد صيغة مختصرة للدالة المولدة العادية للمتتالية (a_n)، حيث لكل عدد صحيح $n\geq 0$ ، a_n يساوي عدد الحلول الصحيحة غير السالبة للمعادلة $3x_1+x_2+5x_3+4x_4+x_5=n$.

(ب) (درجتان) أوجد صيغة مختصرة للدالة المولدة العادية للمتتالية (a_n)، حيث $a_n=n^2 5^n$ لكل عدد صحيح $n\geq 0$.

(ج) (درجتان) باستخدام دالة مولدة أسية، أو جد عدد المتتاليات من الطول r ، المأخوذة من المجموعة $\{1,2,3,4,5\}$ و التي يظهر فيها كل من 1 و 3 و 5 مرة واحدة على الأقل .