بسم الله الرحمن الرحيم

كلية العلوم	الاختبار النهائي	الفصل الثاني ٢٩-١٤٣٠هـ
قسم الرياضيات	٤٥٦ ريض	الزمن ٣: ساعات

السؤال الأول: أ) أوجد حل المسألة التالية باستخدام الرسم. (٣ درجات)

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + x_2 \\ \text{s. t.} \quad & 2x_1 + 3x_2 \le 12 \\ & 2x_1 + x_2 \le 8 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

ب) عندما تتغير b_1 إلى $b_1 = 12 + \delta$، أوجد قيم δ التي تبقي الأساس الأمثلي، أمثليا في المسألة الجديد ، مع بيان قيم المتغيرات الأساسية وقيمة دالة الهدف. ما هو الحل الأمثل عندما $\delta = -6,\ \delta = 8,\ \delta = 15$. (٥ درجات)

السؤال الثاني: أوجد حل المسألة التالية باستخدام طريقة تحليلية. (٦ درجات)

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{s. t.} \quad & x_1 + x_2 \le 5 \\ & x_1 + 2x_2 \ge 8 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

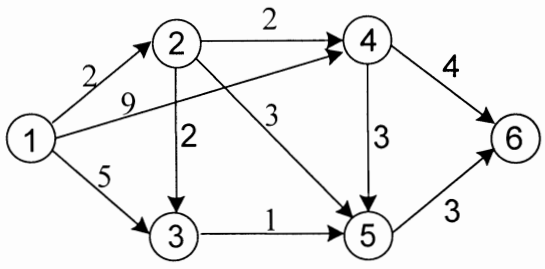
السؤال الثالث: أوجد حل المسألة التالية (٩ درجات)

$$\begin{aligned} \min z = \; & x_{11} + 2x_{12} + 4x_{13} + 3x_{14} \\ & 5x_{21} + 6x_{22} + 2x_{23} + x_{24} \\ & 3x_{31} + 5x_{32} + 3x_{33} + 4x_{34} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{s. t.} \quad & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 6 \\ & x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 8 \\ & x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 14 \\ & x_{11} + x_{21} + x_{31} = 5 \\ & x_{12} + x_{22} + x_{32} = 4 \\ & x_{13} + x_{23} + x_{33} = 9 \\ & x_{14} + x_{24} + x_{34} = 10 \\ & x_{ij} \ge 0, \quad (i = 1:3, j = 1:4) \end{aligned}$$

السؤال الرابع: أ) في الشبكة التالية احسب أقصر مسافة من المدينة 1 إلى بقية المدن. (٤ درجات)

ب) أوجد المسار ذا أقصر مسافة من المدينة 1 إلى المدينة 6. هل هذا المسار وحيد؟ إذا لم يكن كذلك، أوجد مسارا آخر. (٣ درجات)



السؤال الخامس: أ) اوجد حل المسألة التالية: (٥ درجات)

$$\min z = 3x_{11} + 5x_{12} + 8x_{13} + 6x_{14}$$
$$2x_{21} + 4x_{22} + 9x_{23} + x_{24}$$
$$4x_{31} + 6x_{32} + 11x_{33} + 2x_{34}$$
$$x_{41} + 4x_{42} + 5x_{43} + 6x_{44}$$

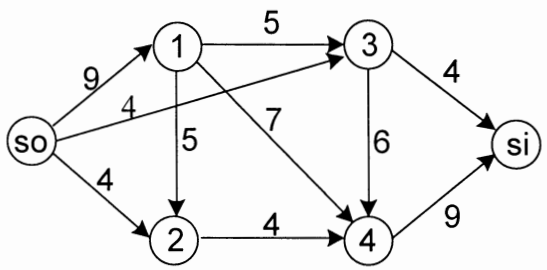
$$\text{s. t.} \quad x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1$$
$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 1$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad (i, j = 1:4)$$

ب) أوجد جميع حلول هذه المسألة. (درجتان)

السؤال السادس: أحسب قيمة التدفق الأعظم في الشبكة التالية من المنبع so إلى المصب si بطريقتين مختلفتين بحيث تكـــون جميع الأضلاع في الطريقة الأولى أمامية، ويكون أحد الأضلاع على الأقل في الطريقة الثانية عكسي. (٨ درجات)



السؤال السابع: لتكن لدينا المسألة التالية (٥ درجات)

$$\min w = y_1 - 5y_2 + 6y_3$$
$$\text{s. t.} \quad 2y_1 + 4y_3 \geq 50$$
$$y_1 + 2y_2 \geq 30$$
$$y_3 \geq 10$$
$$y_1, y_2, y_3 \quad urs$$

أ- أوجد المسألة المرافقة لهذه المسألة، وبين أنه ليس للمسألة المرافقة حل.

ب- أوجد قيما للمتغيرات y_1, y_2, y_3 تحقق شروط المسألة الأصلية.

ج- ماذا تستطيع أن تستنتج عن نوع المسألة الأصلية. (لها حل وحيد، لها أكثر من حل، ليس لها حل، غير محدودة الحل، غير منتظمة).

مع تمنياتي لكم بالتوفيق

لا يكتب في
هذا الهامش

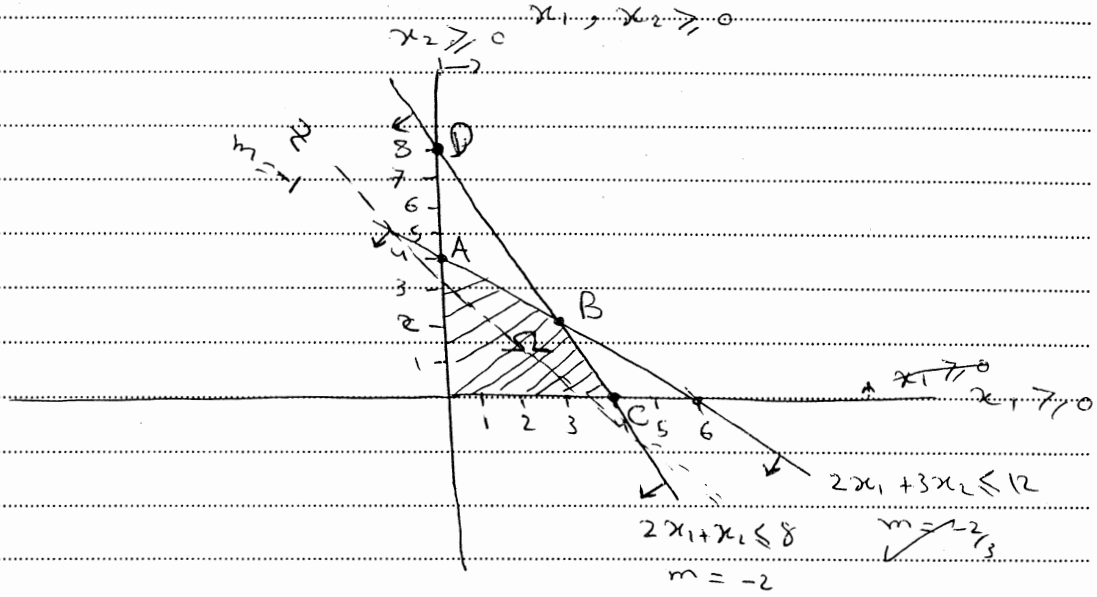
أ)

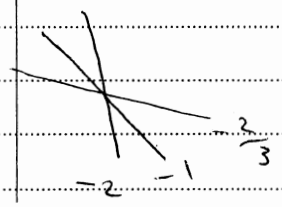
$$\max z = x_1 + x_2$$

$$s.t \quad 2x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$





-1 ... $-\frac{2}{3}$ ... -2

إذاً النقطة B هي حل لمسألة البرنامج الخطي

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -1$$

$$2x_1 + 3x_2 = 12 \quad \Rightarrow \quad 2x_2 = 4 \Rightarrow x_2 = 2$$

$$2x_1 + x_2 = 8 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 3$$

إذن $B = (3, 2)$ و $z^* = 5$

لا يكتب في هذا الهامش

ب) عندما تتغير b_1 إلى $12+\delta$ كيف يتغير الحل الأمثل؟

لأول نوجد مدى تغير δ بحيث يبقى هذا الحل أمثل $-4 \le \delta \le 12$

$$8 \le b_1 \le 24$$

$$2x_1 + 3x_2 = 12 + \delta \quad (3/4)$$
$$2x_1 + x_2 = 8$$

$$\Rightarrow 2x_2 = 4 + \delta \Rightarrow x_2 = 2 + \frac{\delta}{2}$$
$$2x_1 = 8 - 2 - \frac{\delta}{2} = 6 - \frac{\delta}{2}$$
$$x_1 = 3 - \frac{\delta}{4}$$

$$z = 4 + \frac{\delta}{2} - \frac{\delta}{2} = 4$$

عندما $\delta = 16$ أو $\delta = -6$ فهي خارج مدى التغير

$$z = 6 - \frac{\delta}{2} + 2 + \frac{\delta}{2} = 8$$

$$z = 3 - \frac{\delta}{4} + 2 + \frac{\delta}{2} = 5 + \frac{\delta}{4}$$

عندما $\delta = 15$ خارج $x_1 = -12/4$ ، $x_2 = 18/2$

عندما $\delta = 12$ $x_1 = 3/4$ ، $x_2 = 10/2$

أصبح الحل ليس أمثل لأن $x_1 < 0$

عندما $\delta = 8$

$x_1 = 1$ $x_2 = 6$

$z^* = 7$ (3/4)

عندما $\delta = -6$ $x_1 = 3/2$ ، $x_2 = -1$

ليس أمثل لأن $x_2 < 0$

لا يكتب في
هذا الهامش

$$\max z = 2x_1 + x_2$$

$$s.t \quad x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

~~$\max z = 2x_1 + x_2$~~

$$z - 2x_1 - x_2 - s_1 - e_1$$

$$x_1 + x_2 + s_1 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 - e_1 = 8$$

$$x_1, x_2, s_1, e_1 \geq 0$$

~~$\sum y = \sum a_i$~~

$$\min y = a_1$$

$$s.t \quad x_1 + x_2 + s_1 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 - e_1 + a_1 = 8$$

y	x_1	x_2	s_1	e_1	a_1	Rhs
1	0	0	0	0	-1	0
	1	1	1	0	0	5
	1	2	0	1	1	8

y	x_1	x_2	s_1	e_1	a_1	
1	1	2	0	1	0	8
	1	1	1	0	0	5
	1	2	0	1	1	8

لا يكتب في
هذا الهامش

y	x_1	x_2	s_1	e_1	a_1	RHS	
1	1	[2]	0	1	0	8	
	1	1	1	0	0	$s_1=5$	5
	1	[2]	0	1	1	$a_1=8$	[4]

y	x_1	x_2	s_1	e_1	a_1	
1	0	0	0	0	-1	0
	1/2	0	1	-1/2	-1/2	$s_1=5$
	1/2	1	0	1/2	1/2	$x_2=4$

الآن سنقل لـ max z

z	x_1	x_2	s_1	e_1	
1	-2	-1	0	0	0
	1/2	0	1	-1/2	$s_1=5$
	1/2	1	0	1/2	$x_2=4$

z	x_1	x_2	s_1	e_1		
1	(-3/2)	0	0	1/2	4	
	1/2	0	1	-1/2	$s_1=5$	10
	[1/2]	1	0	1/2	$x_2=4$	(8)

أي x_1 هو المحور

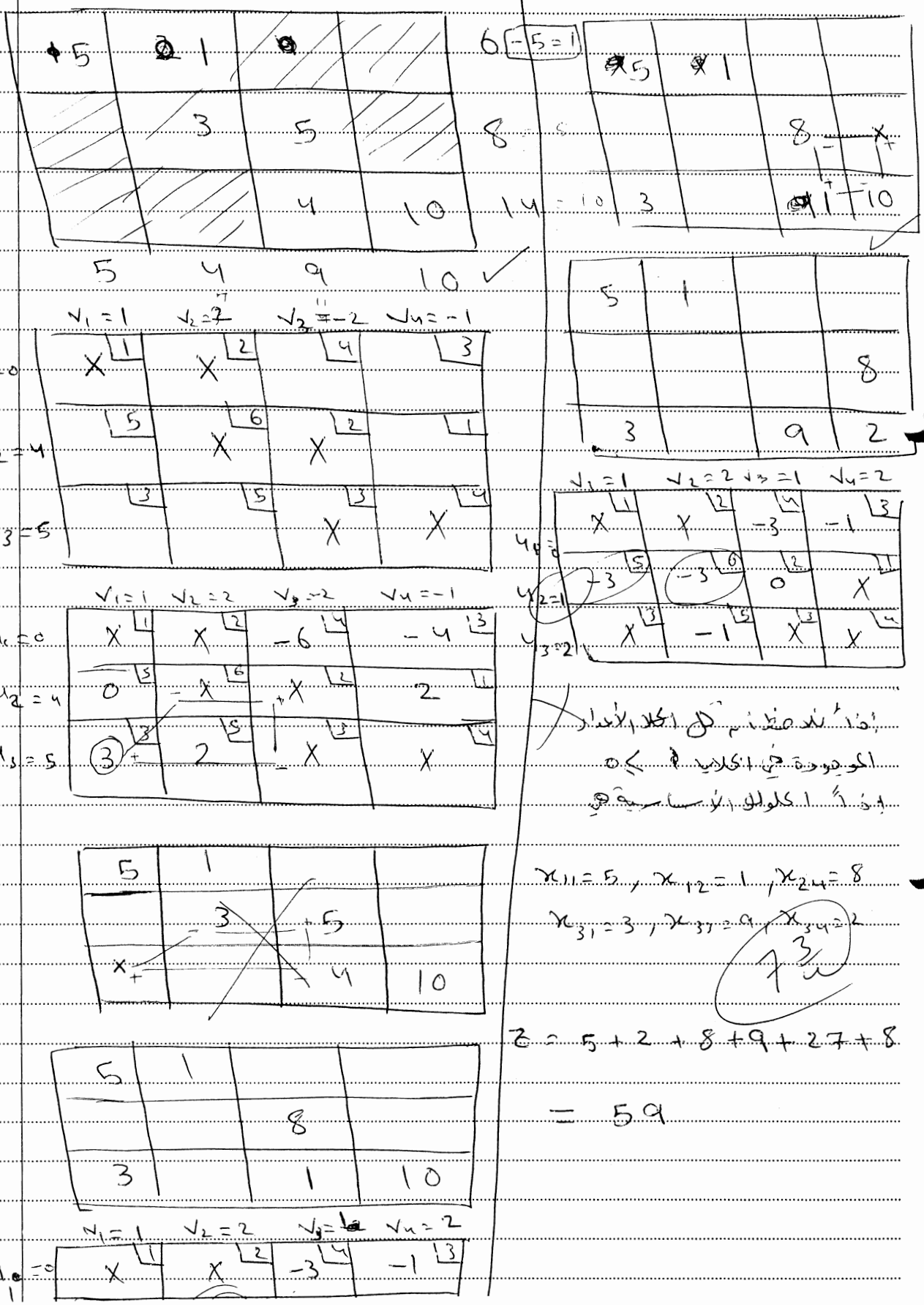
z	x_1	x_2	s_1	e_1	RHS
1	0	3	0	2	16
	0	-1	1	-1	$s_1=5$
	1	2	0	1	$x_1=8$

5

إذن: $x_1^* = 8$, $s_1^* = 5$

$x_2^* = 0$, $e_1^* = 0$

لا يكتب في
هذا الهامش



إذا تساوت كل الأعداد
الموجودة في الخلايا ≥ 0
إذاً الحل الأساسي

$x_{11}=5,\ x_{12}=1,\ x_{24}=8$

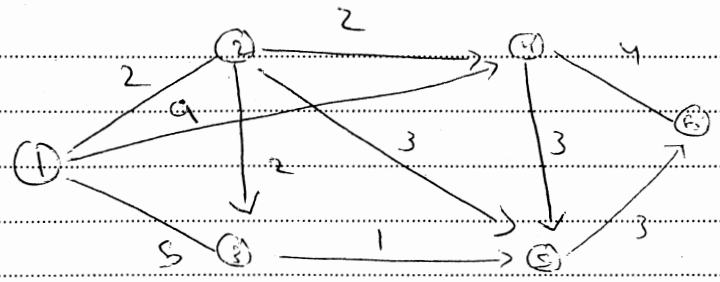
$x_{31}=3,\ x_{33}=1,\ x_{34}=2$

$z = 5+2+8+9+27+8$

$= 59$

السؤال الرابع

لا يكتب في هذا الهامش



أ) المسافة بين المدينة ① و ② هي 2 وهو (1,2)

المسافة بين المدينة ① و ③ هي 4 وهو (1,2)-(2,3)

المسافة بين المدينة ① و ④ هي 4 وهو (1,2)-(2,4)

المسافة بين المدينة ① و ⑤ هي 5 وهو (1,2)-(2,5)

المسافة بين المدينة ① و ⑥ هي 8 وهو (1,2)-(2,5)-(5,6)

ب) المسار الأقصر بين المدينة ① و ⑥ هو كالتالي

1	2	3	4	5	6
0*	2	5	9	∞	∞
0*	2*	4	4	5	∞
0*	2*	4*	4	5	∞
0*	2*	4*	4*	5*	8*

(7)

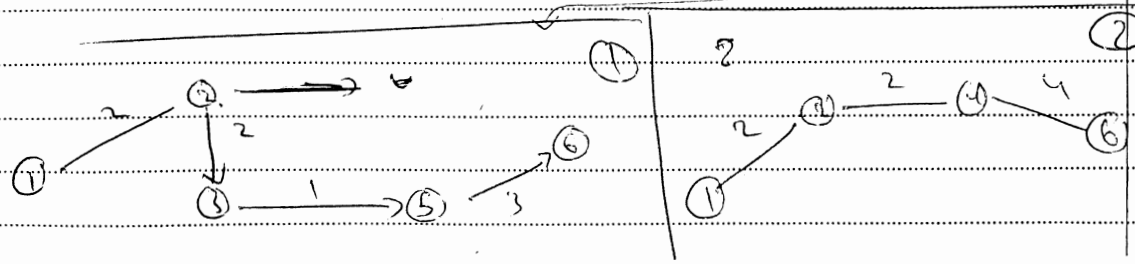
(1) إذاً المسار الأول هو

(1,2)-(2,3)-(3,5)-(5,6)

(2) المسار الثاني هو

(1,2)-(2,4)-(4,6)

[0* 2* 4* 4* 5* 8*]



لا يكتب في هذا الهامش

السؤال الرابع

3	5	8	6	3
2	4	9	1	1
4	6	11	2	2
1	4	5	6	1

↓

0	2	5	3
1	3	8	0
2	4	9	0
0	3	4	5

0 2 4 0

↓

0	0	1	3
1	1	4	0
2	2	5	0
0	1	0	5

↓

	0	1	4
0	0	3	0
1	1	4	0
0	1	0	4

(أ)

(ب) الحل الأساسي الأول هو

$x_{11}, x_{22}, x_{34}, x_{43}$

الحل الأساسي الثاني هو

$x_{12}, x_{21}, x_{34}, x_{43}$

الحل الأساسي الثالث هو

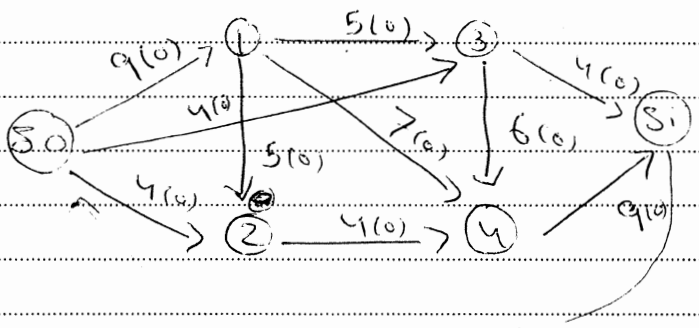
$x_{12}, x_{24}, x_{34}, x_{43}$

(ج) الحل الأول: $z = 3 + 4 + 2 + 5 = 14$

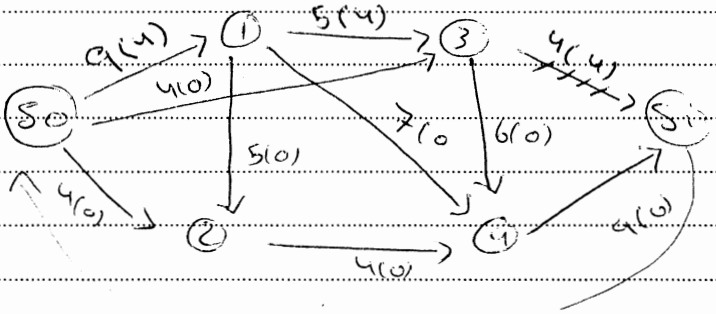
الحل الثاني: $z = 5 + 4 + 3 + 4 = 16$

الحل الثالث: $z = 5 + 1 + 2 + 5 = 13$

السؤال السادس



$q_0(0)$



$(S_0, 1)(1, 3) - (3, S_1)$

لا يكتب في
هذا الهامش

max z

min w	$x_1 \leq$	x_2	x_3	
y_1 ≥	2	1	0	= 1
	0	0	0	
y_2 ≤	0	2	0	= 5
y_3 ≥	4	0	1	= 10
	~~50~~	~~30~~	~~10~~	
	~~≤50~~	~~≤30~~	~~≤10~~	
	≥50	≥30	≥10	

~~max z = x_1 + x_2~~

$y_1 = y_1' - y_1''$

$y_2 = y_2' - y_2''$

$y_3 = y_3' - y_3''$

$$\min w = y_1' - y_1'' - 5y_2' + 5y_2'' + 6y_3' - 6y_3''$$

s.t $2y_1' - 2y_1'' + 4y_3' - 4y_3'' \geq 50$

$y_1' - y_1'' + 2y_2' - 2y_2'' \geq 30$

$y_3' - y_3'' \geq 10$

$y_1', y_1'', y_2', y_2'', y_3', y_3'' \geq 0$

max z

min w

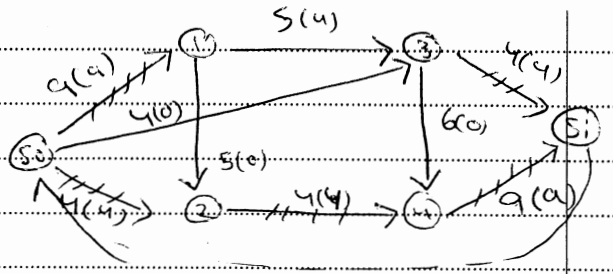
	x_1'	x_1''	x_2'	x_2''	x_3'	x_3''
y_1'	2	1	0	0	0	0
y_1''	−2	−1	0	0	0	0
y_2'	0	2	0	0	0	0
y_2''	0	−2	0	0	0	0
y_3'	4	0				
y_3''						

لا يكتب في هذا الهامش

نبحث

نقل كلية ص ٦ هي ب،

(So, 2) – (2, 4) – (4, Si)

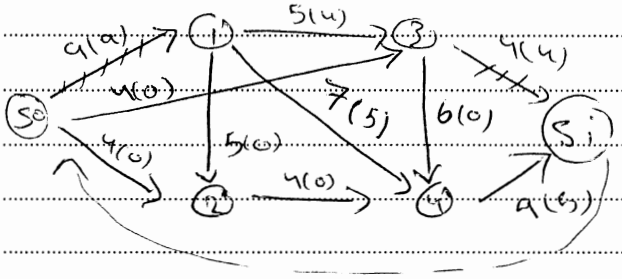


$q_0(13)$

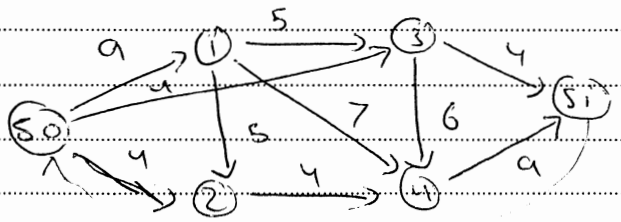
إذاً قيمة المقص هي 13

الآن نقل كلية ص ٤ هي ب 5

(So, 1) – (1, 4) – (4, Si)



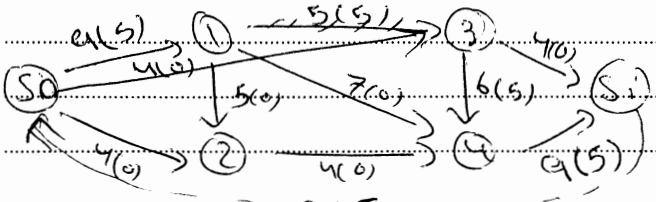
$q_0(9)$



$q_0(9)$

نقل كلية ص ٤ هي ب،

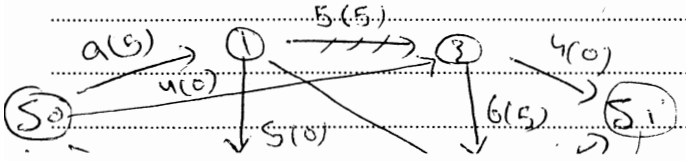
(So, 1) – (1, 3) – (3, 4) – (4, Si)



$q_0(5)$

نقل كلية ٤ إلى ب،

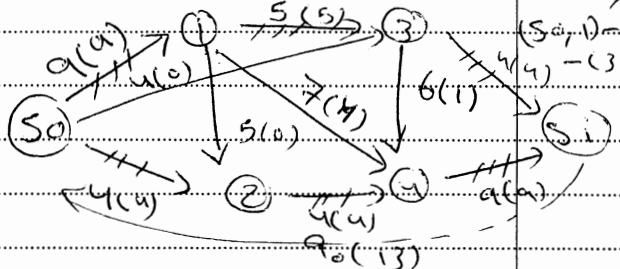
(Si, 2) – (2, 4) – (4, Si)



الطريقة الثانية البديلة

لو نقلنا كلية ٩ إلى ب،

(So, 1) – (1, 4) – (4, 3) – (3, Si)



$q_0(13)$

إذاً القيمة الصغرى هي (3, 4)

وقيمة المقص 13

لا يكتب في
هذا الهامش

min w	$x_1 \geq 0$	$x_2 \geq 0$	$x_3 \geq 0$	
y_1 ≤ 5	2	1	0	= 1
y_2 ≤ 3	0	2	0	= 5
y_3 ≤ 4	4	0	1	= 6
	≥ 50	≥ 30	≥ 10	

$$\max z = 50x_1 + 30x_2 + 10x_3$$

$$s.t \quad 2x_1 + x_2 \quad = 1$$
$$+ 2x_2 = 5$$
$$4x_1 + x_3 = 6$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

الأولية ليست مثالية لأن أحد المتغيرات سالب

الأولية ليست مقبولة

ال dual مثالي و مقبول

$$\min w = y_1$$

لا يكتب في هذا الهامش

ا) المزاعة لا تعمل لأنه الحل الأولي غير مرفوض

$\min w - y_1 + 5y_2 - 6y_3 = 0$

s.t $-2y_1 + 0 - 4y_3 + s_1 = -50$

$-y_1 + 2y_2 + 0 + 0 + s_2 = -30$

$0 + 0 + y_3 + 0 + 0 + s_3 = 10$

الأساس	y_1	y_2	y_3	s_1	s_2	s_3	
1	-1	5	-6	0	0	0	0
	2	0	4	1	0	0	-50
	1	2	0	0	1	0	-30
	0	0	1	0	0	1	-10

الحل الأساسي المرفوض بالنسبة لسالب ولا يمكن الاستمرار

ب) $y_3 = 10$ ، $y_2 = \frac{25}{2}$ ، $y_1 = 5$ ✓ (1)

ج) نستنتج عن نوع المسألة الأصلية أنها غير محدودة

لماذا؟

(3)

لا يكتب في
هذا الهامش

⑤ ...

$$\max \; z = -x_1 + x_2$$

$$\text{s.t} \quad 2x_1 + 3x_2 + s_1 = 12$$

$$2x_1 + x_2 + s_2 = 8$$

z	x_1	x_2	s_1	s_2	RHS
1	-1	-1	0	0	0
	2	3	1	0	12
	2	1	0	1	8

$2x_1 + 3x_2 = 12 + \delta$

$2x_1 + x_2 = 8$

$2x_2 = 4 + \delta$

$y_1 = 10 \quad \Rightarrow x_2 = \frac{4}{2} + \frac{\delta}{2}$

$2x_1 = -2 + \frac{\delta}{2} + 8$

$= \frac{6 - \delta}{2}$

$= 3 - \frac{\delta}{2}$

$\frac{12-15}{2} = \left(\frac{-3}{2}\right)$

$\frac{4+15}{2} = \frac{19}{2}$

$2x_1 = \left(6 - \frac{\delta}{4}\right)\frac{1}{2}$

$x_1 = 6 - \frac{\delta}{2} = \frac{12-\delta}{2} = \frac{4}{2}$

$x_2 = \frac{(4+\delta)}{2} = \frac{12}{2} = 6$

$\frac{4-6}{2} = \frac{-4}{2} - 2$

$\frac{12+6}{2} = \frac{18}{2}$

$2y_1 + 40 = 50 \Rightarrow 2y_1 = 10 \Rightarrow 2y_1 = 5$

$y_2 + 2y_1 = 30 \Rightarrow y_2 = \underline{25}$