

(9) إذا كان  $G$ ، رسماً ثنائي الجزئية بحيث  $\delta(G) \geq 4$  فبيننا إذا كان  $G$  مستوي أم لا.

$$2|E| = \sum_{x \in V} \deg x \geq 4 + 4 + 4 + \dots + 4 = 4|V|$$

$$\Rightarrow |E| \geq \frac{4|V|}{2}$$

$$\Rightarrow |E| \geq 2|V|$$

$$\Rightarrow |E| + 4 \geq 2|V| + 4 > 2|V|$$

$$\Rightarrow |E| + 4 > 2|V|$$

$$\Rightarrow |E| > 2|V| - 4$$

منالتي  $\Rightarrow$  الرسم غير مستوي.

٨/ أثبت أنه إذا كان  $G$  رسم بياني مستوي عدد رؤوسه أقل من أو تساوي ١١ فإنه يوجد رأس  $x$  في  $G$  بحيث  $\deg x \leq 4$ .

نفرض بالتناقض أن درجة كل رأس  $x$  في الرسم أكبر من ٤ أي أنه  $\deg x_i \geq 5 \quad \forall x_i \in V(G)$  ،  $1 \leq i \leq |V| = n$

$$\rightarrow 2|E| = \sum_{i=1}^n \deg x_i \geq \sum_{i=1}^n 5 = 5n$$

$$\rightarrow 5n \leq 2|E|$$

$$\leq 2(3n-6)$$

$$\underline{e \leq 3n-4} \text{ (نظرية)}$$

$$= 6n-12$$

$$\rightarrow 5n \leq 6n-12$$

$$\rightarrow 12 \leq n \quad \checkmark$$


---