**نماذج اريما ARIMAوطريقة بوكس جيكينز:**

**مقدمة:**

**نماذج اريماARIMA**

**السكون**

**نماذج الانحدار الذاتي للسلسلة الزمنية**

**نماذج المتوسط المتحركMA**

**نماذج ارماARMA**

**السلسلة الزمنية المتكاملة ونماذجARIMA**

**اختيار النموذج باستخدام طريقة بوكس جينكينز Box-Jenkins :**

**مثال**

**مقدمة:**

في هذا الفصل سنناقش تقدير معادلة واحدة بطريقة مختلفة عن الفصول السابقة. في تلك الفصول تم مناقشة سلوك المتغير التابع باستخدام عدد من المتغيرات المفسرة . في تحليل السلاسل الزمنية نبدأ تحليل المعلومات التي يمكن التحصيل عليها من المتغير نفسة . تحليل سلسلة زمنية واحدة يسمى سلسلة زمنية احادية المتغير univariate time series في هذا الموضوع الهدف من تحليل السلاسل الزمنية هو اسر واختبار ديناميكية البيانات، في الاقتصاد القياسي للسلاسل الزمنية يمكن ان يكون هناك نماذج سلسلة زمنية متعددة المتغيرات سوف يتم مناقشتها في فصول قادمة.

كما ذكر سابقا الاقتصاد القياسي التقليدي ركز على استخدام النظرية الاقتصادية ودراسة العلاقات المعاصرة من اجل شرح العلاقات بين المتغير التابع والمتغيرات المفسرة. من الآن فصاعدا نستخدم مسمى الاقتصاد القياسي التقليدي لتمييزه عن الاقتصاد القياسي الحديث.

المتغيرات المتباطئة يتم تعريفها بين آونة وأخرى ولكن ليس بمنهجية محددة او على الأقل ليس بطريقة تحاول تحليل الديناميكية او الهيكل الزماني للبيانات. هناك عدة جوانب لتحليل لسلسلة الزمنية ولكن هناك موضوع مشترك لها وهو استخدام كامل للهيكل الديناميكي للبيانات، المقصود هو استخراج كل ما يمكن من معلومات من المعلومات التاريخية للسلسلة الزمنية. المبدأين الأساسين لتحليل السلسلة الزمنية هي التنبؤ والنموذجة الديناميكية. التنبؤ مختلف عن بناء نموذج هيكلي وتفهم الاقتصاد او اختبار فرضية. هو مهتم ببناء نماذج تنبؤ فعالة. تعمل عادة باستغلال العلاقات المتبادلة التي وجدت عبر الزمن لمتغير واحد. النمذجة الديناميكية في الجانب الآخر مهتمة بالبناء الهيكلي للاقتصاد واختبار الفرضيات, وذلك لتفهم العملية يجب ان اسر عملية التكيف التي قد تكون طويلة ومعقدة. منذ بداية الثمانينات اساليب حديثة طورت في التنبؤ لذلك سوف نبدأ هذا الفصل بنماذج اريما ARIMA.

**نماذج اريما ARIMA**

BOX and Jenkins (1976) عرف نماذج اريما المصطلح يعني:

AR=autoregressive انحدار ذاتي.

I-integrated متكاملة.

MA=moving average المتوسط المتحرك.

الاجزاء التالية ستعرض اصدارات مختلفة لنماذج اريماARIMA وستقدم مفهوم السكون، سنبدأ بشرح ابسط نموذج نموذج الارتباط الذاتي من الدرجة 1 ثم نستمر لمسح نماذج اريماARIMA. واخيرا طريقة بوكس جيكينز لاختيار النموذج ثم يليه عرض للتنبؤ.

**السكون:**

أي سلسلة زمنية يمكن ان تولد من عملية عشوائية و مجموعه من البيانات مثل البيانات في الجدول التالي لاجمالي الناتج المحلي للسعودية:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| GROSS DOMESTIC PRODUCT (GDP) | | | | | | | |
| السنة | gdp | السنة | gdp | السنة | gdp | السنة | gdp |
| 1970 | 22.57 | 1980 | 546.6 | 1990 | 437.33 | 2000 | 706.66 |
| 1971 | 30.5 | 1981 | 622.18 | 1991 | 491.85 | 2001 | 686.3 |
| 1972 | 38.26 | 1982 | 524.2 | 1992 | 510.46 | 2002 | 707.07 |
| 1973 | 53.53 | 1983 | 445.21 | 1993 | 494.91 | 2003 | 804.65 |
| 1974 | 159.72 | 1984 | 420.39 | 1994 | 503.05 | 2004 | 938.77 |
| 1975 | 163.67 | 1985 | 376.32 | 1995 | 533.5 | 2005 | 1182.51 |
| 1976 | 225.35 | 1986 | 322.02 | 1996 | 590.75 | 2006 | 1335.58 |
| 1977 | 260.96 | 1987 | 320.93 | 1997 | 617.9 | 2007 | 1442.57 |
| 1978 | 272.27 | 1988 | 330.52 | 1998 | 546.65 | 2008 | 1786.14 |
| 1979 | 375.47 | 1989 | 357.06 | 1999 | 603.59 | 2009 | 1397.49 |

الجدول يعتبر خاص (عينة) كامنة وراء عملية عشوائية. الفرق بين عملية عشوائية وخاصتها هو مشابه للفرق بين المجتمع والعينة في دراسات مقطعية. كما نستخدم بيانات العينة لعمل استدلال عن المجتمع، في السلسلة الزمنية يستخدم البيانات الخاصة لبناء استدلال عن العملية العشوائية الكامنة وراءها. نوع من العملية العشوائية لاقى اهتماما كبيرا في تحليل السلاسل الزمنية هو ما يسمى العملية العشوائية الساكنة.

عملية عشوائية تسمى ساكنة عندما يكون المتوسط والتباين ثابت عبر الزمن وقيمة التغاير بين فترتين زمنيتين يعتمد على المسافة او المتباطئة بين فترتين زمنيتين وليس الوقت الزمني الحقيقي التي حسب فيها التغايير. لشرح هذا اذا كانت Y سلسلة زمنية عشوائية لها الخصائص التالية:

حيث ترمز γ للتغاير او التغاير الذاتي عن المتباطئة k التغاير بين القيمة Yt و Yt+k أي بين قيمتين للفترة بينهما. اذا كانت k=0 نحصل على γ0 والتي تعني التباين للقيمة Y ويساوي : أذا كانت k=1 و γ1 هو التغاير بين قيمتين ل Y نوع التغاير الذي تحدثنا عنة في فصل الارتباط الذاتي .

لنفرض اننا نقلنا اصل Y من Yt الى Yt+m . الآن اذا كانت Y ساكنة، فأن المتوسط، التباين، والتغاير الذاتي للقيمة Yt+m يجب ان يكون هو نفسة للقيمة Yt . بالاختصار اذا كانت السلسلة الزمنية ساكنة ، فأن المتوسط ، التباين والتغاير الذاتي سيبقون ثابتين عند أي فترة زمنية.

أذا كانت السلسلة الزمنية غير ساكنة كما عرفناها، تسمى سلسلة زمنية غير ساكنة، تكون أحيانا ناتجة لنقلة في المتوسط.

الشكل 10.1



الشكل 10.2



الشكل 10.1و 10.2 مثال لسلسلة زمنية ساكنة وسلسلة زمنية غير ساكنة.

**اختبار ات السكون باستخدام دالة الارتباط الذاتي** مبني على correlogram

اختبار بسيط للسكون مبني على ما يسمى دالة الارتباط الذاتي Autocorrelation function (ACF)

دالة

عندما k=0 فأن

حيث ان كل من التغاير والتباين تقاس بنفس الوحدة فأن الارتباط الذاتي من غير وحدات وتتراوح قيمتة بين +1 و -1 كأي معامل ارتباط اذا تم رسم الشكل البياني لقيمة الارتباط الذاتي نحصل على مايعرف ب ارتباط الذاتي للمجتمع. حيث اننا في الواقع نحصل على عينة للعملية العشوائية فأنة يمكن حساب دالة الارتباط الذاتي للعينة لحساب دالة الارتباط الذاتي يحسب التغاير ومن ثم التباين

حيث تشيرn الى حجم العينة و متوسط العينة.

رســم الدالة بيانيا مقابل المتباطئات يســــمى Sample Correlogram إذا انحدرت قيمة ببطيء فهذا يدل على إن السلسلة الزمنية غير مســتقره ويمكن فحص الرسم البياني ρk للتحقق من استقرار الدالة وكذلك يمكن استخدام اختبار إحصاء Q ماذا كان معامل الارتباط الذاتي ρk يساوي الصفر أي لا توجد علاقة بين المتباطئات

اختبار إحصاء Q لـ بوكس وبيرز Box and Pierce

n حجم العينة و m طول المتباطئات. يتوزع اختبار Q حسب توزيع كاي χ2 بدرجة حرية df =m إذا كانت اختبار يفوق القيمة الجد وليه نرفض فرضية العدم أن معاملات التباطىء تساوي الصفر.



اختبار آخر لاختبار ماذا كانت المعاملات تساوي الصفر هو اختبار إحصاء LJung-Box (LB)



الشكل 10.3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | |  |  |  |
| Sample: 1970 2009 عند المستوى | |  |  |  |  |  |
| Included observations: 40 | | |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| Autocorrelation | Partial Correlation |  | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| . |\*\*\*\*\*\*| | . |\*\*\*\*\*\*| | 1 | 0.880 | 0.880 | 33.384 | 0.000 |
| . |\*\*\*\*\* | | \*\*| . | | 2 | 0.700 | -0.332 | 55.070 | 0.000 |
| . |\*\*\*\* | | . |\*. | | 3 | 0.554 | 0.124 | 69.002 | 0.000 |
| . |\*\*\* | | .\*| . | | 4 | 0.412 | -0.181 | 76.906 | 0.000 |
| . |\*\* | | . |\*. | | 5 | 0.301 | 0.121 | 81.254 | 0.000 |
| . |\*\* | | . | . | | 6 | 0.222 | -0.056 | 83.695 | 0.000 |
| . |\*. | | . | . | | 7 | 0.169 | 0.074 | 85.152 | 0.000 |
| . |\*. | | . | . | | 8 | 0.134 | -0.034 | 86.100 | 0.000 |
| . |\*. | | . | . | | 9 | 0.097 | -0.039 | 86.615 | 0.000 |
| . | . | | . | . | | 10 | 0.068 | 0.022 | 86.871 | 0.000 |
| . | . | | . |\*. | | 11 | 0.068 | 0.100 | 87.140 | 0.000 |
| . | . | | . | . | | 12 | 0.073 | -0.045 | 87.457 | 0.000 |
| . | . | | . | . | | 13 | 0.056 | -0.063 | 87.653 | 0.000 |
| . | . | | . | . | | 14 | 0.036 | 0.002 | 87.739 | 0.000 |
| . | . | | . | . | | 15 | 0.020 | -0.005 | 87.765 | 0.000 |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| Sample: 1970 2009الفروق الأولى | |  |  |  |  |  |
| Included observations: 39 | | |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| Autocorrelation | Partial Correlation |  | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| . | . | | . | . | | 1 | -0.016 | -0.016 | 0.0111 | 0.916 |
| . | . | | . | . | | 2 | 0.067 | 0.067 | 0.2054 | 0.902 |
| . | . | | . | . | | 3 | 0.051 | 0.054 | 0.3230 | 0.956 |
| .\*| . | | .\*| . | | 4 | -0.120 | -0.123 | 0.9767 | 0.913 |
| . | . | | .\*| . | | 5 | -0.057 | -0.069 | 1.1276 | 0.952 |
| .\*| . | | .\*| . | | 6 | -0.093 | -0.083 | 1.5478 | 0.956 |
| .\*| . | | .\*| . | | 7 | -0.083 | -0.067 | 1.8917 | 0.966 |
| . | . | | . | . | | 8 | 0.027 | 0.028 | 1.9282 | 0.983 |
| . | . | | . | . | | 9 | -0.064 | -0.060 | 2.1491 | 0.989 |
| . | . | | .\*| . | | 10 | -0.057 | -0.084 | 2.3258 | 0.993 |
| . |\*. | | . |\*. | | 11 | 0.109 | 0.086 | 3.0066 | 0.991 |
| . | . | | . | . | | 12 | 0.005 | 0.016 | 3.0081 | 0.995 |
| . | . | | .\*| . | | 13 | -0.042 | -0.076 | 3.1150 | 0.997 |
| . | . | | . | . | | 14 | -0.015 | -0.056 | 3.1294 | 0.999 |
| . | . | | . | . | | 15 | 0.039 | 0.054 | 3.2300 | 0.999 |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

الشكل 10.3 يوضح دالة الارتباط الذاتي لأجمالي الناتج المحلي للسعودية من عام 1970-2009 ، تظهر قيمة الارتباط الذاتي الى 15متباطئة. كيف يوضح شكل الدالة ان السلسلة الزمنية ساكنة؟ من الملاحظ انا يبدأ بقيمة مرتفعه 0.880 عند المتباطئة واحد. ثم يبدأ يتناقص تدريجيا. هذا النوع من الارتباط الذاتي عموما مؤشر ان السلسلة الزمنية غير ساكنة. بالمقارنة السلسلة الزمنية تكون غير ساكنة هو احتمال ان يكون الارتباط الذاتي عند أي متباطئة من صفر هو صفر. بينما السلسلة الزمنية احتمال ان يكون صفر اكبر من 5%

**-اختبار ديكي فيلر Dickey-Fuller: اختبار جذر الوحدة**:

ut تتبع الفروض الخاصة بالنموذج الكلاسيكي، وسط صفري، وتباين ثابت والتغاير يساوي الصفر، هذه الخواص تجعل الخطأ العشوائي ut أن يسمى White Noise

إذا كان معامل الانحدار بين Yt وYt-1 يساوي الواحد وهذا يسمى بجذر الوحدة. أي تكون غير ساكنة



إذا كانت تساوي الواحد فان السلسة الزمنية يقال أنها ذات جذر وحده أو ما يعرف بالمســار العشوائي random walk أي عندما تكون تتبع المســار العشوائي أي أن السلسلة الزمنية غير مستقره.

ويعبر عن معادلة جذر الوحدة بالتالي







نقوم باختبار احتواء المتغير على جذر الوحدة آي نقوم بأجراء الاختبار التالي:

السلسلة الزمنية غير ساكنة 

السلسلة الزمنية ساكنة 

إذا كانت δ1 اقل من الصفر نرفض فرضية العدم بعدم استقرار الدالة ونستنتج أن الدالة ساكنة

الاختبار الإحصائي هو t 

إلا أن قيم t لا تتبع جدولt بل هناك جدول خاص يسمى بجدول ديكي فيلر.Dickey Fuller (1979) والتي طورت من قبل ما كنون MacKinnon (1991) نقارن القيمة المحسوبة والقيمة الجدلية حيث نرفض فرضيه العدم إذا كانت القيمة المحسوبة أعلى من القيمة الجد وليه. يجري اختبار ديكي فيلر بإجراء المعادلات الثلاث التالية:

اختبار ديكي فيلر DF 

اختبار ديكي فيلر DF بوجود قاطع 

اختبار ديكي فيلر DF مع قاطع ومتجهة زمنيT . 

إذا كان الخطأ العشوائي يتصف بوجود الارتباط الذاتي فانه يمكن استخدام ديكي فيلر الموسع حيث يتضمن الاختبار متباطئات اافروق:

اختبار ديكي فيلر الموســع ADF 

حيث تتضمن المعادلة قيم متباطئة للفروق بعدد يمكن الخطأ العشوائي بان يكون مستقل (لا يوجد ارتباط الذاتي ).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Null Hypothesis: GDP has a unit root | | | |  |
| Exogenous: Constant | | |  |  |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=9) | | | | |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  | t-Statistic | Prob.\* |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | **-0.044794** | 0.9484 |
| Test critical values: | 1% level |  | -3.610453 |  |
|  | 5% level |  | **-2.938987** |  |
|  | 10% level |  | -2.607932 |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| \*MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | |  |
| Dependent Variable: D(GDP) | | |  |  |
| Method: Least Squares | | |  |  |
|  | | |  |  |
| Sample (adjusted): 1971 2009 | | |  |  |
| Included observations: 39 after adjustments | | | |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| GDP(-1) | -0.002123 | 0.047402 | -0.044794 | 0.9645 |
| C | 36.38616 | 30.95879 | 1.175309 | 0.2474 |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| R-squared | 0.000054 | Mean dependent var | | 35.25436 |
| Adjusted R-squared | -0.026971 | S.D. dependent var | | 110.2454 |
| S.E. of regression | 111.7223 | Akaike info criterion | | 12.31983 |
| Sum squared resid | 461829.1 | Schwarz criterion | | 12.40514 |
| Log likelihood | -238.2367 | Hannan-Quinn criter. | | 12.35044 |
| F-statistic | 0.002007 | Durbin-Watson stat | | 1.639084 |
| Prob(F-statistic) | 0.964512 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Null Hypothesis: D(GDP) has a unit root | | | |  |
| Exogenous: Constant | | |  |  |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=9) | | | | |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  | t-Statistic | Prob.\* |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic | | | -4.786159 | 0.0004 |
| Test critical values: | 1% level |  | -3.615588 |  |
|  | 5% level |  | -2.941145 |  |
|  | 10% level |  | -2.609066 |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| \*MacKinnon (1996) one-sided p-values. | | | |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Augmented Dickey-Fuller Test Equation | | | |  |
| Dependent Variable: D(GDP,2) | | |  |  |
| Method: Least Squares | | |  |  |
|  | | |  |  |
| Sample (adjusted): 1972 2009 | | |  |  |
| Included observations: 38 after adjustments | | | |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| D(GDP(-1)) | -1.028128 | 0.214813 | -4.786159 | 0.0000 |
| C | 37.27884 | 20.88734 | 1.784757 | 0.0827 |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| R-squared | 0.388870 | Mean dependent var | | -10.43632 |
| Adjusted R-squared | 0.371895 | S.D. dependent var | | 142.7647 |
| S.E. of regression | 113.1455 | Akaike info criterion | | 12.34642 |
| Sum squared resid | 460868.4 | Schwarz criterion | | 12.43261 |
| Log likelihood | -232.5820 | Hannan-Quinn criter. | | 12.37709 |
| F-statistic | 22.90731 | Durbin-Watson stat | | 1.621576 |
| Prob(F-statistic) | 0.000029 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

**درجة التكامل Degree of integration:**

درجة التكامل تختبر ماذا كانت السلسلة الزمنية مستقره في المستويات I(0) أو مستقره في الاختلاف الأول I(1) أو في الاختلاف الثاني I(2) . ويتم معرفة درجة التكامل بأجراء اختبار ديكي فيلر على الاختلاف الأول ΔYt= Yt-Yt-1 و الاختلاف الثاني ΔΔYt= ΔYt-ΔYt-1 فإذا كان الاختلاف الأول مستقر والدالة غير مستقره في المستويات يقال أنها متكاملة من الدرجة الأولى..I(1) واغلب السلاسل الزمنية الاقتصادية الغير مستقره تكون متكاملة من الدرجة الأولى

**هل اجمالي الإنتاج المحلي للمملكة العربية السعودية مستقر؟**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | المستوى | | الفروق الأولى | |
|  | قاطع | قاطع ومتجة | قاطع | قاطع ومتجة |
| القيم الحرجية | -2.938987 | -3.529758 | -2.941145 | -3.533083 |
| GDP | -0.044794 | -1.398059 | -4.786159 | -4.710758 |

عند المستوى قيمة اختبار ديكي قيلر اقل من القيمة الحرجة أي ان السلسلة الزمنية غير مستقرة، عند الفروق الأولى قيمة الاختبار الاحصائي اعلى من القيمة الحرجة نرفض فرضية العدم ان السلسلة الزمنية غير مستقرة ونستنتج انها مستقرة عند الفروق الأولى.

**نماذج الانحدار الذاتي للسلاسل الزمنية من الدرجة الأولى.**

ابسط نموذج للسلسلة الزمنية هو الانحدار الذاتي من الدرجة الأولى AR(1)

*للتبسيط لاتتضمن قاطع و تمثل والعشوائي يمثل ضجيج ابيض(White Noise) الافتراض خلف نموذج الانحدار الذاتي من الدجة الأولى ان سلوك السلسلة الزمنية يحدد غالبا من قبل قيمها للفترة الزمنية السابقة. أي ان ماسوف يحدث في الفترة T يعتمد على مايحدث في الفترة t-1 . وكذلك ماسوف يحدث في الفترة T+1 سوف يتحدد بسلوك السلسلة الزمنية في الفترة الحالية.*

***نماذج الانحدار الذاتي من الدرجة اعلى من الواحد****:AR(P)*

*لتعميم نموذج الانحدار من الدرجة الأولىAR(1) نستخدمAR(p) الرقم داخل القوس يمثل درجة عملية الانحدار الذاتي. على سبيل المثال AR(2) سيكون من الدرجة الثانية*

*وكذلك AR(p) سيكون انحدار ذاتي من الدرجة P كما يلي:*

*أو باستخدام رمز الجمع:*

*واخيرا باستخدام متباطئة المشغلLag Operator والذي يمتلك الخاصية يمك*

*يمكن كتابة نموذج الانحدار الذاتي من الدرجة p كما يلي*

*السكون في نموذج الانحدار الذاتي:*

*شرط كون AR(p) ساكنة هو اذا كان جذر P للمعادلة كثيرة الحدود يكون اكبر من الواحد في القيمة المطلقة حيث تشير Z للمتغير الحقيقي. من الممكن التعبير عنها بالمصطلحات التالية حل معادلة كثيرة الحدود يجب ان يكون خارج دائرة جذر الوحدة. لاثبات ذلك باستخدام AR(1)*

*حيث ان الجذر أعلى من الواحد اذا*

*اذا*

***نماذج المتوسط المتحركMoving Average (MA):***

*نموذج المتوسط المتحرك في ابسط أشكاله هو من الدرجة الأولى وهو بالشكل التالي:*

*MA(1) نموذج المتوسط المتحرك من الدرجة الأولى يتضمن أن Ytتعتمد على قيمة المتغير العشوائي الحالي ويعتبر ut ضجيج ابيض>*

***نموذج المتوسط المتحرك من درجة (q)***

*وباستخدام متباطئة المشغل*

*لأن MA(q) تعرف انها متوسط متحرك ثابت ومن ذلك يتبع ان المتوسط المتحرك ساكن مادامت q محدودة.*

*نماذج ARMA:*

*جمع نماذج الانحدار الذاتي ونماذج المتوسط المتحرك نتحصل على سلسلة زمنية جديدة تسمى ARMA(p,q)*

*وتكتب باستخدام صيغة الجمع*

*او باستخدام متباطئة المشغل*

*شرط السكون يتعامل مع جزء AR(p) . بناء على ذلك على كون* ***تكامل السلسلة الزمنية ونماذج ARIMA****:*

*نماذج ARMA تكون فقط مع سلاسل زمنية Yt ساكنة. هذا يعني ان يكون المتوسط والتباين والتغاير ثابت عبر الزمن. ولكن معظم السلاسل الزمنية والمالية تمتلك متجه عبر الزمن وكذلك المتوسط لـYt خلال سنة واحدة سيختلف عن المتوسط في سنة أخرى. هكذا المتوسط لمعظم السلاسل الزمنية الاقتصادية والمالية غير ثابت عبر الزمن. مما يشير ان السلاسل الزمنية غير ساكنة لتجنب هذه المشكلة وللحصول على سلاسل زمنية ساكنة نحتاج لإزالة المتجه من البيانات الأصلية ويتم ذلك من خلال استخدام الفروق*

*معظم السلاسل الزمنية عند الفروق الأولى. فاذا كانت ساكنة في الفروق الأولى تسمى متكاملة من الدرجة الأولى I(1) وهذا يكمل المصطلح ARIMA اذا كانت السلسلة الزمنية غير ساكنة في الفروق الأولى يجب أخذ الفروق الثانية.*

*اذا كانت السلسلة الزمنية ساكنة في الفروق الثانية تسمى متكاملة من الدرجة الثانية I(2)*

*وبصفة عامة اذا كانت السلسلة الزمينة اخذت لها الفروق من الدرجة d لتكون ساكنة فنه يقال انها متكاملة من الدرجة d أي I(d) لذا يسمى نموذج ARIMA(p,d,q) حيث تشير p الى عدد متباطئات المتغير التابع (AR) وd عدد المرات التي تؤخذ فيها الفروق للحصول على سكون السلسلة الزمنية و q عدد متباطئات حد الخطأ.*

*مثال لنموذج ARIMA*

***اختيار النموذج باستخدام طريقة بوكس جينكينز Box-Jenkins :***

*بكوكس جبنكينز (1976) اقترحوا طريقة الثلاث مراحل لنموذجة السلسلة الزمنية. الثلاث مراحل تتضمن، التمييز (التعريف)، التقدير، فحص النموذج.*

***مرحلة التمييز*** *اختبار correlogram:*

*يتم باستخدام الرسم البياني لدالة الارتباط الذاتي ACF ودالة الارتباط الذاتي الجزئيPACF باستخدام الرسم البياني لتسلسل Yt مع الزمن T يقدم معلومات مفيدة بخصوص القيم المتطرفة والقيم المفقودة والتغيرات الهيكلية للبيانات. كما ذكر سابقا معظم السلاسل الاقتصادية والمالية غير ساكنة وفي الغالب المتغيرات تمتلك متجه قد يكون متزايدا او متناقصا يتسكع بدون قيمة متوسط او تباين ثابت. يمكن تصحيح القيم المتطرفة او المفقودة في هذه المرحلة، متعارف علية ان يتم استخدام الفروق الأولى.*

*مقارنة لدالة الارتباط الذاتي ACF ودالة الارتباط الذاتي الجزئيPACF قد يؤدي الى اقتراح نماذج ممكنة. نظريا اذا كانت السلسلة الزمنية غير ساكنة لن تتناقص بقوة او اظهار علامات الاضمحلال (التناقص). لتحويلها الى دالة ساكنة كما ذكر سابقا باستخدام الفروقات الأولى.*

*عند الحصول على سلسلة زمنية مستقرة الخطوة الثانية هي تعريف p,q لنموذج ARIMA لعملية MA(q) فان دالة الارتباط الذاتي ACF ستظهر مقدرات مختلفة معنويا عن الصفر الى متباطئة q ثم تنخفض فجأة. اما دالة الارتباط الذاتي الجزئيPACF لسلسلة MA(q) سوف تنخفض بسرعة اما بطريقة اسي او بطريقه الظل.*

*بالمقارنة AR(P) لدالة الارتباط الذاتي ACF سوف تتناقص بسرعة، اما بتناقص اسي او بجيب . بينما الارتباط الذاتي الجزئيPACF ستظهر تموج ( ارتباط ذاتي معنوي) للمتباطئات حتى قيمة p ثم تتناقص فجأة.*

*اذا كلاهما ACF وPACF لم يحددون نقطه ينقطع فيها، سيكون هناك سلسلة مختلطة في هذه الحالة سيكون من الصعب او المستحيل تحديد درجة AR وMA ستكون ACF وPACF متراكبة (superimposed). مثالا اذا اظهرت كلا* *ACF وPACF علامات تناقص اسي متباطئ فان ARMA(1,1) قد نعرف. اذا اظهرت ACF ثلاث موجات معنوية عند المتباطئة 1 ،2 و 3 اذا تناقص اسي AMA(3,1) الجدول 10.1 يقدم مجموعات من ACF وPACF تسمح بتحري درجة ARMA. بصفة عامة من الصعب تحري عملية مخلوطة او اكثر من 1 لذا فانة من المهم تقدير وفحص النموذج.*

*جدول 10.1 ACF وPACF الممكنة لـARMA(p,q)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *PACF* | *ACF* |
| *MA(1)* | *تناقص سواء ظل او اسي* | *موجة عند المتباطئة واحد* |
| *AR(1)* | *موجة عند المتباطئة واحد* | *تناقص سواء جيب او اسي* |
| *ARMA(1,1)* | *موجة عند المتباطئة واحد يتبعها تناقص سواء ظل او اسي* | *موجة عند المتباطئة واحد يتبعها تناقص سواء ظل او اسي* |
| *ARMA(1,2)* | *موجة عند المتباطئة واحد يتبعها تناقص سواء ظل او اسي* | *موجة عند المتباطئتين واحد واثنين يتبعها تناقص سواء ظل او اسي* |
| *ARMA(2,1))* | *موجة عند المتباطئتين واحد واثنين يتبعها تناقص سواء ظل او اسي* | *موجة عند المتباطئة واحد يتبعها تناقص سواء ظل او اسي* |
| *ARMA(2,2)* | *موجة عند المتباطئتين واحد واثنين يتبعها تناقص سواء ظل او اسي* | *موجة عند المتباطئتين واحد واثنين يتبعها تناقص سواء ظل او اسي* |

***التقدير:***

*عند هذه المرحلة يتم تقدير معاملات النموذج ويتم اختبارها. ثم يتم مقارنة النماذج باستخدام Akaika Information Creteria(AIC) وكذلك Schwarz Bayesian criterion(SBC) في هذه المرحلة يجب التأكد ان النموذج ساكن.*

*حيث ان السلسلة الزمنية متكاملة من الدرجة الأولى I(1) سنحاول ان نعرف (نميز) السلسة الزمنية يجب النظر الى قيم ACF و PACF اذا كانت تختلف عن الصفر باستخدام فترة الثقة*

*الخطأ المعياري لدالة الارتباط الذاتي ACF هو*

*تحت فرضية العدم ان سيكون الخطأ المعياري*

*النقاط في الشكل حول معامل الارتباط هو فترة الثقة والتي تشير الى الشكل 10.4 للفروق الاولى يشير الى ARIMA(3,1,2)*

***فحص النموذج****:*

*اختبار جودة النموذج*

*مثال لطريقة بوكس جينكينز:*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Date: 03/17/12 Time: 18:36 | | | |  |  |  |
| Sample: 1970 2009 | |  |  |  |  |  |
| Included observations: 35 | | |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| Autocorrelation | Partial Correlation |  | AC | PAC | Q-Stat | Prob |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
| \*\*| . | | \*\*| . | | 1 | -0.310 | -0.310 | 3.6672 | 0.055 |
| .\*| . | | \*\*| . | | 2 | -0.170 | -0.294 | 4.7947 | 0.091 |
| . |\*\* | | . |\*. | | 3 | 0.268 | 0.131 | 7.6966 | 0.053 |
| . | . | | . |\*. | | 4 | 0.069 | 0.204 | 7.8928 | 0.096 |
| .\*| . | | . |\*. | | 5 | -0.098 | 0.101 | 8.3058 | 0.140 |
| . | . | | . | . | | 6 | 0.006 | -0.009 | 8.3075 | 0.216 |
| . | . | | . | . | | 7 | 0.044 | -0.052 | 8.3987 | 0.299 |
| . | . | | . | . | | 8 | -0.013 | -0.041 | 8.4066 | 0.395 |
| . | . | | . | . | | 9 | -0.020 | -0.016 | 8.4265 | 0.492 |
| . | . | | . | . | | 10 | 0.003 | -0.002 | 8.4270 | 0.587 |
| . | . | | . | . | | 11 | -0.001 | -0.002 | 8.4270 | 0.675 |
| . | . | | . | . | | 12 | -0.011 | -0.009 | 8.4336 | 0.750 |
| . | . | | . | . | | 13 | -0.008 | -0.014 | 8.4375 | 0.814 |
| . | . | | . | . | | 14 | -0.005 | -0.016 | 8.4394 | 0.865 |
| . | . | | . | . | | 15 | -0.008 | -0.016 | 8.4437 | 0.905 |
| . | . | | . | . | | 16 | -0.010 | -0.016 | 8.4500 | 0.934 |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

الشكل 10.4 دالة Correlgrom للفروق الأولى.

*وبعد حساب ACF وPACF والاطلاع على الشكل نجد ACF تنقطع عند المتباطئة 4 مما يقترح ان السلسلة ساكنة عند الفروق الأولى كما أن الاحتمالية prop. اكبر من 5% مما يشير الى قبول فرضية العدم ان معامل الارتباط الذاتي يساوي الصفر.*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *PACF* | *ACF* |
| *ARMA(3,3)* | *موجات عند المتباطئه 3 و 4 يتبعها اضمحلال* | *موجات عند المتباطئه 3 يتبعها اضمحلال* |

*تقدير النموذجARMA(2,1)*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Dependent Variable: DLGDPF | | |  |  |
| Method: Least Squares | | |  |  |
| Date: 03/17/12 Time: 21:59 | | |  |  |
| Sample (adjusted): 1976 2009 | | |  |  |
| Included observations: 34 after adjustments | | | |  |
| Convergence achieved after 17 iterations | | | |  |
| MA Backcast: 1975 | | |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| C | 0.057881 | 0.012318 | 4.699012 | 0.0001 |
| AR(1) | 0.347043 | 0.144489 | 2.401870 | 0.0227 |
| AR(2) | -0.534594 | 0.133966 | -3.990514 | 0.0004 |
| MA(1) | 0.997817 | 0.008294 | 120.3075 | 0.0000 |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| R-squared | 0.752688 | Mean dependent var | | 0.062465 |
| Adjusted R-squared | 0.727957 | S.D. dependent var | | 0.081906 |
| S.E. of regression | 0.042720 | Akaike info criterion | | -3.358157 |
| Sum squared resid | 0.054751 | Schwarz criterion | | -3.178585 |
| Log likelihood | 61.08866 | Hannan-Quinn criter. | | -3.296917 |
| F-statistic | 30.43473 | Durbin-Watson stat | | 1.293293 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Inverted AR Roots | .17+.71i | .17-.71i | |  |
| Inverted MA Roots | -1.00 | |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

*تقدير النموذجARMA(1,1)*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Dependent Variable: DLGDPF | | |  |  |
| Method: Least Squares | | |  |  |
| Date: 03/17/12 Time: 21:58 | | |  |  |
| Sample (adjusted): 1975 2009 | | |  |  |
| Included observations: 35 after adjustments | | | |  |
| Convergence achieved after 11 iterations | | | |  |
| MA Backcast: 1974 | | |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| C | 0.061347 | 0.021332 | 2.875884 | 0.0071 |
| AR(1) | 0.175358 | 0.159529 | 1.099224 | 0.2799 |
| MA(1) | 0.996470 | 0.017038 | 58.48362 | 0.0000 |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| R-squared | 0.621278 | Mean dependent var | | 0.059714 |
| Adjusted R-squared | 0.597608 | S.D. dependent var | | 0.082317 |
| S.E. of regression | 0.052217 | Akaike info criterion | | -2.985001 |
| Sum squared resid | 0.087252 | Schwarz criterion | | -2.851685 |
| Log likelihood | 55.23751 | Hannan-Quinn criter. | | -2.938980 |
| F-statistic | 26.24738 | Durbin-Watson stat | | 1.619606 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Inverted AR Roots | .18 | |  |  |
| Inverted MA Roots | -1.00 | |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

*نماذج ARIMA هي نماذج احصائية لها علاقة بالنماذج الاقتصادية ولكنهم ليسوا نماذج اقتصادية هذا يجعلة من الصعب الاختيار بين نماذج مختلفة خصوصا اذا كان التحديد متقارب والمقدرات متقاربة من الادوات المساعدة في اختيار النموذج معيار اكيكا Akika information criterion (AIC)ومعيار سشوارزSchwarz information criterion (SIC) كلا المعيارين مبنية على تباين البواقي . يفضل الحصول على نموذج يتضمن اصغر تباين للبواقي. ولكن من المعروف ان تباين البواقي يتناقص بزيادة عدد المتغيرات المفسرة. لنموذجين مبنين على نفس السلسلة الزمنية يتم اختيار النموذج الذي يمتلك اقل قيمة من AIC, SIC . قيم المعيار ممكن شرحها نسبيا. لأن السلسة الزمنية تستخدم باطوال مختلفة يتم تطبيع المعيار بقسمتة على عدد المشاهدات المستخدمة بتقدير النموذج. معيار AIC, SIC يعرف كالتالي:*

*معيارSIC يعتبر خيار بدلا من AIC لها نفس المعنى ولكن و لكن تعطي ثقل لعدد المعاملاتk لهذا السببSIC سوف تعطي نموذج ابسط من AIC وهذه ميزة هذه المعايير لا تستخدم لمقارنة نماذج التي تستخدم مستوى مختلف من الفروقات.*

*المثال استخدم نموذجين ARIMA(1,1) ARIMA(2,1) مبدئيا تم تحديد p,q بالاطلاع على دالة ACF,PACF ثانيا يتم اختيار p,q على ضوء نتائج تقدير النموذج من الاطلاع على تقدير النموذجين نجد ا كلا المعيارين* *AIC, SIC ذا قيمة اصغر في النموذج* *ARIMA(1,1 كما أن inverted roots الجذر المقلوب يجب ان يكون ضمن دائرة الوحدة.*

*فحص النموذج يتضمن اختبار Q-statistic يت اختبار ماذا كانت البواقي تتبع عملية الضجيج الأبيض المعادلة كالتالي:*

*حيث تمثل مربع بواقي معامل الارتباط الذاتي عند المتباطئة k . عند فرضية عدم الضجيج الأبيض للبواقي للنموذجARMA(p,q) فأن اختبار Q يتبع توزيع كاي(K-p-q)χ 2χ*

*بالاطلاع على نتائج اختبار Q في الشكل 10.4 نجد انم فرضية العدم للبواقي بانها ذات ضجيج ابيض لا يمكن رفضها.*