الفصل الثاني: خواص الموائع Fluids properties

- مقدمة
- الضغط: - ضغط الدم وطرق قياسة
  - الضغط خلال جدار الأوعية
  - الضغط الجوي
- الشد والتوتر السطحي:
  - طرق قياس الشد السطحي للخلايا
  - الخاصية الشعرية
- اللزوجة:
  - طرق قياس اللزوجة في الخلايا

- مقدمة:

- Substances that do not have rigid structure or form are called fluids where two different states of matter are identified- liquid and gas.

- The important characteristic of fluids, that distinguishes it from solids, is fluids flow.

- In solid matter the atoms and molecules are locked in place by strong intermolecular forces and do not move relative to one another. The intermolecular forces in fluids are much weaker than in solids so that fluids molecules are able to move.

-The molecules a liquid slip easily past one another, but the forces are strong enough to hold the substances loosely together. In gases, the intermolecular forces are almost nonexistent and the molecules move nearly independent of one another, filling any volume in which they are confined.

2-2 الضغط Pressure

- يعرف الضغط على أنه "القوة العمودية المؤثرة على وحدة المساحة"

$$P = F/A$$

- وحدة قياس الضغط ؛ نيوتن لكل متر مربع (N/m^2)، بسكال (Pa)،

mmHg $\Longrightarrow$ $P=\rho gh$ حيث $\rho = 13500\ kg/m^3$

$bar = 10^5\ P_a$ (يقاس الضغط الجوي بجهاز البارومتر)

$torr = 1.3 \times 10^2\ P_a$

$1\ atm = 1.013 \times 10^5\ Pa = 760\ mmHg = 760\ torr$

مثال: دفع دبوس بقطعة خشب بواسطة قوة مقدارها 15N على رأسه، فأذا كان نصف قطر رأس الدبوس 5 mm ومقدمته 1 mm. أحسب الضغط على رأس الدبوس والضغط على قطعة الخشب بواسطة مقدمة الدبوس؟

$$-P_{head} = \frac{F}{A_{head}} = \frac{F}{\pi R^2} = \frac{15}{\pi(5x10^{-3})^2} = 1.91x10^5\ N/m^2\ \ or\ \ Pa$$

$$-P_{point} = \frac{F}{A_{point}} = \frac{F}{\pi R^2} = \frac{15}{\pi(0.1x10^{-3})^2} = 4.77x10^8\ N/m^2\ \ or\ \ Pa$$

مثال: يقف شخص كتلته 75 kg على قطعة معدنية مساحتها 250 cm^2، أحسب الضغط على القطعة المعدنية بسبب وقف الشخص عليها؟

$$P = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{75x9.8}{0.025(m^2)} = 2.94x10^4\ Pa$$

مثال:

ا- يقف شخص وزنه 500 N على جليد لبركة متجمدة بحيث أن قدميه ملاصقة لمساحة من الجليد، فما هو الضغط المسلط على الجليد؟

ب- إذا علمت أن الجليد سوف ينهار عند ضغط مقداره 16000 Pa، فكم هو وزن الشخص اللازم لحصول انهيار الجليد باعتبار نفس مساحة الاتصال السابقة ؟

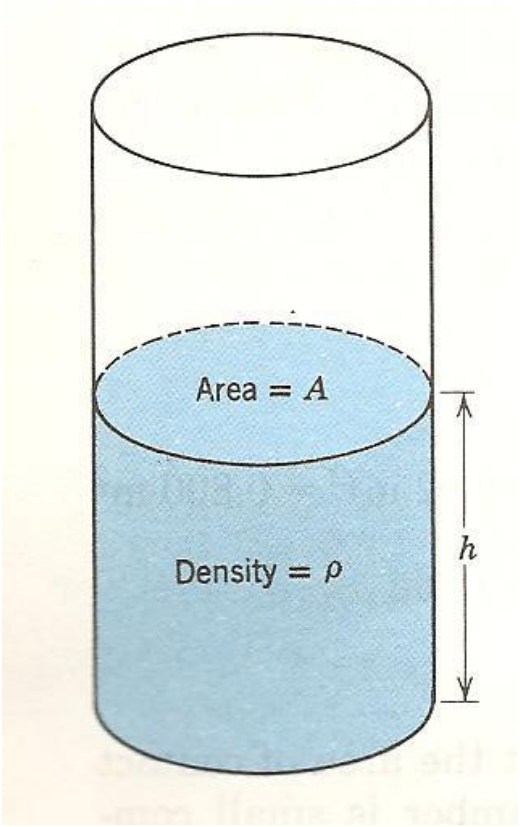
أ-

$$P = \frac{F}{A} = \frac{500}{0.05} = 10000\,Pa = 10\,k\,Pa$$

ب-

$$F = PA = 16000 \times 0.05 = 800\,N$$

- الضغط بالموائع الساكنة:



- يختلف الضغط باختلاف العمق فمثلا وكما هو موضح بالرسم؛
- الضغط على القاع يكون

$$\text{Q } F = w = mg$$

$$\text{Q } m = \rho V = \rho Ah$$

$$\therefore F = \rho Ahg$$

$$\therefore P = \frac{F}{A} = \rho hg$$

والعلاقة تبين زيادة الضغط مع زيادة العمق ومع زيادة كثافة السائل.

حيث V: حجم عمود السائل، ρ: كثافة السائل

وإذا أردنا حساب الضغط الكلي المؤثر على المساحة السفلية A فإننا نضيف الضغط الجوي (لأن الإناء مفتوح) إلى ضغط عمود السائل، أي أن:

$$P_t = P_a + P$$

$$P_t = P_a + \rho gh$$

ومن المعروف أن الضغط الجوي في الظروف القياسية يساوي: $P_a \cong 1.013\times10^5\ \text{Pa}$ **وهذه تمثل ضغط عمود من الزئبق ارتفاعه 76 cm**

مثال: أوجد ضغط عمود من الزئبق ارتفاعه 76 cm علماً أن كثافة الزئبق .

$$P = hdg$$

$$= 0.76\,\text{m}\times13600\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\times9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\cong 1.01\times10^5\,\text{Pa} = 1\text{atm}$$

مثال:

ما هو الضغط الكلي في أسفل بركة سباحة عمقها 2 m ومملوءة تماماً بالماء.

$$P_t = P_a + hdg$$

$$= 1.013 \times 10^5 + 2 \times 1000 \times 9.8$$

$$= 1.013 \times 10^5 + 19600$$

$$= 1209600 \text{ Pa}$$

مثال: أحسب الضغط على عمق 50 m ببحيرة وعلى عمق 8000 m بالمحيط مع إهمال قيمة الضغط الجوي؟

$$-P = \rho hg = 1000(kg/m^3)x9.8x50 = 4.9x10^5\,Pa$$

$$-P = \rho hg = 1025(kg/m^3)x9.8x8000 = 8.04x10^7\,Pa$$

مثال: إذا أنطلق الدم مباشرة إلى أعلى خلال لأنبوبة، فما هو ارتفاعه بالأنبوبة؟

$$\rho_1 h_1 g = \rho_2 h_2 g$$

$$13600(kg/m^3)x100x10^{-3}(mHg)x9.8(m/s^2) = 1050(kg/m^3)xh_2x9.8(m/s^2)$$

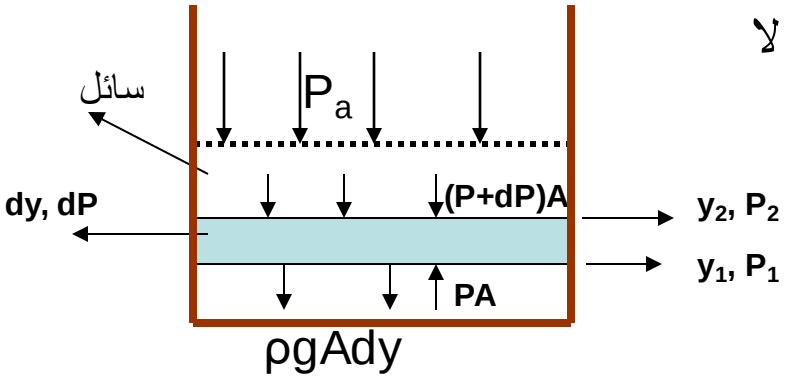
$$h_2 = \frac{13600x0.1}{1050} = 1.3m$$

- **PA القوة الناشئة عن الضغط على السطح**
- **↑PA: القوة الناشئة عن الضغط على السطح الداخلي للشريحة (Ady)،**
- **↓(P+dP) A: القوة الناشئة عن الضغط على سطح الخارجي للشريحة،**
- **↓mg: القوة الناشئة عن وزن الشريحة.**

$m = V\rho = (Ady)\,\rho \Rightarrow mg = \rho g A dy$

$\Sigma F = 0 \Rightarrow PA - (P+dP)A - \rho g A dy = 0$

- ويتضح من هذه المعادلة أن كثافة السائل (ρ) بالوعاء والعمق (y_2-y_1) من العوامل المؤثرة على قيمة الضغط، والتي لا تتضمن شكل الوعاء أو أبعادة.



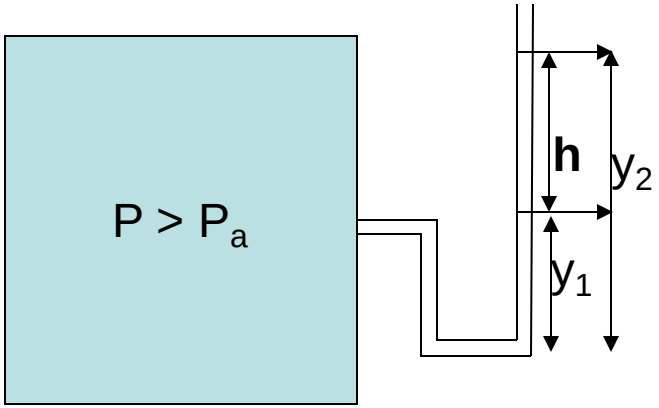
$$dp = -\rho g dy \Rightarrow \int_{P_1}^{P_2} dP = -\rho g \int_{y_1}^{y_2} dy$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g (y_2 - y_1)$$

$$P_1 = P_2 - \rho g (y_2 - y_1)$$

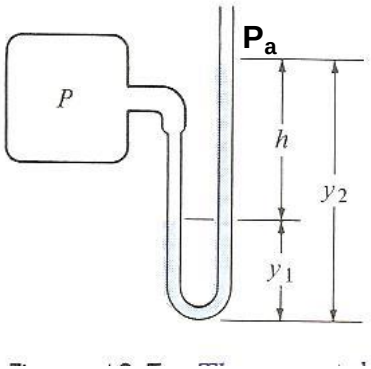
- إذا كانت y_2 على السطح السائل، P_2 مساوي للضغط الجوي P_a

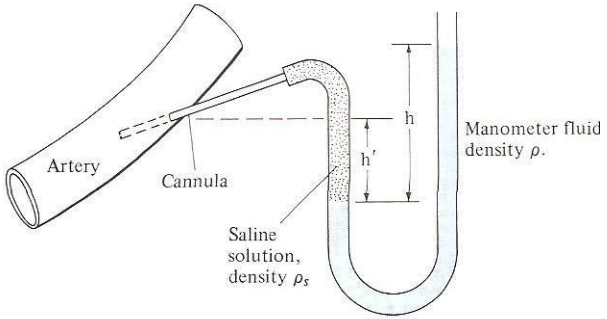
$(P-P_a)$ Gauge pressure – ضغط المقياس $= \rho gh$ ← **$P = P_a + \rho gh$**



-المانوميتر: مقياس الضغط ذو الأنبوب المفتوح

- $P - Pa = \rho gh$

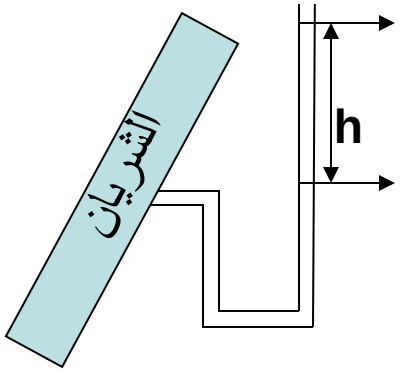




1-2-2 - ضغط الدم وطرق قياسه:

-الطريقة المباشرة:

يوصل جهاز القياس بالشريان ويكون التغير بارتفاع السائل بالأنبوبة مرتبط بالضغط بالشريان، كما هو موضح سابقا.



- الطريقة الغير مباشرة: باستخدام جهاز قياس ضغط الدم ***Sphygmometer***

- بزيادة الدم على المعصم، يتوقف سريان الدم بالذراع (يتوقف النبض)

- يخفف الضغط يدريجيا باخراج الهواء،

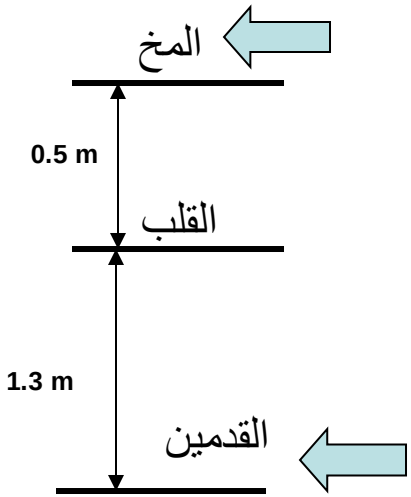
- يندفع الدم مرة ثانية وبسرعة كبيرة وينشأ عنها صوت كورتكوف- صوت K،

- عند بداية الصوت فإن قراءة مقياس الضغط يعطي ضغط الدم السستولي (العلوي)

- باستمرار اخراج الهواء وتخفيف الضغط على المعصم، يختفي الصوت، قراءة المقياس تعطي الضغط الدياستولي (السفلي)

- يعتمد ضغط الدم على الأرتفاع أو العمق لهذا فإن الضغط في الأوعية يختلف حسب بعدها عن الأرض فمثلا؛

- عند مستوي القلب فأن الضغط الشرياني يكون 100 mmHg ≡ 120/80،
- في الوضع الأفقي فأن متوسط الضغط الشرياني في المخ والقدمين يكون متساو،
- في الوضع الرأسي:



$$P = 100\,(mmHg) - \frac{\rho\,(blood)*h}{\rho\,(Hg)}$$

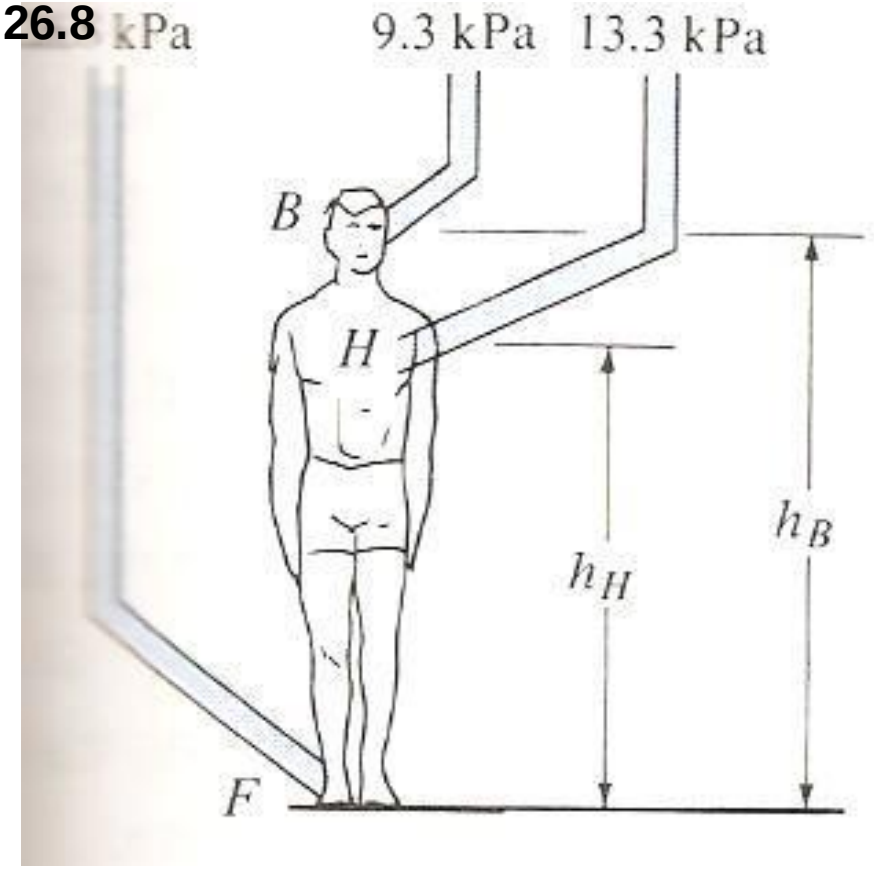
$$= 100 - \frac{1050\,(kg/m^3)*0.5\,(m)}{13600\,(kg/m^3)} = 60\,mmHg$$

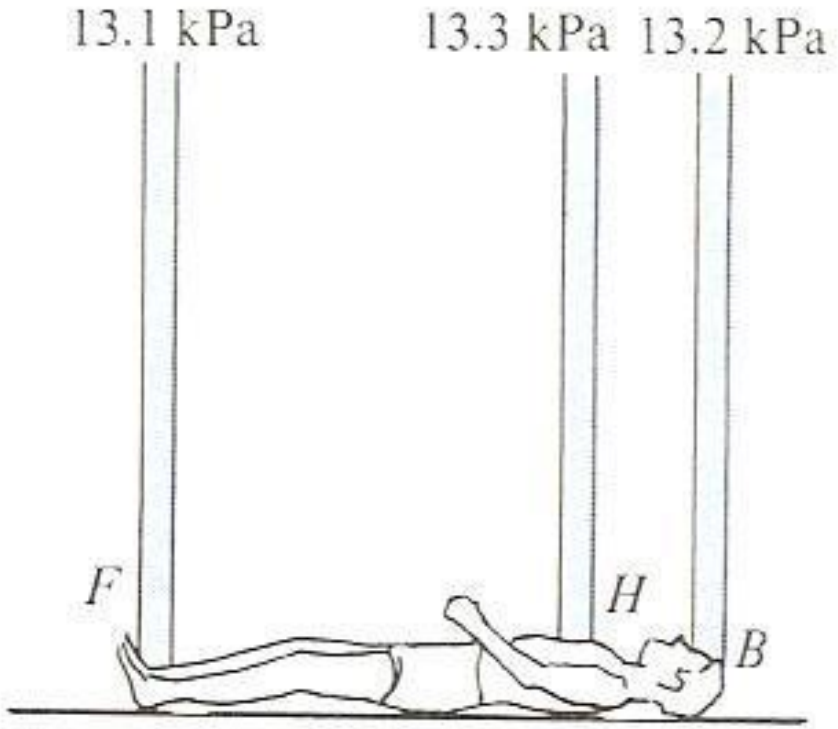
$$P = 100\,(mmHg) - \frac{\rho\,(blood)*h}{\rho\,(Hg)}$$

$$= 100 - \frac{1050\,(kg/m^3)*1.3\,(m)}{13600\,(kg/m^3)} = 200\,mmHg$$

- لذلك قد يسبب الضغط بالقدمين دوالي القدمين في حالة عدم الحركة أو الوقوف طويلا دون حركة.

26.8





- لإيجاد الضغط اللازم لإنفجار الأوعية:

$$T = R\,P \quad \text{--------}\rightarrow \Delta P_{max} = \left|dT/dR\right|_{max}$$

معامل يونج (معامل المرونة)- Y = الأجهاد(F/A) / الأنفعال(ΔL/L)

$$Y = P/(\Delta L/L) \text{ --------}\rightarrow \Delta P_{max} = Y_{max}\, dR/Ro = Y_{max}\, t/Ro = \left|dT/dR\right|_{max}$$

حيث: t سمك الجدار، R0 نصف قطرة الأصلي

-ووجد عمليا أن Ymax للشرايين العطمية يساوي؛ للشباب 7x105 N/m2، ولكبار السن 1.8x 105 N/m^2، R_0=0.35 cm & t=0.07 cm

-بحساب الضغط اللازم لأنفجار الوعاء الدموي كانت تقريبا،

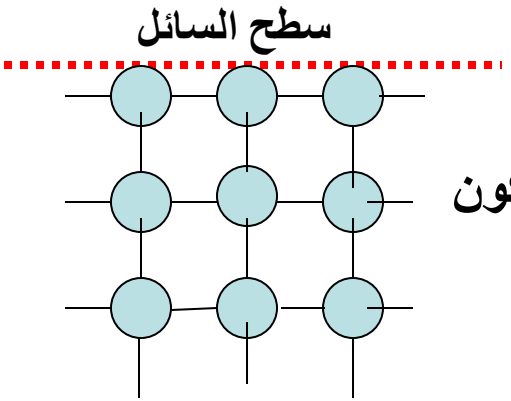
$$\Delta P_{max} = 1.4x105\ Pa \approx 1000\ mm\ Hg$$

وذلك يعادل عشرة أمثال الضغط الطبيعي ويفهم أنة لا يمكن لهذا الشريان أن ينفجر إلا أذا أصيب بمرض أدى إلى تيبسة مما يؤدي إلى أنخفاض قيمة معامل يونج (معامل المرونة).

الضغط الجوي:

2-3 الشد أو التوتر السطحي:

- هى قوى سطحية تعمل على جعل قطرات السائل تتخذ الشكل الكروي مما يعني أن سطح السائل له طاقة أكبر من باقي أجزاء السائل والتي تستخدم لتقليل مساحة سطحة.



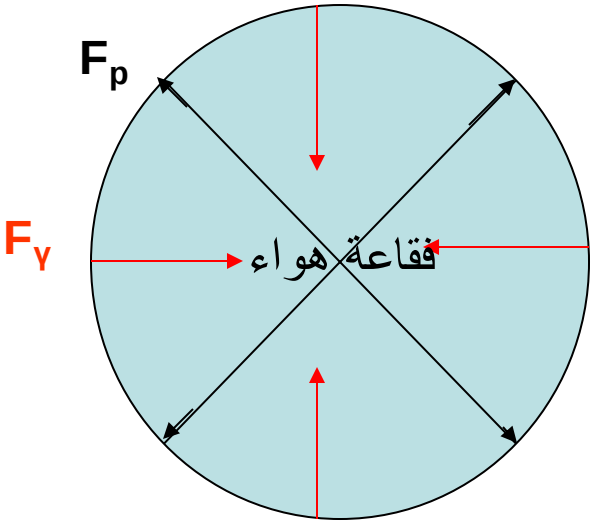
- للجزيئات داخل السائل تكون محصلة القوى تساوي صفر، بينما للجزيئات الموجودة على السطح فأن محصلة القوى المؤثرة عليها لا تساوي صفر وتكون اتجاها إلى أسفل.

- الشد السطحي: القوى العمودية التي تؤثر على وحدة الأطوال من سطح السائل وتجذبة إلى أسفل، ووحدتها N/m– نيوتن لكل متر.

- يلعب الشد أو التوتر السطحي دورا هاما بالنظم البيولوجية؛

- عملية تبادل الغازات خلال جدار الحويصلات الهوائية بالرئة،

- سير بعض الشرات مثل البعوض على سطح الماء،



$$F_p = F_\gamma \Rightarrow \quad F_p = P\pi R^2 \ \ \& \ F_\gamma = 2\pi R\gamma$$

الشد السطحي؛ $\gamma \Rightarrow = F / l$ **N/m & j/m²**

معادلة لابلاس

$$\therefore P = \frac{2\gamma}{R}$$

$$P\,\alpha\,\gamma \quad \& \quad P\,\alpha\,\frac{1}{R}$$

- يعرف الشد السطحي بأنه كمية الشغل المبذول لوحدة المساحة لزيادة مساحة سطح السائل.

- الشد السطحي يعتمد على الخواص الطبيعية للسائل وعكسيا على درجة الحرارة.

مثال: أذا كن قيمة التوتر السطحي لكرة من البلازما الدم $50x10^{-3}$ N/m ونصف قطرها 2 µm اوجد مقدار الضغط بالكرة؟

$$\text{Q } P = \frac{2\gamma}{R} = \frac{2x\,0.05}{2x\,10^{-6}} = \qquad N\ /m^2$$

عمل الحويصلات الهوائية بالرئة:

تكون بنهاية الشعيبات الهوائية بالرئة، وتكون مثل الفقاعات الصغيرة المتصلة ببعضها البعض حيث يتم تبادل الغازات بالرئة،

- قطر الحويصلة حوالي 0.2 mm وسمك جدارها 0.4 µm،
- تتمدد وتنكمش أثناء التنفس وتحاط بالدم حيث يحدث تبادل الغازات،
- توجد مادة محددة (lining) تسمى السيرفاكتنت (Surfactant) والتي تتميز بتغير قيمة الشد السطحي لها ومساحتها بتغير الضغط أثناء الشهيق والزفير. $P \alpha \gamma$
- في حالة انخفاض الضغط أي أثناء الزفير تقل مساحة الحويصلات الهوائية ولكن لا يحدث انطباق لهذه الحويصلات بسبب المادة المحددة بجدارها،
- عند نقص المادة المحددة (كما في حالة بعض الأطفال الرضع وخاصة المبتسرين منهم) يعرض الشخص للإصابة بمرض في الجهاز التنفسي يسمى – RDS (Respiratory Distress Syndrom) وحينها قد يحدث أختناق نظرا لصعوبة دخول الهواء للرئة بسبب انقباض الحويصلات وانكماشها نظرا لانخفاض الشد السطحي لجدران الحويصلات الهوائية.

مثال: حويصلة هوائية رقيقة نصف قطرها 0.1 mm والتوتر السطحي $1x10^{-3}$ N/m أوجد قيمة الضغط داخل الحويصلة.

$$Q\ P = \frac{2\gamma}{R} = \frac{2x\ 0.001}{0.1x\ 10^{-3}} = \qquad N\ /m^2$$

- طرق قياس الشد السطحي للخلايا:

- طريقة الأنضغاط

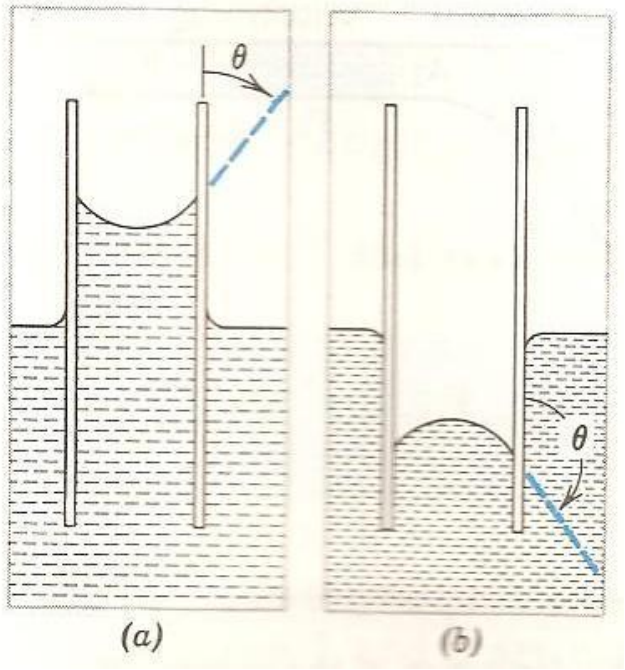
$$P = \frac{2\gamma}{(\frac{r_1 + r_2}{2})}$$

- طريقة البلستومير

$$\Delta P = \frac{8\eta LQ}{\pi R^4} = \frac{2\gamma}{R}$$

- طيقة الطرد المركزي

$$\gamma = \frac{\left[V_h(\rho_h - \rho_m) + V_L(\rho_m - \rho_{L)}\right]g}{2\pi R}$$

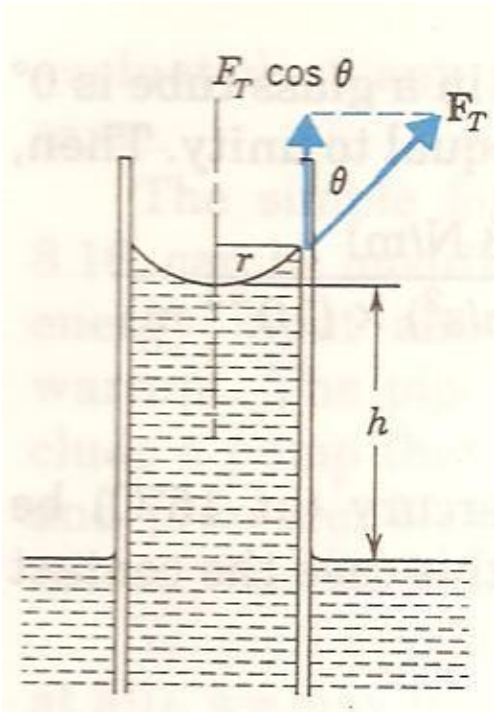


- الخاصية الشعرية:

- هى ظاهرة ارتفاع السائل - عكس اتجاه الجاذبية الأرضية - بأنبوبة رفيعة بسبب قوى بين سطح الأنبوبة والسائل ويأخذ سطح السائل الشكل المقعر،

- السوائل التي تبلل الجوامد تكون زاوية الالتصاق بين 0-90 درجة حيث يوجد قوة تلاصق بين السطح والسائل كما في حالة الماء، اما السوائل التي زاوية التصاقها بين 90-180 درجة فأنها لا تبلل أسطح الجوامد.

- نتيجة قوى التبلل يرتفع السائل لأعلى وتكون؛



$$F_\gamma = \gamma \cos\theta \, 2\pi R \;\&\; F_g = mg = V\rho g = \pi R^2 h \rho g$$

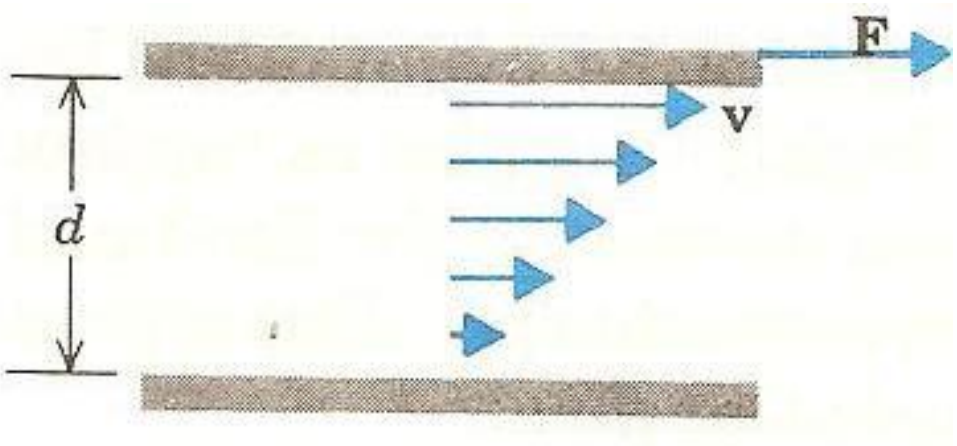
$$\text{Q}\, F_\gamma = F_g \Rightarrow h = \frac{2\gamma\cos\theta}{\rho g R} \Rightarrow h\alpha\frac{1}{R}$$

مثال: ترتفع السوائل بالأشجار خلال مجموعة من الأنابيب الشعرية نصف قطرها $2.5x10^{-5}$ m فأذا كان التوتر السطحي للماء 7.28×10^{-2} N/m وكثافة الماء 10^3 kg/m^3. أحسب أقى أرتفاع يمكن أن يصل إلية الماء داخل الشجرة؟

$$h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho g R} = \frac{2x\ 7.28x10^{-2}}{10^3 x\ 9.8x\ 2.5x10^{-5}} = 0.59m$$

4-2 اللزوجة:

- هى قوة الأحتكاك الناشئة بين طبقات السائل عند تحركة. هذه القوة لوحدة المساحة (A)، (F/A) يطلق عليها الأجهاد القصي في السائل.



- ووجد أن:

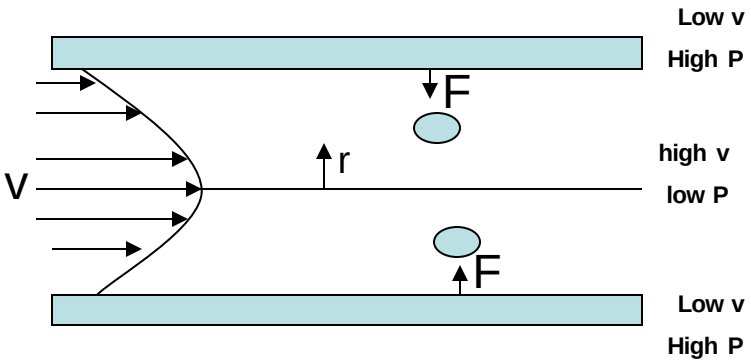
$$\frac{F}{A} \alpha \frac{dv}{dy}$$

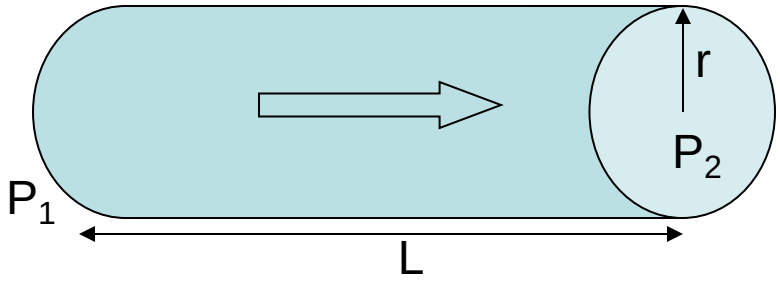
$$\frac{F}{A} = \eta \frac{dv}{dy}$$

حيث ή معامل اللزوجة، ويعتمد على طبيعة السائل، درجة الحرارة والضغط. وحدة معامل اللزوجة هى باس K (pas)الذي يكافئ $N.s.m^{-2}$ & بواز (Poise) حيث Pas = 10 Poise

- السائل السنوفي (Synovial Liquid) داخل المفاصل يتميز بان لزوجتة تقل بزيادة الأجهاد وذلك لتقليل الأحتكاك أثناء حمل الأحمال الكبيرة.

- تدفق الدم خلال الجهاز الدوري:





Poiseulle's Equation

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta L}\Delta P$$

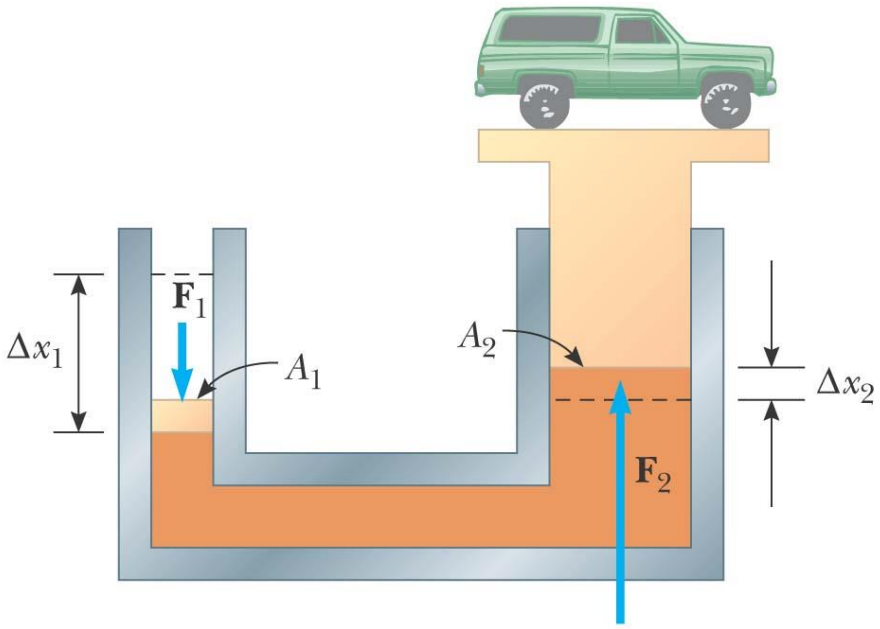
- لزوجة الدم تتراوح بين $3x10^{-3}$ Pas – $4x10^{-3}$ Pas وتعتمد على نسبة خلايا الدم الحمراء حيث أن تزايد لزوجة الدم يكون مؤشر لبعض الأمراض مثل داء الحمرة Polysythemia vera- مشاكل في الدورة الدموية. تؤثر الحرارة أيضا على لزوجة الدم حيث تزداد اللزوجة بأنخفاض الحرارة وهذا يفسر أنخفاض إمداد الدم للأطراف عند أنخفاض درجات الحرارة.

قاعدة باسكال:

بالنظر إلى أن الضغط متساوي عند جميع النقاط ذات العمق المتساوي في السائل، فإن أي زيادة في الضغط على السطح يجب أن تنتقل إلى أي نقطة في السائل بصورة متساوية وهو ما يسمى بقانون باسكال الذي ينص على الآتي:

"الضغط الخارجي المطبق على سائل ضمن وعاء مغلق ينتقل دون أي نقصان إلى جميع نقاط السائل وإلى جدران الوعاء المغلق".

وكتطبيق على قاعدة باسكال لدينا الرافعة الهيدروليكية المبينة في الشكل المجاور، حيث أن:



(a)

© 2004 Thomson/Brooks Cole

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

مثال: كرسي حلاقة موضوع على مكبس هيدروليكي قطره 10 cm بينما مساحة مكبس الرفع هي $10\ cm^2$.

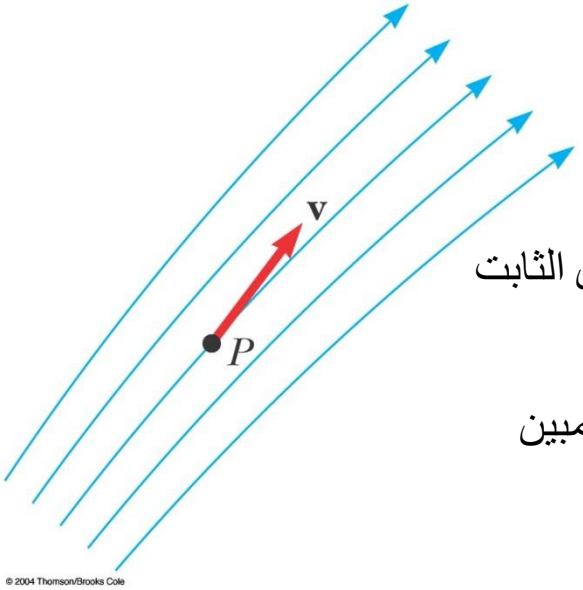
إذا كانت كتلة الكرسي والشخص الجالس هي 160 kg، فما هي القوة اللازم تطبيقها لرفع المكبس؟

$$A_1 = 10\,cm^2 = 0.001\,m^2 \quad ; \quad F_1 = ?$$

$$r_2 = 5cm = 0.05m \Rightarrow A_2 = \pi r_2^2 = 3.14 \times (0.05)^2 = 7.85 \times 10^{-3}\,m^2$$

$$F_2 = mg = 160 * 9.8 = \ N$$

- سريان الموائع



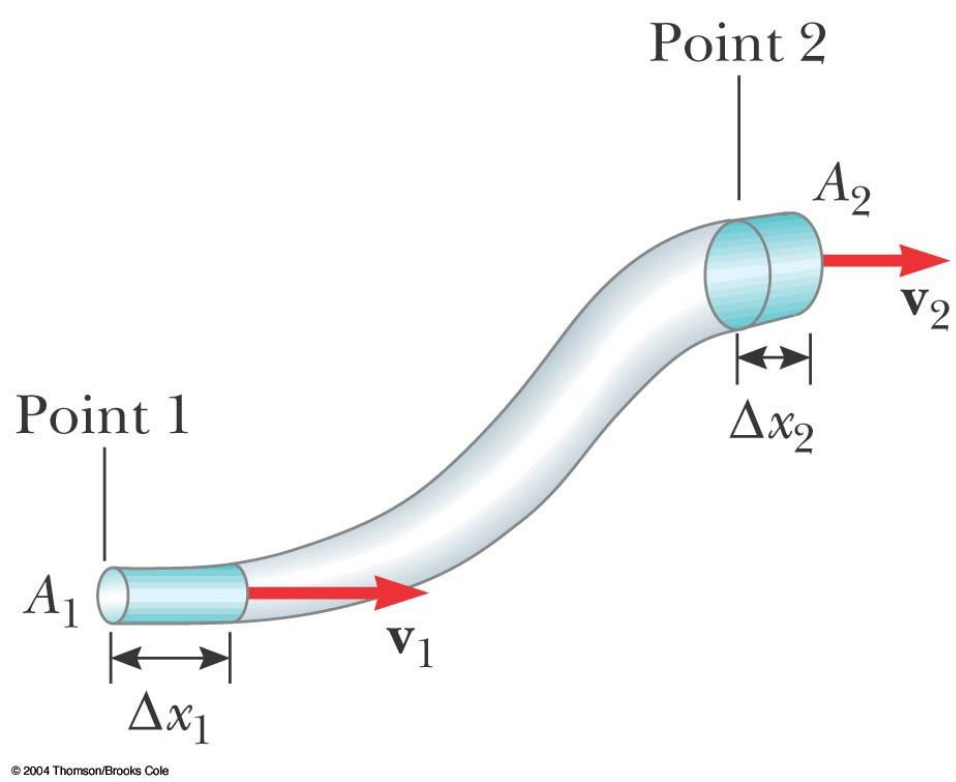
- ***السريان الأنسيابي***:

- يُدعى المسار لأجزاء (طبقات) السائل الواقعة تحت تأثير الجريان الثابت بالخط الانسيابي،

- والخطوط الانسيابية الممثلة للجريان الانسيابي لا تتقاطع كما هو مبين بالشكل المجاور.

- ***السريان المضطرب:***

- تكون فيه خطوط التدفق (الجريان) متبرمة (دوارة) ويمكن أن تعاكس الاتجاه الأصلي للجريان، وهذا النوع من الجريان يحصل عند السرعات العالية أو بسبب وجود عائق أو حافة حادة خلال مسار السائل.



- كما هو موضح بالشكل:

- يمر سائل بجريان انسيابي بالأنبوب من النقطة 1 إلى النقطة 2. بما أن معدل الكتلة المارة خلال أي مقطع من الأنبوب هو كمية منحفظة (أي ثابتة ولا تتغير)، لذا فإن معدل الكتلة المار خلال المقطع (1) ، يكون مساوياً لمعدل الكتلة المار خلال المقطع (2)، أي معدل الجريان الكتلي يكون ثابتا كما موضح بالمعادلة التالية،

،

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 = \text{constant}$$

حيث: ρ_1 & ρ_2 تمثل الكثافة عند المقطع (1) و (2) على االتوالي.

v_1 & v_2 تمثل السرعة عند المقطع (1) و (2) على التوالي .

A1 & A2 تمثل مساحة المقطع عند المقطع (1) و (2) على التوالي .

-بالنسبة للسوائل غير قابلة للانضغاط كالماء مثلاً تكون قيمة الكثافة ثابتة، وبالتالي يكون معدل الجريان الحجمي Q ثابتاً، أي أن:

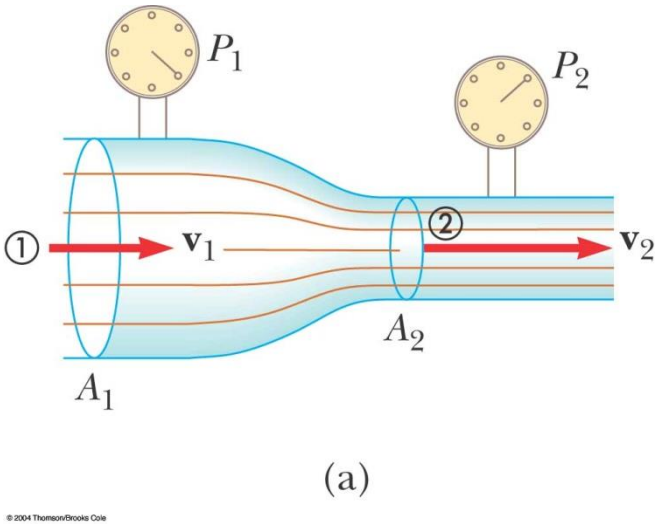
معادلة الاستمرار للسوائل غير قابلة للانضغاط تكون؛

معدل التدفق (الجريان) الحجمي

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{constant} \quad (\frac{m^3}{s})$$

- وكما يلاحظ بالشكل أن كمية المياه بالخرطوم (من حيث الكتلة أو الحجم) تكون ثابتة ، وعند الضغط على طرف الخرطوم فأن سرعة تدفق المياه تزداد وذلك بسبب التناقص في مساحة مقطع الخرطوم.

- ويمكن تطبيق نفس المثال على الجهاز الدوري بجسم الأنسان حيث يلاحظ انة يكون من شريين وأوردة وشعيرات دموية ومساحة مقطعها تختلف بختلاف بعدها عن القلب ووظيفتها من حيث كمية وحجم اللازمين للقيام بالوظائف الحيوية لأعضاء الجسم المختلفة.



مثال: أنبوب ينتقل به الماء بجريان انسيابي كما هو موضح بالشكل، احسب:

- السرعة عند الجزء الضيق من الأنبوب.
- معدل التدفق (الجريان) الحجمي.
- معدل التدفق (الجريان) الكتلي.

عند النقطة (1) : $r_1 = 12.5$ mm السرعة $v_1 = 1.8$ m/s

عند النقطة (2) : $r_2 = 9$ mm السرعة $v_2 = ?$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$(\pi r_1^2) v_1 = (\pi r_2^2) v_2$$

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = v_1 \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}$$

$$\therefore v_2 = v_1 \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 1.8 \times \left(\frac{12.5}{9}\right)^2$$

$$\therefore v_2 = 3.5 \text{ m/s}$$

معدل التدفق (الجريان) الحجمي

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\therefore Q = 3.14 \times (12.5 \times 10^{-3})^2 \times 1.8$$

$$= 8.8 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

معدل التدفق (الجريان) الكتلي

$$\rho v_1 A_1 = \rho v_2 A_2 = \rho Q$$

$$= 1 \times 10^3 \times 8.8 \times 10^{-4}$$

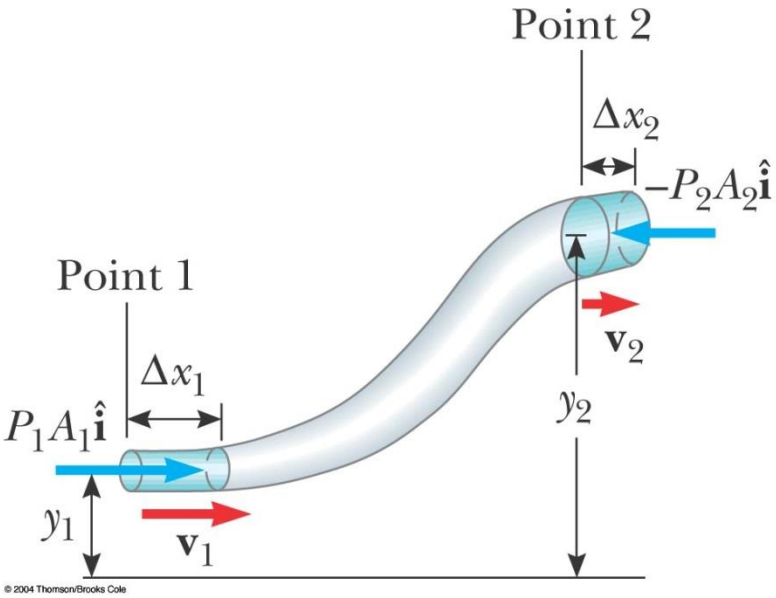
$$= 0.88 \text{ kg/s}$$

ـ معادلة برنولي

استطاع برنولي عام 1738م إثبات أن الضغط يتناسب عكسياً مع سرعة السائل- للسريان الانسيابي للوسائل.

ويمكن اعتبار معادلة برنولي على أنها علاقة لحفظ الطاقة خلال حجم ثابت من السائل، والتي يمكن كتابتها كالأتي:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 = \text{constant}$$



حيث: - P الشغل المبذول لوحدة الحجم

(W/V = Fdx/V= Fdx/Adx = F/A = P)

- ½ ρv^2 طاقة الحركة لوحدة الحجم

- $\rho g y$ طاقة الوضع لوحدة الحجم

وذلك يعني أن مجموع الضغط والطاقة الحركية لوحدة الحجم والطاقة الكامنة لوحدة الحجم هو كمية ثابتة عند جميع النقاط على طول مسار السائل ذات السريان الانسيابي.

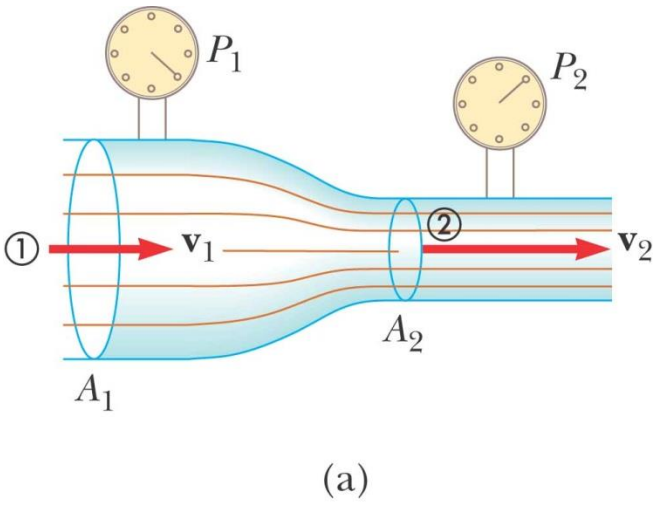
حالة خاصة للمعادلة برنولي؛ عندما يكون السائل ساكناً أي $V_1 = V_2 = 0$

$$P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1)$$

مثال: $v_1 = 1.8$ m/s & $V_2 = 3.5$ m/s & $P_1 = 51$ kPa، أحسب قيمة P_2؟

بما أن $\rho 1 = \rho 2$ & $y1 = y2$ فأن طاقة الوضع لوحدة الحجم متساوية لطرفى الأنبوبة ومعادلة برنولي تصبح:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \text{constant}$$



(a)

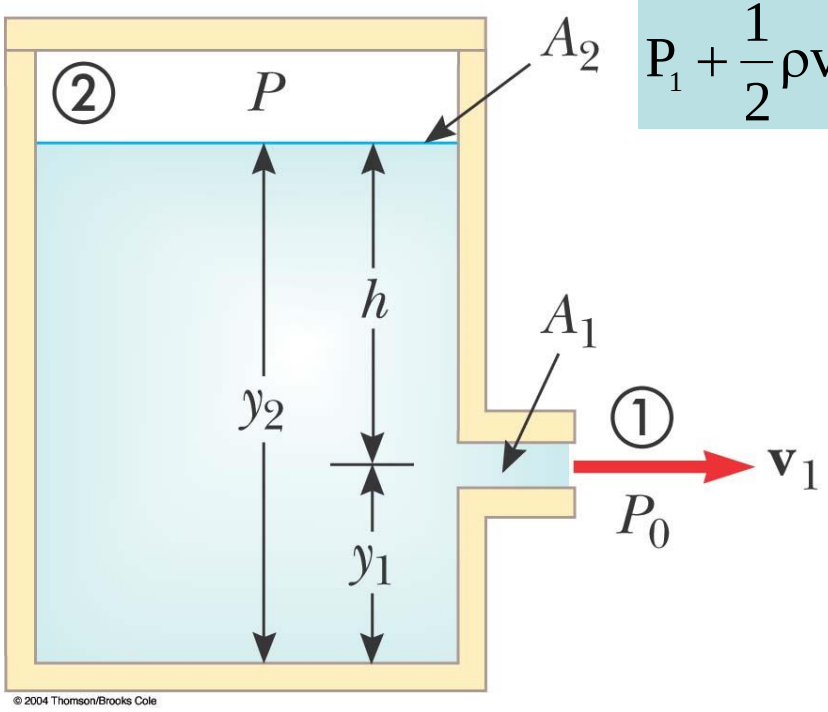
© 2004 Thomson/Brooks Cole

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)$$

$$= 5.1\times10^3 + \frac{1}{2}\times10^3\left[(1.8)^2 - (3.5)^2\right]$$

$$= 4.7\times10^4 \ \text{Pa}$$

مثال: خزان ماء قطره الداخلي (1.5m) وفتحة قطرها (15mm) على الجانب ويبتعد مسافة (2.5m) عن ارتفاع الماء في الخزان (انظر الشكل). ما هي سرعة الماء الخارج من الفتحة؟



$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 = \text{constant}$$

الضغط على الموضعين (1) و (2) هو واحد، P1=P2

وبما أن الكثافة واحدة، لذا تكون معادلة برنولي

$$g y_1 + \frac{1}{2} v_1^2 = g y_2 + \frac{1}{2} v_2^2$$