بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض
كلية العلوم / قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الأول في المقرر ٣٤٣ ريض
الفصل الدراسي الأول ١٤٤١ هـ الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١: أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(أ) $\mathbb{R}^+ \leq \mathbb{R}$ (ب) $x^{-1} = x \Leftrightarrow x = e$ ، حيث $x \in G$.

(ج) $y \in G \Rightarrow y^{-1} \neq y \rightarrow |y| > 2$

(د) $H, K \leq G$ ، بحيث $|G| = 96$ و $|H| = 12$ و $|K| = 8$ ، و $|H \cap K| = 6$.

س٢: (أ) لتكن $G = U_n$ ، أكمل الفراغات الآتية:

[١] $U_n = \{d \in \mathbb{Z}_n^* \mid \ldots\}$ [٢] $|U_n| = \ldots$.

[٣] عندما تكون $n = 11$ ، فإن: $U_{11} = \ldots$

[٤] $|\langle 3 \rangle| = \ldots$ [٥] $|\langle 3 \rangle| = \ldots$ إذا كان $3, 10 \in U_{11}$ حيث $|\langle 10 \rangle| = \ldots$

[٦] $\langle 3 \rangle \cap \langle 10 \rangle = \ldots$.

(ب) نعلم أن زمرة الرباعيات Q ، تعرف كما يلي:

$$Q = \langle a, b : a^4 = b^4 = e \wedge a^2 = b^2 \wedge aba^{-1} = b^{-1} \rangle$$

أجب عما يأتي:

I) إذا علمت أن: $Z(Q) = \{e, a^2\}$ ، فأكمل الفراغات الآتية:

[i] $Q = \{e, a, b, \ldots\}$ [ii] $|Q/Z(Q)| = \ldots$

[iii] عناصر الزمرة الخارجة $Q/Z(Q) = \{\ldots\} = Z(Q)$

II) أثبت أن: $(ab)^{-1} = ba$.

س٣: ليكن $\Phi : G \rightarrow \bar{G}$ تشاكلاً غامراً نواته K ، وليكن $H \leq G$ ، $K \leq H$.

أجب عما يأتي:-

(أ) أكمل الفراغ: $\Phi(H) = \bar{H} = \ldots$

(ب) أثبت أن: $\bar{H} \leq \bar{G}$.

نسأل الله لكم التوفيق