**بسم الله الرحمن الرحيم**

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

**الزمن: ساعة ونصف**
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر نظرية الزمر (343 ريض)
الفصل الدراسي الأول 1443هـ
الاختبار الفصلي الأول

**أجب عن الأسئلة الآتية**

**السؤال الأول: [ 9 درجات ]**

**(أ) املأ الفراغين التاليين:**

**(1)** $\mathbf{U_n} = \{\ldots\ldots\ldots\}$ **(2)** $|\mathbf{U_n}| = \ldots\ldots\ldots$

**(ب) إذا كانت** $G = \mathbf{U_{23}}$ **، فاملأ الفراغات الآتية:**

**(1)** $\mathbf{U_{23}} = \{\ldots\ldots\ldots\}$ **(2)** $|\mathbf{U_{23}}| = \ldots\ldots\ldots$ **(3)** $\langle 2\rangle = \{\ldots\ldots\ldots\}$

**(4)** $|\langle 2\rangle| = \ldots\ldots\ldots$ **(5)** $|\langle 22\rangle| = \ldots\ldots\ldots$ **(6)** $(22)^{-1} = \ldots\ldots\ldots$

**(ج) إذا كانت** $G = \mathbf{U_{23}}$ **، فأثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:**

**(1)** $\langle 2\rangle\langle 22\rangle \leq \mathbf{U_{23}}$ **(2)** $\langle 2\rangle \cap \langle 22\rangle = \{1\}$

**(3)** $\langle 2\rangle \cup \langle 22\rangle = \mathbf{U_{23}}$ **(4)** $|\langle 2\rangle \cup \langle 22\rangle| \mid\mid |G|$

---

**السؤال الثاني: [ 9 درجات ]**

**(أ) إذا كان** $x \in G$ **، فاملأ الفراغ الآتي:**

$N(x) = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

**(ب) أثبت أن** $N(x) \leq G$

**(ج) أكتب نص مبرهنة « مبدأ العد ».**

**(د) إذا كانت** $G$ **رتبتها 143 فأثبت باستخدام مبدأ « مبرهنة العد » أن** $G$ **لا تملك زمرتين جزئيتين مختلفتين رتبة كل منهما 13 .**

---

**السؤال الثالث: [ 7 درجات ]**

**إذا كان** $\varphi : G \to \overline{G}$ **تشاكلاً نواته** $\mathrm{K}$ **، فأجب عما يلي:**

**(أ) املأ الفراغ** $K = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

**(ب) أثبت أن** $K \trianglelefteq G$

---

**نسأل الله لكم التوفيق والسداد**