

اجب عن الاسئلة الآتية

- ١٣ س١ (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:
- ١ [I] إذا كانت  $G$  منتهية و  $x \in G$  فإن  $x^n = e$   $\forall n \in \mathbb{N}$
  - ٢ [II] توجد زمرة  $G$  غير بسيطة رتبها عدد أولي.
  - ٣ [III]  $G$  غير أبيلية  $\Leftrightarrow |Aut(G)| > 1$
  - ٤ [IV]  $G$  أبيلية و  $H, K \leq G \Leftrightarrow HK \leq G$

(ب) إذا كانت  $G = U_2$  فاملأ الفراغات الآتية:

- ١ [I]  $\langle 2 \rangle = \dots$  [II]  $|U_2| = \dots$  [III]  $U_2 = \dots$
  - ٢ [IV]  $8^{-1} = \dots$  [V]  $\langle 4 \rangle = \dots$  [VI]  $|U_2 / \langle 4 \rangle| = \dots$
- (د) اكتب نص تعميم «المبرهنة الأساسية للجماعات» وبين كيف تكتمل؟

١٣ س٢ (أ) املأ الفراغات الآتية:

- ١ [I] نص عكس مبرهنة لاغرانج هو:  $\dots$
- ٢ [II]  $Z(G) = \dots$
- ٣ [III]  $G$  منتهية و  $H, K \leq G \Leftrightarrow |HK| = \dots$
- ٤ [IV]  $G$  منتهية و  $H \leq G$  و  $\phi \neq H$  مغلقة  $\Leftrightarrow H \dots G$
- ٥ [V]  $Aut(G) = \dots$
- ٦ [VI]  $Inn(G) = \dots$

(ب) أثبت أن:

$$Inn(G) \leq Aut(G)$$

أَسْأَلُ اللَّهَ لَكُمْ التَّوْفِيقَ