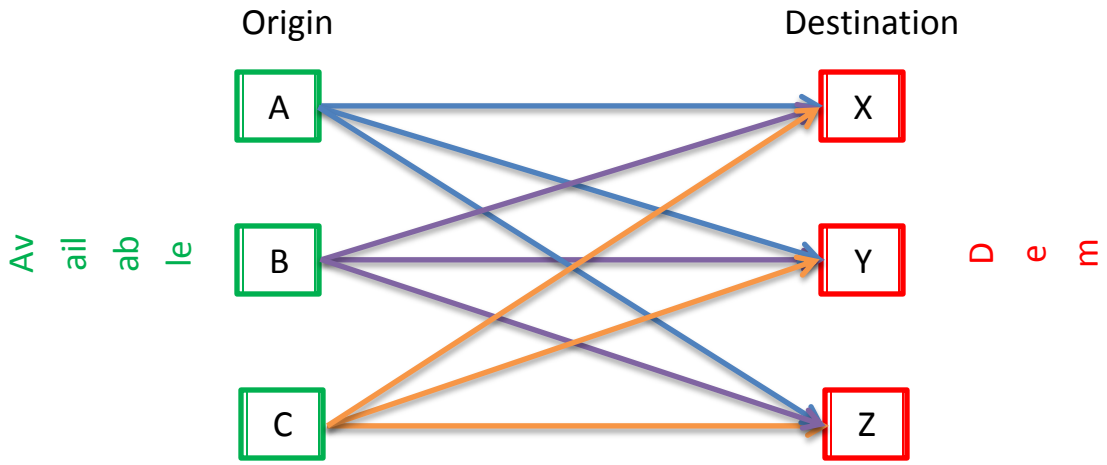
تمرين (4)

مسائل النقل و التخصيص: Transportation problems and Assignment

1- مسائل النقل: Transportation problem:

- الصورة العامة للنموذج الخطي لمسألة النقل:

General Transportation Problem Linear Model:



a_i = quantity of product available at origin - i - الكمية المتوفرة في المصدر أ

b_j = quantity of product demand at origin - j - الكمية المطلوبة في الوجهة ب

c_{ij} =cost of shipping one unit from origin i to destination j per route

تكلفة نقل (شحن) وحدة واحدة من المصدر أ إلى الوجهة ب

x_{ij} =number of units shipped from origin i to destination j per route

عدد الوحدات التي تم نقلها من المصدر أ إلى الوجهة ب

Mathematical Model:

Min $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij}$

Subject to

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad i = 1,2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad j = 1,2, \dots, n$$

$x_{ij} \geq 0$ for all i, j

مثال 1 :

شركة لإنتاج الاسمنت لديها ثلاثةمصانع في ثلاث مدن مختلفة وترغب في نقل الوحدات المنتجة من هذه المصانع إلى ثلاثة أماكن توزيع مختلفة أيضا (أماكن الطلب) ولديها القدرة على توزيع كامل الوحدات المنتجة (توازن) كيف يمكن جدولة نقل الوحدات من مصادر الإنتاج إلى اماكن التوزيع بأقل تكلفة ممكنة؟

المصنع	كمية الإنتاج	مركز التوزيع	كمية الطلب
الدمام	56	الرياض	72
ينبع	82	جده	102
تبوك	77	أبها	41
	215 طن		215 طن

ووجدت الشركة أن تكلفة نقل الوحدة الواحدة من كل مصدر انتاج إلى أماكن التوزيع (ريال / وحدة) كما في الجدول التالي:

من / إلى	الرياض	جده	أبها
الدمام	4	8	8
ينبع	16	24	16
تبوك	8	16	24

المطلوب:

اكتب النموذج الرياضي

أوجد الحل الأساسي الممكن الابتدائي Determine a starting basic feasible solution

باستخدام طريقة:: Using the method of

- **الشمال الغربي North – West Method**
- **أقل تكلفة Least – Cost Method**

الحل:

متغيرات القرار:

x_{ij} ... عدد الوحدات التي يتم نقلها من مصنع أ إلى مركز توزيع ب $i = 1,2,3\ ,\ j = 1,2,3$

النموذج الرياضي:

$$Min\ Z = 4x_{11} + 8x_{12} + 8x_{13} + 16x_{21} + 24x_{22} + 16x_{23} + 8x_{31} + 16x_{32} + 24x_{33}$$

Subject to

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 56$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 82$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 77$$
$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 72$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 102$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 41$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{for all } i = 1,2,3,\ j = 1,2,3$$

باستخدام طريقة الشمال الغربي: North – West Method

	1	2	3	
1	56 (4)	---- (8)	---- (8)	56
2	16 (16)	66 (24)	---- (16)	82
3	---- (8)	36 (16)	41 (24)	77
	72	102	41	

$x_{11} = 56,\ x_{21} = 16,\ x_{22} = 66,$

$x_{32} = 36,\ x_{33} = 41$

$Z = 4 * 56 + 16 * 16 + 24 * 66 +$

$16 * 36 + 24 * 41 = \mathbf{3624}$

باستخدام طريقة أقل تكلفة: Least – Cost Method

	1	2	3	
1	56 (4)	---- (8)	---- (8)	56
2	---- (16)	41 (24)	41 (16)	82
3	16 (8)	61 (16)	---- (24)	77
	72	102	41	

$x_{11} = 56,\ x_{22} = 41,\ x_{23} = 41,$

$x_{31} = 16,\ x_{32} = 61$

$Z = 4 * 56 + 24 * 41 + 16 * 41 +$

$8 * 16 + 16 * 61 = \mathbf{2968}$

Solve the transportation model?? أوجد الحل الامثل ؟؟

ابدأ بأحد الطرق السابقة لتعيين الحل الأساسي الابتدائي – ولتكن طريقة أقل تكلفة:

1- For each basic variable: x_{ij} : $u_i + v_j = c_{ij}$

	$v_1 = 4$	$v_2 = 12$	$v_3 = 4$	
$u_1 = 0$	56 (4)	---- (8) 4	---- (8) -4	56
$u_2 = 12$	---- (16) 0	41 (24)	41 (16)	82
$u_3 = 4$	16 (8)	61 (16)	---- (24) -12	77
	72	102	41	

	$v_1 = 4$	$v_2 = 12$	$v_3 = 20$	
$u_1 = 0$	$56 - \theta$ (4)	θ (8) 4	---- (8) 12	56
$u_2 = 12$	---- (16)	41 (24)	41 (16) 16	82
$u_3 = 4$	$16 + \theta$ (8) 0	$61 - \theta$ (16)	---- (24)	77
	72	102	41	

	$v_1 = 0$	$v_2 = 8$	$v_3 = 0$	
$u_1 = 0$	---- (4) -4	56 (8)	---- (8) -8	56
$u_2 = 16$	---- (16) 0	41 (24)	41 (16)	82
$u_3 = 8$	72 (8) 0	5 (16)	---- (24) -16	77
	72	102	41	

وهنا وصلنا للحل الأمثل: وهو نفس الحل الذي حصلنا عليه بطريقة فوجل التقريبية

تمرين:

شركة لديها ثلاثة مصانع في ثلاث مناطق مختلفة وترغب في نقل الوحدات المنتجة من هذه المصانع إلى أربعة مراكز توزيع مختلفة أيضا (أماكن الطلب) ولديها القدرة على توزيع كامل الوحدات المنتجة (توازن) كيف يمكن جدولة نقل الوحدات من مصادر الإنتاج إلى مراكز التوزيع بأقل تكلفة ممكنة؟

المصنع	كمية الإنتاج	مركز التوزيع	كمية الطلب
مصنع 1	15	مركز 1	5
مصنع 2	25	مركز 2	15
مصنع 3	10	مركز 3	15
	50وحدة	مركز 4	15
			50 وحدة

ووجدت الشركة أن تكلفة نقل الوحدة الواحدة من كل مصدر انتاج إلى أماكن التوزيع (ريال / وحدة) كما في الجدول التالي:

من / إلى	مركز 1	مركز 2	مركز 3	مركز 4
مصنع 1	10	2	20	11
مصنع 2	12	7	9	20
مصنع 3	18	16	14	4

المطلوب:

اكتب النموذج الرياضي

أوجد الحل الأساسي الإبتدائي باستخدام طريقة:

- **الشمال الغربي North – West Method**
- **أقل تكلفة Least – Cost Method**

2– مسائل التخصيص: The assignment model:

اختيار أفضل شخص للقيام بالعمل "The best person for the job"

ملحوظة هامة: دائما تهدف إلى التصغير المسائل التي تهدف للتكبير نحولها إلى تصغير بطرح جميع القيم من اكبر قيمة

General assignment model:

With ***n*** workers and ***n*** jobs and element c_{ij}, the cost of assigning worker *i* to job *j.*

Examples:

1) **Given the cost matrix:**

	Job1	Job2	Job3
Worker 1	**$15**	**$10**	**$9**
Worker 2	**$9**	**$15**	**$10**
Worker 3	**$10**	**$12**	**$8**

Solution:

	S_1	S_2	S_3	Row min
a_1	**15**	**10**	**9**	9
a_2	**9**	**15**	**10**	9
a_3	**19**	**12**	**8**	8

	S_1	S_2	S_3
a_1	**6**	**1**	**0**
a_2	**0**	**6**	**1**
a_3	**11**	**4**	**0**
Column min	0	1	0

	S_1	S_2	S_3
a_1	**6**	**0**	**0**
a_2	**0**	**5**	**1**
a_3	**11**	**3**	**0**

Assignment: (a_1,s_2), (a_2,s_1), (a_3,s_3)

Total cost = 10 + 9 + 8 = 27

2) **Given the cost matrix:**

	Job1	Job2	Job3	Job 4
Worker 1	$1	$4	$6	$3
Worker 2	$9	$7	$10	$9
Worker 3	$4	$5	$11	$7
Worker 4	$8	$7	$8	$5

Solution:

	S_1	S_2	S_3	S_4	Row min
a_1	1	4	6	3	1
a_2	9	7	10	9	7
a_3	4	5	11	7	4
a_4	8	7	8	5	5

	S_1	S_2	S_3	S_4
a_1	0	3	5	2
a_2	2	0	3	2
a_3	0	1	7	3
a_4	3	2	3	0
Column min	0	0	3	0

في حالة عدم وجود تخصيص ممكن نرسم أقل عدد من الخطوط الأفقية والرأسية تغطي القيم الصفرية ونطرح أقل قيمة غير مغطاه من باق القيم ثم نجمعها على القيم عند تقاطعات الخطوط

	S_1	S_2	S_3	S_4
a_1	0	3	2	2
a_2	2	0	0	2
a_3	0	1	4	3
a_4	3	2	0	0

	S_1	S_2	S_3	S_4
a_1	0	2	1	1
a_2	3	0	0	2
a_3	0	0	3	2
a_4	4	2	0	0

Assignment: (a_1,s_1), (a_2,s_3), (a_3,s_2), (a_4,s_4)

Total cost = 1+ 10 + 5 + 5 = 21