

تمرين (4)

Transportation problems and Assignment

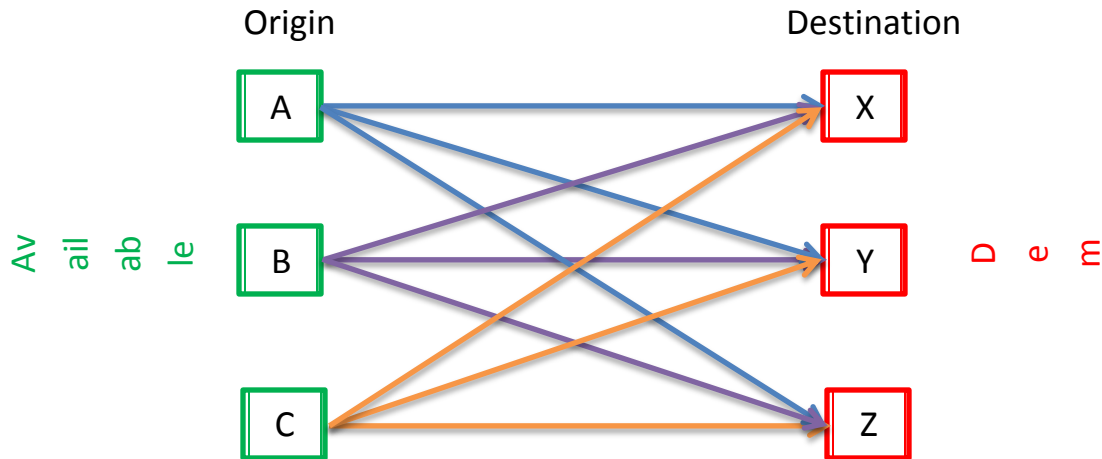
مسائل النقل والتخصيص:

Transportation problem:

1- مسائل النقل:

- الصورة العامة للنموذج الخطي لمسألة النقل:

General Transportation Problem Linear Model:



a_i = quantity of product available at origin - i - أ - الكمية المتوفرة في المصدر

b_j = quantity of product demand at origin - j - ب - الكمية المطلوبة في الوجهة

c_{ij} = cost of shipping one unit from origin i to destination j per route

تكلفة نقل (شحن) وحدة واحدة من المصدر أ إلى الوجهة ب

x_{ij} = number of units shipped from origin i to destination j per route

عدد الوحدات التي تم نقلها من المصدر أ إلى الوجهة ب

Mathematical Model:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

Subject to

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{for all } i, j$$

مثال 1 :

شركة لإنتاج الاسمنت لديها ثلاثة مصانع في ثلاث مدن مختلفة وترغب في نقل الوحدات المنتجة من هذه المصانع إلى ثلاثة أماكن توزيع مختلفة أيضا (أماكن الطلب) ولديها القدرة على توزيع كامل الوحدات المنتجة (توازن) كيف يمكن جدولة نقل الوحدات من مصادر الإنتاج إلى أماكن التوزيع بأقل تكلفة ممكنة؟

المصنع	كمية الإنتاج	مركز التوزيع	كمية الطلب
الدمام	56	الرياض	72
ينبع	82	جده	102
تبوك	77	أبها	41
	215 طن		215 طن

ووجدت الشركة أن تكلفة نقل الوحدة الواحدة من كل مصدر إنتاج إلى أماكن التوزيع (ريال / وحدة) كما في الجدول التالي:

من / إلى	الرياض	جده	أبها
الدمام	4	8	8
ينبع	16	24	16
تبوك	8	16	24

المطلوب:

اكتب النموذج الرياضي

Determine a starting basic feasible solution أوجد الحل الأساسي الممكن الابتدائي

Using the method of:: باستخدام طريقة::

North – West Method الشمال الغربي -

Least – Cost Method أقل تكلفة -

Vogel Approximation فوجل التقريبية -

الحل:

متغيرات القرار:

x_{ij} ... عدد الوحدات التي يتم نقلها من مصنع أ إلى مركز توزيع ب $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$

النموذج الرياضي:

$Min Z = 4x_{11} + 8x_{12} + 8x_{13} + 16x_{21} + 24x_{22} + 16x_{23} + 8x_{31} + 16x_{32} + 24x_{33}$
Subject to

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 56$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 82$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 77$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 72$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 102$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 41$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{for all } i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$$

باستخدام طريقة الشمال الغربي: North – West Method

	1	2	3
1	56	4	8
2	16	66	24
3	8	36	41
	72	102	41

$$x_{11} = 56, x_{21} = 16, x_{22} = 66,$$

$$x_{32} = 36, x_{33} = 41$$

$$Z = 4 * 56 + 16 * 16 + 24 * 66 +$$

$$16 * 36 + 24 * 41 = 3624$$

باستخدام طريقة أقل تكلفة: Least – Cost Method

	1	2	3
1	56	4	8
2	16	41	24
3	8	61	16
	72	102	41

$$x_{11} = 56, x_{22} = 41, x_{23} = 41,$$

$$x_{31} = 16, x_{32} = 61$$

$$Z = 4 * 56 + 24 * 41 + 16 * 41 +$$

$$8 * 16 + 16 * 61 = 2968$$

باستخدام طريقة فوجل التقريبية : Vogel Approximation

	1	2	3	
1	---	4 56	8 --	8
2	---	16 41	24 41	16
3	72	8 5	16 ---	24
	724	1028	418	
	--	--	8	8
	--	16	8	

For each row/column determine a penalty measure by subtracting the smallest unit cost from the next smallest one in the same row/column.

Identify the row/column with the largest penalty, allocate as much as possible to the least unit cost variable in that row/column

$$x_{12} = 56, x_{22} = 41, x_{23} = 41, x_{31} = 72, x_{32} = 5$$

$$Z = 8 * 56 + 24 * 41 + 16 * 41 + 8 * 72 + 16 * 5 = 2312$$

أوجد الحل الامثل؟؟ Solve the transportation model??

ابداً بأحد الطرق السابقة لتعيين الحل الأساسي الابتدائي - ولتكن طريقة أقل تكلفة:

1- For each basic variable: $x_{ij} : u_i + v_j = c_{ij}$

	$v_1 = 4$	$v_2 = 12$	$v_3 = 4$	
$u_1 = 0$	56 4	--- 8	--- 8	56 -4
$u_2 = 12$	--- 16	41 24	41 16	82
$u_3 = 4$	16 8	61 16	--- 24	77 -12
	72	102	41	

	$v_1 = 4$	$v_2 = 12$	$v_3 = 20$	
$u_1 = 0$	$56 - \theta$ 4	θ 8	--- 8	56 12
$u_2 = 12$	--- 16	41 24	41 16	82 16
$u_3 = 4$	$16 + \theta$ 8	$61 - \theta$ 16	--- 24	77
	72	102	41	

	$v_1 = 0$	$v_2 = 8$	$v_3 = 0$	
$u_1 = 0$	<div><div>----</div><div>4 -4</div></div>	<div>56</div>	<div><div>8</div><div>8 -8</div></div>	56
$u_2 = 16$	<div><div>----</div><div>16 0</div></div>	<div>41</div>	<div><div>24</div><div>41 16</div></div>	82
$u_3 = 8$	<div>72</div> <div><div>8 0</div></div>	<div>5</div>	<div><div>16</div><div>----</div><div>24 -16</div></div>	77
	72	102	41	

وهنا وصلنا للحل الأمثل: وهو نفس الحل الذي حصلنا عليه بطريقة فوجل التقريبية

تمرين:

شركة لديها ثلاثة مصانع في ثلاث مناطق مختلفة وترغب في نقل الوحدات المنتجة من هذه المصانع إلى أربعة مراكز توزيع مختلفة أيضا (أماكن الطلب) ولديها القدرة على توزيع كامل الوحدات المنتجة (توازن) كيف يمكن جدولة نقل الوحدات من مصادر الإنتاج إلى مراكز التوزيع بأقل تكلفة ممكنة؟

المصنع	كمية الإنتاج	مركز التوزيع	كمية الطلب
مصنع 1	15	مركز 1	5
مصنع 2	25	مركز 2	15
مصنع 3	10	مركز 3	15
	50 وحدة	مركز 4	15
			50 وحدة

ووجدت الشركة أن تكلفة نقل الوحدة الواحدة من كل مصدر إنتاج إلى أماكن التوزيع (ريال / وحدة) كما في الجدول

التالي:

من / إلى	مركز 1	مركز 2	مركز 3	مركز 4
مصنع 1	10	2	20	11
مصنع 2	12	7	9	20
مصنع 3	18	16	14	4

المطلوب:

اكتب النموذج الرياضي

أوجد الحل الأساسي الابتدائي باستخدام طريقة:

– الشمال الغربي North – West Method

– أقل تكلفة Least – Cost Method

Exercises:

- 1- Obtain an initial basic feasible solution to the following transportation problem:

Warehouse	Store				available
	I	II	III	IV	
A	7	3	5	5	34
B	5	5	7	6	15
C	8	6	6	5	12
D	6	1	6	4	19
demand	21	25	17	17	80

- 2- A company has factories at F_1 , F_2 , and F_3 which supply warehouses at W_1 , W_2 , and W_3 . Weekly factory capacities are 200, 160 and 90 units respectively. Weekly warehouses requirements are 180, 120, and 150 units respectively. Unit shipping costs (in SAR) are as follows:

Factory	Warehouse		
	W_1	W_2	W_3
F_1	16	20	12
F_2	14	8	18
F_3	26	24	16

2- مسائل التخصيص: The assignment model:

"The best person for the job" اختيار أفضل شخص للقيام بالعمل

ملحوظة هامة: دائما تهدف إلى التصغير المسائل التي تهدف للتكبير نحولها إلى تصغير بطرح جميع القيم من أكبر قيمة

General assignment model:

With n workers and n jobs and element c_{ij} , the cost of assigning worker i to job j .

Examples:

1) Given the cost matrix:

	Job1	Job2	Job3
Worker 1	\$15	\$10	\$9
Worker 2	\$9	\$15	\$10
Worker 3	\$10	\$12	\$8

Solution:

	s_1	s_2	s_3	Row min
a_1	15	10	9	9
a_2	9	15	10	9
a_3	19	12	8	8

	s_1	s_2	s_3	Column min
a_1	6	1	0	0
a_2	0	6	1	1
a_3	11	4	0	0

	s_1	s_2	s_3
a_1	6	0	0
a_2	0	5	1
a_3	11	3	0

Assignment: $(a_1, s_2), (a_2, s_1), (a_3, s_3)$

Total cost = $10 + 9 + 8 = 27$

2) Given the cost matrix:

	Job1	Job2	Job3	Job 4
Worker 1	\$1	\$4	\$6	\$3
Worker 2	\$9	\$7	\$10	\$9
Worker 3	\$4	\$5	\$11	\$7
Worker 4	\$8	\$7	\$8	\$5

Solution:

	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	Row min
a ₁	1	4	6	3	1
a ₂	9	7	10	9	7
a ₃	4	5	11	7	4
a ₄	8	7	8	5	5

	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
a ₁	0	3	5	2
a ₂	2	0	3	2
a ₃	0	1	7	3
a ₄	3	2	3	0
Column min	0	0	3	0

في حالة عدم وجود تخصيص ممكن نرسم أقل عدد من الخطوط الأفقية والرأسية تغطي القيم الصفيرية ونطرح أقل قيمة غير مغطاه من باقي القيم ثم نجمعها على القيم عند تقاطعات الخطوط

	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
a ₁	0	3	2	2
a ₂	2	0	3	2
a ₃	0	1	4	3
a ₄	3	2	3	0
	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄
a ₁	0	2	1	1
a ₂	3	0	0	2
a ₃	0	0	3	2
a ₄	4	2	0	0

Assignment: (a₁,s₁), (a₂,s₃), (a₃,s₂), (a₄,s₄)

Total cost = 1+ 10 + 5 + 5 = 21