بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض — الاختبار النهائي في المقرر ١٣٦ ريض

كلية العلوم / قسم الرياضيات — الفصل الدراسي الأول ١٤٤١ هـ — الزمن: ٣ ساعات

اجب عن الأسئلة الآتية

٩ س١ (أ) املأ الفراغات الآتية: ٤

[1] لكل تقريرين p و q فإن: $\sim(p\wedge q) \equiv \ldots$

[2] إذا كانت $S_1, \ldots, S_n$ مجموعات غير خالية فإن:

(i) $\bigcap_{i=1}^{n} S_i = \{\ldots \mid \ldots\}$ (ii) $S_i^3 \cap S_j^4 = \ldots$

(iii) $|S_i| = |S_j| = m \Rightarrow |P(S_i\times S_j)| = \ldots$

٢ (ب) انفِ التقرير الآتي وعين قيمة صوابه بعد النفي:

$\forall x\in\mathbb{Z} : x^2-1\geq 0$

٣ (جـ) استخدم الاستقراء الرياضي لإثبات صحة التقرير الآتي:

$P(n) \equiv 2^n > n,\ \forall n\in\mathbb{Z}^+$

---

١١ س٢ (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي: ٧

[1] إن $(\mathbb{R}, *)$ نظام مغلق، حيث: $\forall x,y\in\mathbb{R}: x*y = \sqrt{x^2+y}$

[2] $\mathbb{Z}_4$ زمرة جزئية من الزمرة $\mathbb{Z}_6$، [3] $\mathbb{Z}$ حلقة جزئية من الحلقة $\mathbb{Q}$.

٤ (ب) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يلي:

[1] زمرة منتهية غير إبدالية. [2] زمرة منتهية رتبتها 9،

[3] حلقة لا تملك عنصر الوحدة، [4] حقل منتهٍ F بحيث: $|F|<3$.

---

١٠ س٣ (أ) ادرس علاقة قاسم لـ "|" على $\mathbb{Z}^+$ من حيث كونها: ٦

[1] انعكاسية [2] تناظرية [3] متعدية [4] تخالفية [5] علاقة تكافؤ

[6] علاقة ترتيب جزئي.

(ب) إذا كان $f: A\to B$ تطبيقاً متبايناً، فأجب عما يلي: ١+٣=٤

[1] إذا كان $|A|=m$، فأثبت أن: $|f(A)| = m$ = مدى f

[2] إذا كانت $B_1, B_2 \subseteq B$، فاملأ الفراغ الآتي:

$f^{-1}(B_1\cap B_2) = \{\ldots\mid\ldots\}$

---

١٠ س٤ (أ) متى نقول عن مجموعتين S و D إنهما متكافئتان؟ $(D\approx S)$.

(ب) متى نقول عن مجموعة A إنها قابلة للعد؟

(جـ) إذا كانت $A\approx B$ وكانت B قابلة للعد فأثبت أن A قابلة للعد موظفاً الفقرة (ب). ٣+٣=٦

٢ (د) إذا كانت $\sigma\in S_6$، حيث: $\sigma = \begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\5&3&4&6&1&2\end{pmatrix}$، فاملأ الفراغ الآتي:

$|\sigma| = |\langle\sigma\rangle| = \ldots$

نسأل الله لكم التوفيق