بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: 3 ساعات
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر أسس الرياضيات (131 ريض)
الفصل الدراسي الأول 1442هـ
الاختبار النهائي

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [14 درجة]

(أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) لأي تقريرين P و q فإن: $\sim (P \to q) \not\equiv P \wedge \sim q$

(2) إذا كان $f: A \to B$ تطبيقاً فإن: $f^{-1}(B) \subset A$

(3) لا توجد مجموعة S بحيث $|P(S)| = 192$

(4) $\overline{\mathbb{Z}}_5$ ليس حقلاً جزئياً من الحقل $\mathbb{Z}_7$

(ب) إذا كانت $\overline{\mathbb{Z}}_{10} = \{\overline{0}, \overline{1}, ..., \overline{9}\}$ **فأجب عما يأتي:**

(1) عين صنف التكافؤ الذي ينتمي إليه العدد -432 في $\overline{\mathbb{Z}}_{10}$

(2) إذا كان $\overline{x}, \overline{y} \in \overline{\mathbb{Z}}_{10}$ فأثبت أن: $\overline{x} \neq \overline{y} \Rightarrow \overline{x} \cap \overline{y} = \varnothing$

السؤال الثاني: [6 درجات]

(أ) املأ الفراغات الآتية:

(1) إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ فإن: $|P(S^3)| =$ .....

(2) إذا كان $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \in S_6$ فإن ..... $|\sigma| = |< \sigma >|$

(3) إذا كانت G زمرة غير إبدالية وكان $a, b \in G$ فإن ..... $(a \,.\, b)^{-1} =$

(ب) أثبت أن: $|\mathbb{Z}^+| = |2\mathbb{Z}^+|$

السؤال الثالث: [10 درجات]

(أ) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي:

(1) زمرة غير إبدالية رتبتها 24
(2) زمرة ضربية رتبتها 22
(3) حقل غير منته.
(4) حلقة إبدالية منتهية فيها عنصر الوحدة.

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) إن $\mathbb{R}$ قابلة للعد.
(2) إن $(\mathbb{Z}^+, -)$ نظام مغلق.
(3) يوجد حقل F بحيث $|F| = 2$
(4) يوجد تطبيق ثابت $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

السؤال الرابع: [10 درجات]

(أ) أثبت أن علاقة قاسم لـ « $|$ » على $\mathbb{Z}^+$ هي علاقة ترتيب جزئي.

(ب) إذا عرفنا العلاقة « $\approx$ » على M ، حيث $M = \{A_1, A_2, \dots, A_i, \dots\}$
فأثبت أن « $\approx$ » هي علاقة تكافؤ في M

(ج) إذا كان 5 عنصراً في الزمرة $\overline{\mathbb{Z}}_{13}^*$ **فاملأ الفراغ:** ..... $|5| = |< 5 >|$

نسأل الله لكم التوفيق والسداد