بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: 3 ساعات
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)

مقرر أسس الرياضيات (131 ريض)
الفصل الدراسي الأول 1443هـ
الاختبار النهائي

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [10 درجة]

(أ) أثبت أنه لأي تقريرين A و B ، فإن: $A \longrightarrow B \equiv \sim B \longrightarrow \sim A$

(ب) استخدم البرهان المعاكس للمباشر في اثبات صحة ما يلي:
إذا كان x^2 عدداً زوجياً، فإن x عدد زوجي، حيث x عدد طبيعي.

(ج) انف التقرير الآتي، وعين قيمة صوابه بعد النفي:
$\forall A, B: A \times B \neq B \times A$

السؤال الثاني: [10 درجات]

(أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:
(1) إذا كانت $A = \{1, 2, 3\}$ ، فإن $\left|P(A^2)\right| = 2^6$
(2) $\exists\, y \in \mathbb{R} \ni y \notin \mathbb{R} \cap \mathbb{Q}$
(3) لأي مجموعتين A و B فإن: $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$
(4) إذا كان -1 عنصراً في النظام $(\mathbb{Z}, +)$ فإن: $(-1)^{70} = -70$

(ب) إذا كان $f: \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$ تطبيقاً، حيث $f(x) = 2x$ ، فأثبت أن: $|2\mathbb{Z}| = |\mathbb{Z}|$

السؤال الثالث: [14 درجات]

املأ الفراغات الآتية:

(أ) إذا أعطيت النظام $(\mathbb{Z}_{17}^*, \cdot)$ ، فإن:
(1) $|\mathbb{Z}_{17}^*| =$ ... ...
(2) $|< 4 >| =$ ... ...
(3) $4^{-1} =$ ... ...
(4) $13x = 6 \Rightarrow x =$ ... ...

(ب) إذا كان $\sigma \in S_7$ ، حيث $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 2 & 3 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ فإن: $|\sigma| = |< \sigma >| =$ ... ...

(ج) إذا كانت $S = \{1, 2, 3, 4\}$ وكانت:
$R = \{(1,1), (4,4), (1,2), (3,3), (3,4), \ldots\ldots\} \subseteq S^2$
فاكتب عناصر R المتبقية لتكون R علاقة تكافؤ في S ، علماً بأن $|R| = 8$

السؤال الرابع: [6 درجات]

(أ) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يلي:
(1) زمرة غير إبدالية. **(2)** حقلاً غير منته. **(3)** حلقة غير منتهية لا تملك عنصر الوحدة.

(ب) هل $\mathbb{Z}_4$ حلقة جزئية من الحلقة $\mathbb{Z}_8$ ، ولماذا؟

نسأل الله لكم التوفيق والسداد