بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الزمن: 3 ساعات

مقرر أسس الرياضيات (131 ريض)
الفصل الدراسي الثاني 1442هـ
الاختبار النهائي المنزلي

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [10 درجات]

إذا أعطيت النظام $(\mathbb{Z}_{19}^{*}, \cdot)$ ، فأجب عما يلي:

(أ) املأ الفراغات الآتية:

(1) $\mathbb{Z}_{19}^{*} =$ ……… **(2)** $\langle 4 \rangle =$ ……… **(3)** $|\langle 4 \rangle| =$ ………

(4) $5^{-1} =$ ……… **(5)** $8^{5} =$ ……… **(6)** $5x = 8 \Rightarrow x =$ ………

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) $\exists\, 1 \neq y \in \mathbb{Z}_{19}^{*} \ni y^{-1} = y$

(2) $\forall\, 1 \neq z \in \mathbb{Z}_{19}^{*} : |\langle z \rangle| > 1$

(3) $\langle 12 \rangle \subseteq \mathbb{Z}_{19}^{*} \Rightarrow \langle 12 \rangle \cup \langle 12 \rangle' = \mathbb{Z}_{19}^{*}$

(4) $\langle 12 \rangle \subseteq \mathbb{Z}_{19}^{*} \Rightarrow \langle 12 \rangle \cap \langle 12 \rangle' \neq \emptyset$

السؤال الثاني: [6 درجات]

(أ) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي:

(1) زمرة ضربية إبدالية G بحيث $|G| > 50$

(2) زمرة غير إبدالية G بحيث $|G| > 100$

(3) حقل منته F بحيث $|F| > 60$

(4) تطبيقاً $f: A \to A$ بحيث يكون f متبايناً ولكنه ليس غامراً.

(ب) إذا كان $f: A \to B$ تطبيقاً، فاملأ الفراغين الآتيين:

(1) $A_1, A_2 \subseteq A \Rightarrow f(A_1 \cap A_2) = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

(2) $B_1, B_2 \in B \Rightarrow f^{-1}(B_1 \cup B_2) = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

السؤال الثالث: [4 درجات]

إذا عرفنا عملية « $*$ » على $\mathbb{Q}$ كما يلي:

$$\forall\, a,\ b \in \mathbb{Q} :\ a * b = a + 6b$$

فادرس النظام $(\mathbb{Q}, *)$ من حيث كونه:

(1) إبدالياً.

(2) يملك عنصراً محايداً أيمن.

(3) يملك نظيراً أيمن لكل عنصر فيه.

نسأل الله لكم التوفيق والسداد