

أرجو الاعتناء بوضوح الخط و طريقة عرض الإجابة

السؤال 1 :

1. أوجد قيمة النهاية التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{4n^2 - k^2}}$

2. ادرس تقارب التكاملات المعتلة التالية

$$\int_0^3 \frac{e^x}{\sqrt{3-x}} dx \quad (أ)$$

$$\int_{-\infty}^{-1} e^{x^3} dx \quad (ب)$$

السؤال 2 :

1. اعط تعريف التقارب المنتظم لمتتالية من الدوال $(f_n)_n$ على فترة I .

2. ادرس التقارب البسيط لمتتالية $(f_n)_n$ المعرفة بما يلي $f_n(x) = \frac{3^n x}{1 + n3^n x^2}$ على الفترة $[0, 1]$.

3. اوجد $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 f_n(x) dx$ و $\int_0^1 \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) dx$

السؤال 3 :

ادرس التقارب المطلق و التقارب المنتظم للمتسلسلة $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n x}{(1+x^2)^n}$ على $[0, +\infty)$

السؤال 4 :

1. اعط تعريف سيجما جبر على \mathbb{R} .
2. اعط نص مبرهنة التقارب المطرد و مبرهنة التقارب المسقوف

3. اوجد النهاية التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 \frac{nx}{1+n^2x^2} dx$

السؤال 5 :

1. اثبت أن بوريل سيجما جبر مولدة بالمجموعة التالية $\{[a, b] : a, b \in \mathbb{R}\}$.
2. (ا) اعط تعريف القياس الخارجي للباق m^* .
- (ب) اثبت أن الدالة m^* تزايدية.
- (ج) احسب $m^*(\mathbb{Q}^c \cap [0, 2])$.

3. احسب $\int_{[0,2]} f(x) dx$ إذا كانت $f(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q} \cap [0, 2] \\ 3, & x \in \mathbb{Q}^c \cap [0, 2] \end{cases}$