جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

343 ريض (نظرية الزمر)
الاختبار القصير الثاني
10 درجات

السؤال الأول: (1 درجة)

ليكن $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 3 & 6 & 5 & 2 & 8 & 7 & 4 \end{pmatrix}$ تبديل في S_8 . اكتب α على شكل ضرب مناقلات، ثم استنتج إذا كانت زوجية أو فردية.

السؤال الثاني(0.5+1.5 درجة)

(ا) عرف الزمرة المتناوبة A_n .

(ب) أثبت أن مجموعة التباديل الزوجية A_n هي زمرة جزئية من S_n و أن $|A_n| = \frac{n!}{2}$.

السؤال الثالث (3 درجات)

1. لتكن A_n الزمرة المتناوبة حيث $n \geq 3$. أثبت أن كل دورة طولها 3 موجودة في A_n .
2. أوجد جميع الزمر الجزئية غير التافهة من الزمرة $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$
3. كم عدد الزمر الإبدالية والغير متماثلة من الرتبة 180.

السؤال الرابع (3 درجة)

(ا) لتكن G زمرة و H_1, H_2 زمرتين جزئيتين من G. متى نقول أن G هي الضرب الداخلي للزمرتين الجزئيتين H_1, H_2.

(ب) أثبت أنه اذا كانت G هي الضرب الداخلي للزمرتين الجزئيتين H_1, H_2 فإن

1. كل عنصر في H_1 يتبادل مع عنصر من H_2.
2. لكل عنصر من $g \in G$ يوجد عنصران وحيدان $h_1 \in H_1, h_2 \in H_2$ بحيث $g = h_1 h_2$.

السؤال الخامس (2 درجة):

(ا) ليكن $g \in G$ ، $N(g)$ ناظم في $G = G_1 \times G_2$ ، أثبت أن :

$$\forall g = (g_1, g_2) \in G : N(g) = N(g_1) \times N(g_2) .$$

(ب) برهن أن $H \times K \trianglelefteq A \times B \Longleftarrow K \trianglelefteq B$ و $H \trianglelefteq A$.