مثال 1:

تضع إحدى الكليات بالجامعة امتحان قبول للطلاب المتقدمين لها. تحدد من السنوات السابقة أن الربع الأعلى لدرجات المقبولين بها عند درجة الامتحان 85. قامت إحدى المدارس الثانوية بأخذ عينة عشوائية من طلابها الذين نجحوا في الامتحان والتحقوا بهذه الكلية حجمها 15 طالب. فكانت درجاتهم من 100 في امتحان القبول على النحو التالي:

83, 89, 75, 81, 85, 90, 88, 92, 79, 86, 73, 86, 87, 77, 91

ولمقارنة الطلاب الملتحقين بهذه الكلية من طلاب المدرسة المذكورة مع بقية الطلاب الملتحقين بالكلية يتم اختبار الفرض القائل بان هذه الدرجات هي عينة عشوائية من مجتمع ربيعه الأعلى 85 وذلك عند مستوى معنوية 0.05. ثم أوجد المستوى الحرج $\hat{\alpha}$

الحل

$\boldsymbol{\alpha = 0.05 \ , \ n = 15 \ \ , \ p^* = 0.75}$

اختبار الجزء $-p^*$ ذو جانبين:

فرض العدم: $\boldsymbol{H_0}$ **: الربيع الأعلى يساوي 85** $\qquad H_0: P(X \le 85) = 0.75$

الفرض البديل: $\boldsymbol{H_1}$ **: الربيع الأعلى لا يساوي 85** $\qquad H_1: P(X \le 85) \ne 0.75$

إحصاء الاختبار: $\boldsymbol{T_1 = 7}$ عدد المشاهدات أقل من أو تساوي 85 ، $\boldsymbol{T_2 = 6}$ عدد المشاهدات أقل من 85

قاعدة الاختبار: كما في اختبار ذو الحدين:

نوجد كلا من t_1 ، t_2 **من جدول توزيع ذو الحدين باستخدام** $(n = 15 \, , p^* = 0.75)$ **حيث:**

$$P(Y \le t_1) = \frac{\alpha}{2} \ , \qquad P(Y > t_2) = \frac{\alpha}{2} \ , \ P(Y \le t_2) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

$$P(Y \le 7) = 0.0173 \quad , \quad P(Y \le 14) = 0.9866 = 1 - 0.0134$$

القيمة الحقيقية لمستوى المعنوية (مساحة المنطقة الحرجة): $\boldsymbol{\alpha} = 0.0173 + 0.0134 = 0.0307$

نرفض فرض العدم H_0 **حيث أن:** $T_1 \le t_1$

المستوى الحرج: $P(Y \le 7) = 0.0173$ **وبالتالي فإن** $\hat{\alpha} = 2(0.0173) = .0346$

مثال 2:

سُجلت الفترات الزمنية بين ثوران بركان معين 112 مرة لتحديد فيما إذا كان وسيط هذه الفترة بين ثورتين للبركان لا تتعدى 60 دقيقة أو أنها تتجاوز 60 دقيقة. اختبر ذلك بمستوى معنوية $\alpha = 0.03$ ، إذا علم أن 35 من تلك الفترات لا تزيد مدتها عن 60 دقيقة.

$\boldsymbol{\alpha = 0.03\ ,\ n\ =\ 112\ ,\ p^* =\ 0.5}$

اختبار الجزء $-\ p^*$ ذو جانب واحد:

فرض العدم: $\boldsymbol{H_0}$ **: الوسيط أقل من أو يساوي** 60 $\qquad H_0: P(X \le 60) \ge 0.5$

الفرض البديل: $\boldsymbol{H_1}$ **: الوسيط أكبر من** 60 $\qquad H_1: P(X \le 60) < 0.5$

إحصاء الاختبار: $\boldsymbol{T_1 = 35}$ **عدد المشاهدات أقل من أو تساوي** 60

نوجد t من جدول توزيع ذو الحدين باستخدام $(n\,, p^*)$ حيث: $\qquad P(Y \le t) = \alpha$

نرفض فرض العدم H_0 إذا كانت : $T_1 \le t$ ، **نقبل H_0 إذا كانت :** $T_1 > t$

المستوى الحرج: $\qquad \hat{\alpha} = P(Y \le 35)$

مثال3:

أخذت عينة حجمها 16 من إنتاج أحد المصانع من صمامات الراديو وتم اختبارها وتسجيل عدد ساعات بقاء القطعة صالحة. أوجد 90٪ فترة ثقة للربيع الأعلى من إنتاج هذا المصنع؟

$\boldsymbol{n = 16 \ , \ p^* = 0.75, \quad 1-\alpha = 0.9 \rightarrow \alpha = 0.1}$

بما أن $n \le 20$: $P(Y \le t) = \frac{\alpha}{2} \rightarrow P(Y \le 8) = 0.0271$ **وبالتالي فإن** $r = 9$

$P(Y \le t) = 1 - \frac{\alpha}{2} \rightarrow P(Y \le 14) = 0.9365$ **وبالتالي فإن** $s = 15$

$P\left(X^{(9)} \le x_{0.75} \le X^{(15)}\right) = 0.9094$