تمارين الزمر الناظمية وزمر خارج القسمة

س1:/ لتكن $θ:G→\overbar{G}$ تشاكل زمر, وليكن $H⊴G,\grave{\overbar{H}⊴\overbar{G}}$ أثبتي أن:

ا)$θ(H)⊴θ(G)$

ب) $θ^{-1}(\grave{\overbar{H})⊴G}$ وتحوي $Kerθ$

س2:/ لتكن H و K زمرا جزئية ناظمية من الزمرة G بحيث أن $H∩K=\left\{e\right\}$ أثبتي أن:

$hk=kh ∀h\in H,k\in K$

س3:/ إذا كانت $H\leq G ,K⊴G $ أثبتي أن :$H∩K⊴H$

*س4:/ لتكن* $a\in G , H\leq G $ *أثبتي أن* $ aHa^{-1}\leq G $ *وإذا كانت H زمرة منتهية فان* $\left|aHa^{-1}\right|=\left|H\right|$ *.*

*س5:/ إذا كانت H هي الزمرة الجزئية الوحيدة من G من الرتبةn فأثبتي أن* $H⊴G$ *.*

*س6:/ لتكن* $θ:G→\overbar{G}$ *تشاكل غامر ولتكن G زمرة بسيطة أثبتي أن :* $G≅\overbar{G}$ *.*

*س7:/ لتكن* $G=\left〈a\right〉$ *زمرة دورية ولنعرف* $∅:Z → G$ *حيث* $∅\left(n\right)=a^{n}$ *أثبتي أن :*

*1)*$∅$ *تشاكل غامر .*

*2) إذا كانت O(a)=m فان* $Ker∅=mZ$ *و* $G≅Z\_{m}$ *.*

*س8:/ في الزمرة* $S\_{3}$ *أثبتي أن الزمرة الجزئية* $A=\left〈\left(1 2 3\right)\right〉$ *ناظمية وأوجدي* $S\_{3}/A$ *.*

*س9:/ لتكن G زمرة ابدالية ولنعرف*

$G\_{t}=\left\{x\in G:O(x)<\infty \right\}$ *أثبتي أن* $G\_{t}$ *زمرة جزئية ناظمية من G.*

*تسمى* $ G\_{t} $ *زمرة الالتواء في G , إذا كانت* $G\_{t=}\left\{0\right\}$ *نقول إن G بدون التواء ,بينما إذا كانت* $G\_{t}=G$ *نقول ان G زمرة ملتوية.*

*أعط مثال على زمرة ملتوية وأخرى بدون التواء.*

*س10:/ لتكن* $θ$ *تشاكل من الزمرة G إلى الزمرة الابدالية* $\overbar{G} $ *ولتكن* $K=Kerθ$ *أثبتي أن:*

1. $δ\left(G\right)⊆K $ حيث $δ\left(G\right)$ هي زمرة المبدلات للزمرة G .
2. إذا كانت $H\leq G$ بحيث $K⊆H$ فان $H⊴G$ .

*بالاضافة الى: تمارين (3 – 3) صــ 135 9 – 10*

*تمارين ( 5 – 3 ) صــ 167 20 – 32*