الفصل الأول

**الأنظمة العددية(Numerical Systems)**

**مقدمة :**

في المراحل الدراسية السابقة وعند دراستك للنظام العشري لابد أنك لاحظت أن القيمة الحقيقية للرقم تعتمد على قيمته المكانية في العدد، وهذا يعني أن الرقم يمكن أن يأخذ أكثر من قيمة والذي يحدد ذلك مكانه داخل العدد ( والذي يسمى بالمرتبة)، تزداد قيمة العدد إذا حركتهُ باتجاه اليسار وتقل قيمته إذا حركيه باتجاه اليمين.

فمثلاً العدد (937 ) نجد أن القيمة الحقيقية للرقم 7 هي سبعة فقط أما قيمة الرقم 3 فهي (30) وقيمة الرقم 9 هي (900).

# النظام العشري : Decimal System

وهو النظام العددي المتعارف عليه والمستخدم في كافة المجالات وفي كل انحاء العالم وجاءت تسمية النظام ب(العشري) لان عدد الرموز الداخلة في تركيبة أي عدد في هذا النظام هي عشرة رموز وهي (0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 ) وفي حالة استخدام اكثر من رمز فان القيمة العددية تعتمد على موقع الرمز ضمن سلسلة الرموز ، ان عدد الرموز الداخلة في تركيب النظام العددي تسمى بأساس النظام ، لذلك فان اساس النظام العشري هو العدد (10) وسمي بأساس العدد لان كل عدد مكتوب بهذا النظام يعتمد بالاساس على هذا العدد .

**مثال1:** العدد العشري 7654 يمكن تحليله إلى المراتب التالية

**7 6 5 4**

7×1000  6 × 100  5 × 10  4 × 1

7 × 103 6 × 102  5 × 101 4 × 100

**مثال 2:** حلل العدد العدد العشري التالي 5631.01

(5631.01) 10 = ( 5×103 ) + ( 6×102 ) + ( 3×101 ) + (1×100 ) + (0×10-1 ) + ( 1×10-2)

# النظام الثنائي: Binary System

وهو نظام عددي أساسه العدد (2) مقارنة بالنظام العشري الذي أساسه العدد (10) ، أي ان عدد الرموز المستخدمة في النظام هي رمزين فقط وهي ( 0 , 1 ) لتمثيل كافة الاعداد . ويعتبر النظام الثنائي اساس اللغة التي تتعامل بها الحاسبة الالكترونية والأنظمة الرقمية ، مثال على اعداد بهذا النظام: 1001, 10111.101 , 10.1101, 0.1

من خلال ملاحظتنا الاعداد اعلاه نلاحظ بان الاعداد بالنظام الثنائي ولكن توجد اعداد شبيهه بها في النظام العشري ، فلتمييز العدد المكتوب بالنظام المعين ، تكتب الاعداد داخل اقواس مع كتابة رمز اسفل القوس يمثل اساس النظام المكتوب به العدد .

فمثلا : العدد 110 يكتب بالثنائي 2(110) وبالعشري 10(110)

**مثال3:** لتحليل العدد 2(110.101) الى مراتبه :

(110.101)2 = 1×22 + 1×21 + 0×20 + 1×2-1 + 0×2-2 + 1×2-3

**مثال4:** حلل الرقم الثنائي التالي: 101.011

(101.011)2 = 1×22 + 0×21 + 1×20 + 0×2-1 + 1×2-2 + 1×2-3

# التحويلات بين الأنظمة العددية

أن عملية التحويل بين الأنظمة العددية من العمليات المهمة والتي يجب إن يتعرف عليها الشخص الذي يدرس عملية تصميم الأنظمة الرقمية . ولتسهيل عملية فهم هذه التحويلات سيتم تقسيمها إلى مجاميع كل مجموعة تتشابه بطريقة التحويل .

# التحويل من نظام العد الثنائي إلى النظام العشري :

لتحويل أي عدد من أي نظام العد الثنائي إلى نظام العشري يتم تحليل العدد إلى مراتبه اعتمادا على أساس النظام (2) ثم إيجاد ناتج جمع الحدود ، والعدد الناتج من الجمع سيكون هو العدد في النظام العشري .

**مثال 5:** حول الرقم الثنائي التالي 110101 إلى مكافئه العشري

1 1 0 1 0 1

1\*20 = 1\*1 = 1

0\*21 = 0\*2 = 0

1\*22 = 1\*4 = 4

0 \*23 = 0\*8 = 0

1\*24 = 1\*16 = 16

1\*25 = 1\* 32 = 32

53

**مثال 6 :**حول العدد (1101.01)2 إلى النظام العشري :

(1101.01)2 = 1 × 20 + 0 × 2 1 + 1 × 22 + 1 × 2 3 + 0 × 2 -1 + 1 ×2-2

= 1 × 1+ 0 × 2 + 1 × 4+ 1 × 8+ 0 × 1/2+ 1 × 1/4

= 1 + 0 + 4 + 8 + 0 + 0.25

= (13.25 ) 10

**مثال 7:** حول الأرقام الثانئية التالية إلى نظام العد العشري:

http://computer.atlas4e.com/Project_E1/Project/chapter02/03.gif

|  |
| --- |
|  |

|  |
| --- |
| http://computer.atlas4e.com/Project_E1/Project/chapter02/04.gif |

**مثال 8:** حول الرقم الثنائي التالي 11 إلى نظيره العشري

)11 ( = 1\*21 + 1\*20 = 2 + 1 = 3

**مثال9:** حول الرقم الثنائي التالي 101 إلى نظيره العشري

)101( = 1\*22 + 0\*21 + 1\*20   
 = 4 + 1 = 5

**مثال 10:** حول الرقم الثنائي التالي 1111 إلى نظيره العشري

)1111( = 1\*23 + 1\*22 + 1\*21 + 1\*20   
 = 8 + 4 + 2 + 1   
 = 15

**مثال 11:** حول الرقم الثنائي التالي 11011011 إلى نظيره العشري

110111011 = 1\*28 + 1\*27 + 0\*26 + 1\*25 + 1\*24 + 1\*23 + 0\*22 + 1\*21 + 1\*20   
 = 256 + 128 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1   
 = 443

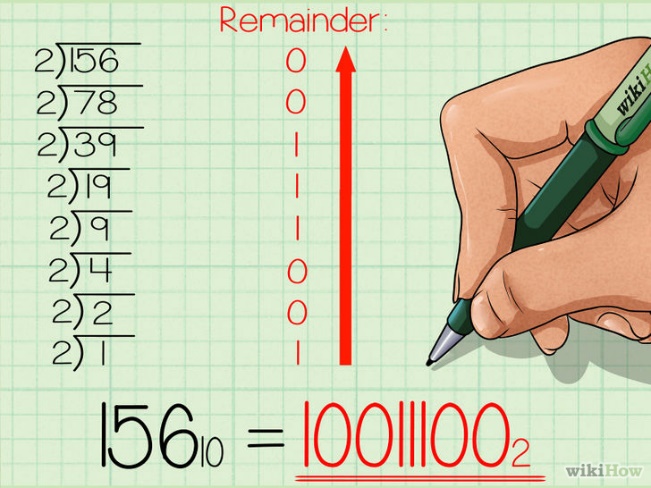
# التحويل من النظام العشري إلى نظام العد الثنائي :

لتحويل أي عدد عشري إلى نظام العد الثنائي يجب تجزئته إلى جزء صحيح وجزء كسري وتحويل كل جزء بطريقة خاصة ثم جمع ناتج التحويل للجزئين للحصول على الناتج النهائي .

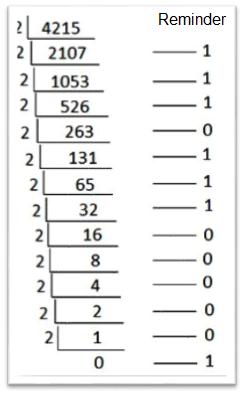
**أولاً: تحويل الجزء الصحيح :**

لتحويل الجزء الصحيح للعدد العشري إلى نظام العد الثنائي نقوم بتقسيم العدد العشري على أساس النظام (2) ونحتفظ بباقي القسمة ، ثم نأخذ ناتج القسمة ونقسمه مرة أخرى على أساس النظام ونحتفظ بالباقي وهكذا نستمر بتكرار العملية إلى أن نحصل على ناتج قسمة يساوي صفر . فيكون ناتج التحويل في عمود باقي القسمة بقراته من الأسفل إلى الأعلى وكتابته من اليسار إلى اليمين

**مثال12:** حول الرقم العشري التالي إلى نظام العد الثنائي:



**مثال13:** حول الرقم العشري 4215 التالي الى نظام العد الثنائي



أمثلة إضافية:

* (51)10 = (110011)2
* (217)10 = (11011001)2
* (8023)10 = (1111101010111)2

**ثانياً: تحويل الجزء الكسري :**

لتحويلالجزء الكسري من العدد العشري إلى نظيره في نظام العد الثنائي نقوم بضرب العدد الكسري في أساس النظام المطلوب التحويل إليه ثم اخذ الجزء الكسري فقط من ناتج الضرب وضربه مرة أخرى في الأساس وهكذا تستمر عملية الضرب إلى أن نتوقف في إحدى الحالات التالية :

* إما أن يكون الجزء الكسري الناتج في الضرب **يساوي صفر .**
* تكرار الجزء الكسري أكثر من مرة .
* تعقيد الجزء الكسري أكثر مع استمرار عملية الضرب .

بعد توقف عملية الضرب يتم قراءة ناتج التحويل في عمود الجزء الصحيح من الضرب بقراءته من الأعلى إلى الأسفل وكتابته بعد الفاصلة من اليسار إلى اليمين .

**مثال14**: حول العدد (13.125)10  إلى النظام الثنائي :

باقي القسمة ناتج القسمة

13 ÷ 2 = 6 **1** 0.125 × 2 = **0**.25

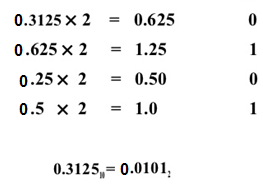
6 ÷ 2 = 3 **0** 0.25 × 2 = **0**.5

3 ÷ 2 = 1 **1** 0.5 × 2 = **1**.0

1 ÷ 2 = 0 **1**

( 1101.001)2 ناتج التحويل النهائي =

**مثال15:** حوال الرقم العشري التالي(0.3125) الى مكافئه الثنائي:

****

# العمليات الحسابية في النظام الثنائي

العمليات الحسابية التي تتم باستخدام الأعداد العشرية مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة ، كل هذه العمليات يمكن اجرائها في الأنظمة العددية الأخرى ، **ولأهمية النظام الثنائي** في دراستنا لموضوع الدوائر الرقمية ، فسنقوم بدراسة تلك العمليات الحسابية في النظام الثنائي .

**الجمع في النظام الثنائي : Binary Addition**

إن ابسط عملية جمع في النظام الثنائي هي التي تتم بين عددين كل عدد يتكون من رمز (مرتبة ) ثنائي واحد . ولو أخذنا كافة الاحتمالات لهذه العملية فستكون الاحتمالات المبينة في أدناه . وبالاعتماد على هذه الاحتمالات يمكن تنفيذ أي عملية جمع ثنائية لأي عدد من المراتب.

**0 + 0 = 0**

**0 + 1 = 1**

**1 + 0 = 1**

**1 + 1 = 0 1** محمل(Carry)

**مثال16:** اجمع العددين : (1011.01)2 ، (11010.1)2

1 1 0 1 0 . 1 0

0 1 0 1 1 . 0 1 +

1 0 0 1 0 1 . 1 1

**مثال17:** ما ناتج جمع العددين (1110.11)2 ، (11011.101)2  :

1 1 0 1 1 . 1 0 1

0 1 1 1 0 . 1 1 0 +

1 0 1 0 1 0 . 0 1 1

**ملاحظة :** ناتج جمع 1 + 1 + 1 = 1 1 محمل

**الطرح في النظام الثنائي : Binary Subtraction**

كما في عملية الجمع ، تكون احتمالات ابسط عملية طرح بين عددين ثنائيين ، وهي أربع احتمالات، وكما مبينة :

**0 - 0 = 0**

**0 - 1 = 1 1** استعارة(Borrow)

**1 - 0 = 1**

**1 - 1 = 0**

**مثال18:** اطرح العدد (1011)2 من العدد (1101.1)2 :

1 1 0 1 . 1

1 0 1 1 . 0 -

0 0 1 0 . 1

**تمرين /** اطرح العدد (110.1)2 من العدد (1000.01)2 .

**الضرب في النظام الثنائي : Binary Multiplication**

إن احتمالات عملية الضرب في النظام الثنائي هي :

**0** × **0 = 0**

**0 × 1 = 0**

**1** × **0 = 0**

**1** × **1 = 1**

**مثال19:**  اوجد ناتج ضرب العددين (1010)2 ، (101)2 :

1 0 1 0

1 0 1 ×

1 0 1 0

0 0 0 0

1 0 1 0

1 1 0 0 10

**القسمة في النظام الثنائي : Binary Division**

إن احتمالات عملية القسمة في النظام الثنائي هي :

**0 ÷ 0 = ?**

**0 ÷ 1 = 0**

**1 ÷ 0 = ?**

**1 ÷ 1 = 1**

**مثال20:** اوجد ناتجقسمة العدد (11000)2 على العدد (100)2

110

100 11000

100

0100

100

0000

# نظام العد الثماني : Octal numeral system

هو نظام عد ذو رقم أساس 8، ويستخدم الأعداد من 0 إلى 7.

الجدول التالي يحتوي على الأرقام الأساسية المكونة للنظام مع مكافئاتها الثنائية:

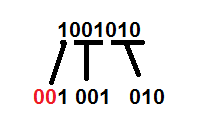
|  |  |
| --- | --- |
| **Octal** | **Binary** |
| 0 | 000 |
| 1 | 001 |
| 2 | 010 |
| 3 | 011 |
| 4 | 100 |
| 5 | 101 |
| 6 | 110 |
| 7 | 111 |

# التحويل من النظام الثنائي إلى الثماني

من الممكن التحويل من نظام العد الثنائي بتجميع كل ثلاث أعداد متسلسلة واستبدالها برقم من النظام الثماني.

**مثال 21:** حول الرقم الثنائي التالي 001001010 إلى مكافئه الثماني.

نقوم بتقسيم الرقم إلى مجموعات من ثلاث أرقام واستبدال كل مجموعة برقم من النظام الثماني فينتج لدينا الرقم 112.



ملاحظة: نبدأ بتقسيم الرقم من اليسار في حالة عدم وجود فاصلة فإن كان الرقم ليس من مضاعفات الرقم 3 نضيف أصفار في أقصى يسار الرقم كما في المثال السابق، أما في حالة وجود فاصلة في الرقم فيبدأ العد من يسار الفاصلة.

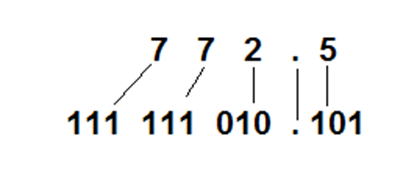
**مثال 22:** 1110 . 01 0 011 = (16.23)8

# التحويل من النظام الثماني إلى الثنائي

لتحويل أي عدد ثماني إلى مكافئه الثنائي نستبدل كل رقم من أرقام العدد الثماني بمكافئه الثنائي المكون من ثلاث خانات و بذلك ينتج لدينا العدد الثنائي المكافئ للعدد الثماني المطلوب تحويله.

**مثال 23:** حول العدد 8(772.5) إلى مكافئه الثنائي.

من الجدول السابق نقوم باستبدال كل رقم بمكافئه الثائي



# نظام العد الست عشري Hexadecimal numeral system

إن أساس هذا النظام هو العدد 16 و الجدول التالي يبين رموز(أرقام) هذا النظام و الأعداد العشرية والثنائية التي تكافئها.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Hexadecimal** | **Binary** | **Decimal** |
| 0 | 0000 | 0 |
| 1 | 0001 | 1 |
| 2 | 0010 | 2 |
| 3 | 0011 | 3 |
| 4 | 0100 | 4 |
| 5 | 0101 | 5 |
| 6 | 0110 | 6 |
| 7 | 0111 | 7 |
| 8 | 1000 | 8 |
| 9 | 1001 | 9 |
| A | 1010 | 10 |
| B | 1011 | 11 |
| C | 1100 | 12 |
| D | 1101 | 13 |
| E | 1110 | 14 |
| F | 1111 | 15 |

# التحويل من النظام الثنائي إلى النظام الست عشري:

1. نضيف أصفارا على اليسار حتى يصبح عدد الخانات مضاعفا لـ 4
2. نجزئ العدد إلى مجموعات مكونة من 4 خانات ابتداءا من اليمين
3. نحوّل كل مجموعة إلى الرقم الموافق في النظام الست عشري

**مثال 24:** لتحويل العدد الثنائي 1011110011 إلى الست عشري نتبع ما يلي :

* نضيف أصفارا على يسار العدد السابق إلى أن تصبح لديك 3 مجموعات كلٌّ منها يحوي 4 خانات هذا يعني : 001011110011
* سوف نجزئ العدد السابق إلى 4 مجموعات كما يلي : 0011 /1111/ 0010
* من الجدول السابق نستبدل كل مجموعة بمكافئها فتصبح على الشكل التالي

0011= 3 / 1111 =15 0010=2 0000=0

ونعلم أن 15 بالنظام الست عشري هو F وبالتالي مع مراعاة الترتيب السابق يصبح الرقم هو: 2F3

إذن الرقم الثنائي 1011110011 = 2F3 .

# قاعدة التحويل من النظام الست عشري إلى النظام الثنائي :

1. نحوّل كل خانة من الرقم الست عشري إلى الرقم الموافق لها في النظام الثنائي
2. نحذف الأصفار الموجودة جهة اليسار

**مثال 25:** حول الرقم الست عشري 3F8 إلى مكافئه الثنائي

هنا نقوم بتحويل كل خانة من الرقم السابق إلى ما يوافقها من النظام الثنائي

8= 1000 F=15=1111 3=0011

وبالتالي :

(F83)16 = (1111 1000 0011)2

**مثال 26:** حول الرقم الست عشري AB2.C إلى مكافئه الثنائي

نقوم بتحويل كل خانة من الرقم السابق إلى ما يوافقها من النظام الثنائي من الجدول السابق فيكون الناتج

(AB2.C)16 = (1010 1011 0010.1100)2

# المتممات (المكملات) Complements

يستخدم مفهوم المكملات في الحاسبة في خزن الاعداد السالبة وسنبين ذلك في المواضيع القادمة، والاستخدام الثاني هو للتعويض عن عملية الطرح بعملية جمع متكرر والذي يؤدي بدوره إلى جعل الدوائر الالكترونية المسؤولة عن عملية الجمع بتنفيذ عملية الطرح مع بعض الإضافات للدائرة .

# المتممات في النظام الثنائي :

هنالك نوعان من المتممات في النظام الثنائي .

1. **المتمم الأحادي** (1's Complement) : مقلوب العدد (أي جعل كل واحد صفر وكل صفر واحد ) .

2. **المتمم الثنائي** (2's Complement) : هو المتمم الأحادي مضافا إليه 1 .

**مثال27:**  العدد المتتم الأحادي المتتم الثنائي

001001 001000 110111

01110 01101 10010

# المتممات في النظام العشري :

1. متمم التسعات: ويتم الحصول عليه بعملية الطرح بين العدد ونفس عدد الخانات من الرقم 9 كما في المثال التالي:

**مثال28:** أوجد متمم التسعات للرقم 15763

نلاحظ أن العدد يتكون من 5 خانات لذلك نضع رقم 9 من خانات

9 9 9 9 9

3 6 7 5 1

6 3 2 4 8

1. مكمل العشرات: هو نفسه مكمل التسعات مضاف إليه الرقم 1

# الطرح العشري باستخدام المتممات :

فترض أننا نريد أن نحسب الفرق D = A-B

تعتمد خوارزمية الطرح بطر يقة المكملات علي تحويل عملية الطرح الي جمع بتنفيذ الخطوات التالية

1. نبحث عن مكمل التسعات للعدد المطروح B
2. نحسب مكمل العشرات للعدد المطروح B وذلك بأضافة 1 لمكمل التسعات.
3. نجمع العدد المطروح منهA مع مكمل العشرات للعدد B
4. نحصل علي الفرق D بأهمال الواحد الذي يظهر علي أقصي يسار حاصل عملية الجمع السابقة

ملاحظة:   
قبل تطبيق خوارزمية الطرح بطريقة المكملات علينا: أن نتأكد أولا ان العدد المطروح B أصغر من المطروح منه A وفي حالة العكس فأننا نستخدم العلاقة الجبرية البسيطة D = A-B = -(B-A)

ثم نطبق الخطوات السابقة علي ما بين القوسين ثم لا ننسي السالب عند كتابة الناتج.   
 أذا كان عدد ارقام المطروح B أصغر من عدد أرقام المطروح منه A فأننا نزود B بأصفار من جهة اليسار بالقدر الذي يجعل العددين لهما نفس عدد الأرقام وهذه الأصفار لا تؤثر علي قيمة العدد B ولكنها تصحح مكمل التسعات للعدد B  
**مثال 29:** أحسب بطريقة المكملات الفرق التالي

1. D = 325-137

* مكمل التسعات للعدد 137هو

999-137= 862

* مكمل العشرات للعدد 137هو

862+1=863

* نجمع العدد المطروح منه مع مكمل العشرات للعدد 137

1188 = 863+325

* نحصل علي الفرق D بتجاهل الواحد أقصي اليسار D= 188

أحسب بطريقة المكملات الفرق التالي

1. D = 325-37

نلاحظ أن العدد المطروح منه متكون من ثلاثة أرقام في حين أن العدد المطروح متكون من رقمين ولذلك نزوده بصفر من اليسار قبل أن نحسب مكمل التسعات فيصبح 037

* مكمل التسعات للعدد 037 هو

999

037 -

962

* مكمل العشرات للعدد 37 هو مكمل التسعات مضاف اليه واحد فيكون 963
* نجمع العدد المطروح منه مع مكمل العشرات للعدد

325+

963

1288

* نحصل علي الفرق D بتجاهل الواحد أقصي اليسار D= 288

# الطرح باستخدام المتمم الأحادي :

لطرح عددين ثنائيين باستخدام المتمم **الأحادي** نتبعالخطوات التالية :

1. إكمال مراتب العدد الأقل عددا بالمراتب (المطروح أو المطروح منه ) .

2. إيجاد المتمم **الأحادي** للعدد المطروح .

3. جمع المتمم **الأحادي** للمطروح مع المطروح منه .

4. نلاحظ نتيجة الجمع للخطوة 3 وكما يلي :

أ. إذا كان هنالك واحد ظاهر في المرتبة الإضافية ، فنقوم بجمعه مع بقية العدد والناتج من عملية الجمع هو ناتج الطرح ويكون موجب .

ب. إذا لم يظهر واحد في المرتبة الإضافية ( وهو دلالة إن ناتج الطرح سالب ) ويكون ناتج الطرح بأخذ المتمم **الأحادي** لناتج الجمع للخطوة 3 ويكون ناتج العملية هو ناتج الطرح ويكون سالب.

**مثال28:** اطرح العدد 2(110) من العدد (1010)2 باستخدام طريقة المتمم **الأحادي** :

المطروح منه 1 0 1 0

المطروح 1 1 0 ─

تكملة مراتب المطروح 0 1 1 0 الخطوة 1

للمطروح **الأحادي** المتمم 1 0 0 1 الخطوة 2

للمطروح **الأحادي** المتمم 1 0 0 1 الخطوة 3

المطروح منه 1 0 1 0 +

المرتبة الإضافية **1** 0 0 1 1 الخطوة 4

1 +

ناتج الطرح 0 1 0 0

**مثال29:** اطرح العدد 2(10101) من العدد (1011)2 باستخدام المتمم **الأحادي** :

المطروح منه 0 1 0 1 1

المطروح 1 0 1 0 1 ─

المتمم **الأحادي** للمطروح 0 1 0 1 0

المطروح منه 0 1 0 1 1 +

المرتبة الإضافية خالية إذن النتيجة سالبة ? 1 0 1 0 1

ناتج الطرح 0 1 0 1 0 ─

**ثانياً. الطرح باستخدام المتمم الثنائي :**

لطرح عدديين ثنائيين باستخدام المتمم **الثنائي**  تتبع الخطوات التالية :

1. إكمال مراتب العدد الأقل مراتب .

2. إيجاد المتمم **الثنائي** للعدد المطروح .

3. جمع المتمم **الثنائي** للعدد المطروح مع المطروح منه .

4. نلاحظ نتيجة الجمع للخطوة 3 :

**أ.** إذا كان هنالك واحد ظاهر في المرتبة الإضافية ، فنقوم بحذف هذا الواحد والباقي هو ناتج الطرح (موجب) .

**ب.** إذا لم يظهر واحد في المرتبة الإضافية ، فنقوم بأخذ المتمم **الثنائي** لناتج الجمع ويكون هو ناتج الطرح (سالب) .

**مثال30:** اطرح العدد (110)2 من العدد (1010)2 باستخدام المتمم **الثنائي :**

المطروح منه 1 0 1 0

المطروح 0 1 1 0 ─

المتمم **الأحادي** للمطروح 1 0 0 1

1 +

**الثنائي** للمطروح المتمم 1 0 1 0

المطروح منه 1 0 1 0 +

المرتبة الإضافية تحذف **1** 0 1 0 0

**مثال31:** اطرح العدد 2(10101) من العدد (1011)2 باستخدام المتمم **الثنائي** :

المطروح منه 0 1 0 1 1

المطروح 1 0 1 0 1 ─

المتمم **الأحادي** للمطروح 0 1 0 1 0

1 +

**الثنائي** للمطروح المتمم 0 1 0 1 1

المطروح منه 0 1 0 1 1 +

المرتبة الإضافية خالية إذن النتيجة سالبة ? 1 0 1 1 0

لآخر نتيجة ونتيجة الطرح هو بأخذ **المتمم الثنائي**

0 1 0 0 1

1 +

1 0 1 0

إذن ناتج الطرح هو العدد ( 1 0 1 0 ─ )