# الفصل الســــــــــابع 7

**المعادلات الآنيـــــــــــــة Simultaneous Equations**

**1.7 مقدمة.**

**2.7 أمثلة على نماذج المعادلات الآنية**

**3.7 الصورة الهيكلية للنموذج Structural -Form Equations**

**4.7 الصورة المختزلة للنموذج Reduced-Form Equations**

**5.7 التحيز في مقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية.**

**6.7 تقدير المعادلات الآنية باستخدام المربعات الصغرى ذات المرحلتين-**

**7.7 خواص المربعات الصغرى ذات المرحلتين.**

**8.7 مثال على المربعات الصغرى ذات المحلتين.**

**9.7مشـــــــــــكلة التمييز.**

**10.7 اختبار الآنية.**

**11.7 ملخص. 1.7 مقدمة:**

في الســابق كان التقدير مقتصر على النماذج الاقتصادية المكونة من معادلة واحدة تحوي متغيرا تابعا واحدا، وقد تحوي العديد من المتغيرات المستقلة. في تلك النماذج يكون التركيز على واحد او اكثر متغيرات مفسرة ومتغير تابع واحد وتستخدم للتنبؤ بقيمة Y المتغير التابع بناء على متغير محدد من قيم المتغيرات المفسرة X . علاقة السبب والتأثير في تلك النماذج تتجة من X الى Y .

ولكن في العديد من الأوضاع علاقة السبب والتأثير باتجاة واحد لامعنى لها. هذا يحدث عندما تتحدد قيمة Y بواسطة قيم X واحيانا تتحدد قيم X بواسطة قيم Y أي ان هناك علاقة ذات اتجاهين او علاقة انية بين المتغير التابع والمتغير المستقل. أي يتكون النموذج من عدد من المتغيرات التي تتحدد آنيا بالمتغيرات المتبقية. أي انه في تلك النماذج هناك اكثر من معادلة واحدة، هناك معادلة واحدة لكل متغير تابع او متغير داخلي ، ومختلفة عن المعادلة الوحيدة في نماذج المعادلات الآنية لايقوم الفرد بتقدير معالم المعادلة الوحيدة بدون اخذ في الاعتبار المعادلات الأخرى الموجودة في النظام. ماذا يحدث اذا تم تقدير المعادلة الوحيدة بمربعات الصغرى العادية على سبيل المثال بدون اعتبار للمعادلات الآخرى في النظام. من المعروف ان احد الفروض الاساسية لطريقة المربعات الصغرى العادية ان المتغير المفسر غير عشوائي واذا كان عشوائيا يجب ان يتوزيع مستقلا من الخطأ العشوائي. اذا لم تكون احدى الحالتين موجودة، فأن مقدرات المربعات الصغرى ستكون متحيزة وغير متسقة، أي انها اذا ارتفع حجم العينة فأن المقدرات لا تتحول الى القيمة الحقيقية للمجتمع. في النظام الفرضي من المعادلات التالية:

حيث تمثل Y1 وY2 معتمدتان على بعضهما وهي متغيرات داخلية تتحدد من النموذج وX متغير خارجي وتمثل u1و u2 الاخطاء العشوائيه . بناء على ذلك فانه اذا لم يتم اثبات ان المتغير المفسر Y2 في المعادلة 1 مستقل عن الخطأ العشوائي والمتغير المفسر Y1 في المعادلة 2 مستقل عن u2 فأن تطبيق المربعات الصغرى العادية سيؤدي الى مقدرات غير متسقة.

في مجال الاقتصاد يوجد نماذج تتألف من عدة معادلات يجمع بينها تأثير مشترك بواسطة المتغيرات المتضمنة في النموذج. معظم تطبيقات الاقتصاد يه تكون من العديد من المعادلات التي تنتمي إلي نظام متداخل ويجري تحليل النظام. من أهم النماذج في الاقتصاد نموذج العرض والطلب حيث يتم تداخل تحديد السعر والكميه بين النموذجين. فمثلا لدراسة الطلب على سلعه يجب دراســة العرض لتداخل النموذجين معا. في المعادلات الآنية لا يمكن تطبيق م ص ع لان المتغيرات المستقلة قد تتضمن متغيرات تابعه ويوجد ترابط بين المتغيرات والخطأ العشوائي مما يعطينا مقدرات م ص ع متحيزة. لذلك يتم استخدام مقدرات م ص ع ذات المرحلتين. بدلا من م ص ع .

**2.7 أمثلة على نماذج المعادلات الآنية:**

1.2.7 نموذج العرض والطلب: كما هو معروف فان سعر السلعة والكمية المباعة تتحدد عن طريق التفاعل بين منحنى العرض والطلب للسلعة. للتبســيط نفترض إن منحنيات العرض والطلب خطيه وبإضافة المتغير العشوائي يمكن كتابة المعادلة كما يلي:

دالة الطلب 3 0> α 

دالة العرض 4 >0 β 

التوازن 

حيث تمثل:

|  |  |
| --- | --- |
| Qdt | الكميه المطلوبة في الفترة الزمنية t. |
| Qdt | الكميه المعروضة في الفترة الزمنية t. |
| Pt. | سعر السلعة في الفترة الزمنية t |
| ut | حدود الخطأ. |

ليس من الصعب إن نلاحظ إن P و Q متبادلتا التأثير على سبيل المثال المتغير العشوائي u1t تتغير بســبب التغير في المتغيرات التي تؤثر على Q مثل الدخل الثروة الذوق، فيزحف منحنى الطلب إلى أعلى إذا كانت موجبة والى اليســار إذا كانت u1t سالبة. أي أنز حاف في المنحنى يؤدي إلى تغير قيمة P و Q . وكذلك إذا تغيرت u2t ( تغير سعر عناصر الإنتاج، تغيرات في التقنية…الخ) ستؤدي إلى أنز حاف منحنى العرض مســببة تغير في P و Q . . بســبب الاعتماد المتداخل بين P و Q . P و u1 . في المعادلة الأولى و Q و. P و u2t وP . في المعادلة الثانية. لذلك لا يمكن تطبيق م ص ع بســـبب خرق فرض الاستقلالية بين المتغيرات المفسرة والمتغير العشوائي.

2.2.7نموذج كينيز لتحديد الدخل**:** نموذج كينيز لتحديد الدخل يتمثل في التالي:

دالة الاستهلاك 1 > β1 >0 5 

محددة الدخل 6 

|  |  |
| --- | --- |
| C | النفقات على الاستهلاك |
| Y | الدخل. |
| I | الاستثمار. |
| S | التوفير |
| t | الزمن |
| u | المتغير العشوائي |
| β1 و β0 | المعالم |

تمثل المعلمة β1 الميل الحدي للاستهلاك. من النظرية الاقتصادية فان يتوقع إن تقع بين الصفر والواحد. في المعادلة 5 تمثل الدالة العشوائية. والمعادلة 6 تحدد إن الدخل يساوي النفقات الاستهلاكية و الاستثمار. ومن المعروف إن الاستثمار يساوي التوفير. بالرسم البياني:

 C,I





Y

من دالة الاستهلاك في الرسم البياني يتضح إن C و Y غير مستقلة عن بعض إي إن C تتأثر بـ Yو Y تتأثر بـ C و Y مرتبطة بـ المتغير العشوائي. أي أن م ص ع لا يمكن أن نطبقها على النموذج.

3.2.7-نموذج السعر والأجور. إذا نظرنا إلى نموذج فيليب للأجور والنقود والسعر نتحصل على ما يلي:

7

|  |  |
| --- | --- |
| W | معدل التغير في الأجور |
| UN | معدل البطالة |
| P | معدل التغير في الأسعار |
| R | معدل التغير في تكلفة راس المال |
| M | معدل التغير في الأسعار لعناصر الإنتاج المستوردة. |
| t | الزمن |
| u1t , u2t | المتغيرات العشوائية. |

حيث إن المتغير P يدخل في معادلة الأجور والمتغير W تدخل في معادلة السعر، مما يعني إن المتغيران ثنائي التأثير. بناء على ذلك فان المتغيرات المفسرة نتوقع إن تكون مرتبطة مع المتغيرات العشوائية مما يخرق فروض الخاصة بـ م ص ع ولا يمكن تطبيقها لتقدير النموذج.

4.2.7 نموذج IS للاقتصاد الكلي:

دالة الاستهلاك

دالة الضريبة

دالة الاستثمار

*8 تعريف*

الانفاق الحكومي

الدخل الوطني

حيث تمثل Yt الدخل Ct الاستهلاك I الاستثمار G الانفاق الحكومي T الضريبة Yd الدخل المتاح r سعر الفائدة

اذا عوضنا في معادلة الدخل المتاح بمعادلة الاستهلاك ومعادلة الضريبة وعوضنا بالناتج في C ومعادلة الاستثمار في معادلة الدخل الوطني نتحصل على التالي

9

10

المعادلة 9 هي معادلة IS او التوازن في سوق السلع. ماذا يحدث لو تم تقدير على سبيل المثال معادلة الاستهلاك بمعزل عن المعادلات الأخرى ؟ هل من الممكن الحصول على مقدرات

غير متحيزة ومتسقة في الغالب لايتم ذلك لان الاستهلاك يعتمد على الدخل المتاح والذي بدورة يعتمد على الدخل الوطني زالذي يعتمد على سعر الفائدة والانفاق الحكومي والمعاملات التي في وبناء على ذلك فانه اذا لم يتم الاخذ في الاعتبار لكل هذه التأثيرات فان الانحدار البسيط للاستهلاك والدخل المتاح سوف يعطي مقدرات غير متسقة.

5.2.7 نموذج LM

النصف الآخر من نموذج IS-LM هو LM او توازن سوق النقود حين يتساوى عرض النقود مع الطلب على النقود

*دالة الطلب على النقود*

*دالة عرض النقود*

التوازن

حيث Y الدخل و r سعر الفائدة و مستوى عرض النقود والذي يحدد بمؤسسة النقد.

بمساوة عرض النقود بالطلب على النقود وتبسيط المعادلة نتحصل على

11

حالة التوازن IS-LM عند تساوي معادلة 9 مع 11 تعطي سعر الفائدة والدخل الذي يعطي حالة التوازن في سوق النقود

**البناء الهيكلي والصورة المختزلة للمعادلات :**

لمعرفة المشاكل التي تواجة تقدير المعادلات الآنية، يجب تعريف بعض المفاهيم مثل طبيعة نظام المعادلآت الآنية، هل التغير في السعر هو الذي يسبب ارتفاع الكمية المطلوبة أو ارتفاع الكمية المطلوبة هو الذي يؤدي الى التغير في السعر؟ أن هناك تحديد مرتبط بين المتغيرين أي أن هناك علاقة سببية بين المتغيرين. ارتفاع الأسعار سيؤدي الى أنخفاض الكمية المطلوبة، وأنخفاض الكمية المطلوبه سيؤدي الى أنخفاض الكمية المعروضة وأنخفاض الكمية المعروضة سيؤدي الى ارتفاع الأسعار وهكذا. أن الاقتصاد ملىء بالكثير من الأمثلة بالتأثير المرجعي والسببية الثنائية مما يتطلب تطبيق المعادلات الآنية.

مثال:

* الأجور والأسعار.
* سعر الصرف و التبادل التجاري و وتدفق رؤوس الأموال.

في معادلة قياسية:



نظام المعادلات الآنية هو النظام الذي يكون هناك تأثير لـ Y على ألأقل على أحد المتغيرات المستقلة بالإضافة الى التأثير الموجود من المتغيرات المفسرة على المتغير التابع. لبناء نموذج المعادلات الآنية يجب الفصل بين المتغيرات التي محددة آنيــاً ( Ys تسمى المتغيرات الداخلية ) و المتغيرات التي لاتحدد آنياً ( Xs وتسمى متغيرات خارجية).



اذا كانت Y1 هي الكمية المطلوب مثال للدجاج و Y2 سعر الدجاج و X1 دخل المستهلكين و X2 سعر لحم الاحمر ( السلعه البديله) و X3 تكلفة تربية الدواجن . أي أن معادلة 13 تعني سلوك المستهلك بينما معادلة 14 تعني سلوك المنتج والمعادلات 13و 14 تسمى *المعادلات الهيكلية*.

المعادلات الهيكلية تصف النظرية الاقتصادية خلف النتغيرات الداخلية بالتعبير بالمصطلحين الداخلي والخارجي. الباحثين يجب ينظروا الى النظام كاملاً ليتمكن من معرفة المردود الالتفافي المتداخل في النظام. على سبيل المثال Ys محددة معا (jointly determined) . أي تغير في Y1 سيؤدي الى تغير فيY2 والتي تؤدي بدورها الى تغير في Y1 . مقارنة بالتغير في X1 والذي سيؤدي الى التغير في Y1 ولكن لن يلتف مرتدا ليؤثر في X1 مره أخرى. المعاملات αs, βs تسمى المعاملات الهيكلية واختبار الفرضية يجب أن يكون عن قيمهم ومؤشراتهم (سالب أو موجب) كما هو في معاملات المعادلة الواحدة.

يجب ملاحظة أن المتغير يسمى داخلي لأنه مشترك التحديد وليس لأنه يظهر في كلا المعادلتين. أي أنX2 وهي سعر اللحم الاحمر( أو أي متغير لا نتحكم فيه مثل درجة الحرارة) يعتبر متغير خارجي لانه لا يتحدد آنيا ً في سوق الدجاج.

كيف نفرر ما أذا كان متغير داخلي أو خارجي؟ هناك بعض العوامل دائماً خارجية مثل الجو الخارجي، ولكن هناك متغيرات لاتعتبر لا خارجية ولا داخلية اعتمادا على عدد وطبيعة المتغيرات في المعادلات الآخرى في النظام. التفريق بين المتغيرات الداخلية والخارجية يعتمد على تعريف الباحث حجم المشروع البحثي. في بعض النماذج التي تتضمن متباطئات 0 نظام يتضمن معادلات المتباطئات الموزعه وللتوضيح تسمى المتغيرات المتباطئة للمتغير الداخلي والمتغيرات الخارجية في النموذج بالمتغيرات المحدده سابقاً. أي أن المتغيرات الخارجية والمتغيرات المتباطئة محدده خارج النظام لمعادلات محدده أو قبل الفترة الحالية

المعادلات الهيكلية تصف النظرية الاقتصادية خلف كل متغير داخلي بالتعبير عنه بالمتغيرات الداخلية والمتغيرات الخارجية معا. الباحث يجب أن ينظر إلى النظام كاملا لفهم التأثيرات المتداخلة. فعلى سبيل المثال Qd تتحدد بتأثير ثنائي. حيث أن آي تغير في Qd1 سيؤدي إلى تغير في Pوالذي بدوره سيؤدي إلى تغير في Qd. المعاملات α β تسمى المعاملات الهيكلية ويتم تقديرهم واختبار الفرضيات حول معنوية هذه المعاملات.

نلاحظ إن المتغيرات داخليه ليس لأنها تتحدد بتأثير ثنائي Jointly determined وليس لأنها فقط تظهر في كلتا المعادلتين. سعر السلعة البديلة والذي يظهر في كلتا المعادلتين يعتبر متغير خارجي لأنه ليس متغير يتغير آنيا في سوق السلعة. ولكن في السوق الاقتصادي ككل سوف يعتبر السعر داخلي يتغير بتأثيرات من داخل النموذج. يتحدد كون المتغير داخلي أو خارجي بتحديد الدر اسه .

تتضمن المعادلات الآنية أحيانا قيم متباطئة وذلك حينما تكون معادلة المتباطئات الموزعة. للتفريق بين المتغيرات المحددة سابقا " predetermined" تعرف بأنها تتضمن متغيرات خارجية ومتباطئات داخليه " محدده سابقا" لأن المتغيرات الخارجية والمتباطئات الداخلية تحدد خارج نظام المعادلات أو قبل الفترة الحالية.

المتغيرات الداخلية والتي ليست متباطئة لا تعتبر محدده سابقا، لان هذه المتغيرات تتحدد بالتأثير الثنائي jointly determined للنظام في الفترة الحالية. وبناء على ذلك فان القياسيين يستخدمون المصطلح متغيرات داخلية ومتغيرات محدده سابقا عند التحدث عن المعادلات الآنية.

**3.7 الصورة الهيكلية للنموذج Structural -Form Equations**

قبل إن نبدأ في تقدير المعادلات الآنية يجب تعريف بعض المفاهيم عن طبيعة نظام المعادلات الآنية، التطبيقات الاقتصادية تتضمن نماذج ذات التأثير المشترك آي أن التأثير يكون باتجاهين مما يتطلب تطبيق المعادلات الآنية. هناك العديد من ألا مثله على متغيرات ذات التأثير الثنائي، وعلى سبيل المثال في معادلة قياسية كالتالي:



النظام الآني هو النظام التي تكون فيها Y ذات تأثير على الأقل على واحد من المتغيرات المستقلة بالاضافه إلى تأثيرX على Y ويتم تمييز بين المتغيرات الداخلية Y (Endogenous variables) والمتغيرات الخارجية X (Exogenous Variables) . المتغيرات الخارجية تتحدد من خارج النموذج وتعتبر معطاة بالنسبة للنموذج، وبصوره عامه فان نموذجا آنيا لمعادلتين هيكليتين يمكنه أن يتخذ الشكل التالي: 

2

حيث Qt ,Pt متغيران داخليان Y1t و PC PLt متغيرات خارجية و u2t u1t المتغيرات العشوائية للمعادلة الأولى والمعادلة الثانية.



إذا كانت Qdt ,Pt تمثل الكميه والسعر لسلعه وY1 الدخل و PC تمثل سعرا لسلعه البديلة و PL تمثل سعر عناصر الإنتاج آي أن المعادلة الأولى تمثل سلوك المستهلك للسلعة والمعادلة الثانية تمثل سلوك المنتج، أي أن المنتج سوف يخفض السعر لأن الطلب أنخفض ليحفز الطلب على السلعه.

**4.7 المعادلات الآنية وافتراضات مقدرات المربعات الصغرى م ص ع** :

من الافتراضات الخاصة بحد الخطأ للمتغيرات المفسرة يجب أن يكون مستقل  إذا كان هناك ارتباط بين حدود الخطأ والمتغيرات المفسرة فان مقدرات المربعات الصغرى م ص ع تكون متحيزة. حيث يكون هناك ارتباط بين حدود الخطأ ، من المعادلات الآنية التالية:



بالعمل من خلال نظام المعادلات الآنية نجد ما يلي:

1. إذا ارتفعت قيمة حد الخطأ في المعادلة الأولى، فان قيمة Qd1 سوف ترتفع .
2. إذا ارتفعت قيمة Qd1 فان P سوف ترتفع.
3. ولكن إذا ارتقت قيمة P في المعادلة الثانية فان P سوف ترتفع في المعادلة الأولى.

آي انه إذا ارتفعت قيمة حد الخطأ في المعادلة الأولى فان قيمة P في نفس المعادلة ترتفع آي انه يكون هناك ارتباط بين المتغير العشوائي والمتغير P في نفس المعادلة . . مما يتحصل عليه أتنهاك أو خرق لأحد افتراضات مقدرات المربعات الصغرى م ص ع . هذه النتيجة تنطبق على المعادلات الآنية.

**4.7 الصورة المختزلة للنموذج Reduced-Form Equations**

من الممكن التعبير عن نظام المعادلات الآنية من خلال شكل مختزل للمعادلات ،آي معادلات تعبر عن متغيرات داخليه معبر عنها بحد الخطأ والمتغيرات المحددة سابقا (المتغيرات الخارجية والمتغيرات المتباطئة) فقط. من معادلات الطلب والعرض التأليه



الشكل المختزل للمعادلات الهيكلية أعلاه هو:



حيث ν تمثل حدود الخطأ و π معاملات المعادلات المختزلة.حيث إن π معاملات للمتغيرات المحددة سابقا في المعادلات المختزلة.

أن كل معادلة تحوي متغير داخلي واحد فقط. وهو المتغير التابع والمعادلتين كل منهما تحوي نفس المتغيرات المحددة سابقا. وهذه المعاملات تسمى مضاعفات التأثيرimpact multipliers حيث أن هذه المعاملات تقيس تأثير المتغيرات الداخلية لارتفاع بوحدة واحدة في قيمة "المتغيرات المحددة السابقة ، بعد الآخذ في الاعتبار لتأثير النظام الآني ككل. هناك على الأقل أربعة أسباب لاستخدام المعادلات المختزلة:

1. حيث أن المعادلات المختزلة لا تتضمن الصفة الآنية فنها لا تتضمن انتهاك لافتراضات م ص ع. لذل يمكن تقديرها باستخدام م ص ع.
2. يمكن الحصول على المعاملات الهيكلية من المعاملات المختزلة آي يمكن استخدام المعاملات π للحصول على α β للمعادلات في النظام الآني.
3. يتم بسهوله شرح وتفسير المعاملات للمعادلة المختزلة π بتفسير اقتصادي.
4. تقود بدور مهم في تقدير المعادلات الآنية.

لتحديد المعادلات المختزلة لنموذج العرض والطلب لسلعه نتحصل على معادلتين مختزلتين فقط:



يظهر السعر في المعادلات المختزلة في الجانب الأيسر لأنه متغير داخلي ويجب أن يعامل كذلك.

**5.7 التحيز في مقدرات طريقة المربعات الصغرى العادية:** لاستخدام طريقة المربعات الصغرى يجب أن لا يكون هناك خرق بفروض م ص ع لأنه إذا تم تطبيق م ص ع للمعادلات الهيكلية للنظام الآني. فان مقدرات م ص ع تكون متحيزة. هذا التحيز يسمى التحيز الآني أو تحيز المعادلات الآنية.

التحيز الآني: التحيز الآني يعزى إلى الحقيقة انه في النظام الآني فان القيم المتوقعة لمقدرات م ص ع للمعاملات الهيكلية لا تساوي القيمة الحقيقية. 

لماذا يحدث هذا التحيز؟ من المعروف إن الخطأ العشوائي يرتبط خطيا مع المتغيرات الداخلية في النموذج (المتغير التابع) عندما يدخل في المعادلة كمتغير مفسر. في معادلات هيكلية كما يلي:



إذا افترضنا إن معاملات المعادلة موجبة لتبسيط التحليل. حيث إن هناك ارتباط بين الخطأ العشوائي u1 والمتغير التابع Y1 و Y2 فان أي تغير في ارتفاع في قيمة Y سيؤدي إلى ارتفاع في قيمة الخطأ العشوائي u1 مما يؤدي إلى ارتفاع قيمة المعلمة β1 . هذا الارتفاع في قيمة المعلمة هو ما يسمى بالتحيز الآني. إذا كانت قيمة الخطأ بالسالب فان قيمة Y1 ستكون اقل مسببة نفس النقص في قيمة Y2 مما يؤدي إلى خطأ في تقدير المعامل β1.

إن الســـببية بين Y1و Y2 تجري في كلتا الاتجاهين حيث إن المتغيران متبادلتا الاعتماد Interdependence نتيجة لذلك فان قيمة β1 المقدرة بـ م ص ع فانه لا يمكن تفسير بأنها تقيس تأثير Y2 على Y1 مع ثبات X ولكن β1 المقدرة تقيس خليط من تأثير المتغيرين الداخلين Y1 و Y2 على بعضهما البعض. بالاضافه إلى ذلك فان يفترض أن β2  تقيس تأثير X على Y1 مع ثبات Y2 ولكن كيف نتوقع Y2 بأن تكون ثابتة مع تغير Y1 ( حيث انهما متبادلتا الاعتماد)؟ وعلى ذلك نتوقع تحيز في المقدرة β2  .

للمعادلة أعلاه يتوقع إن يكون التحيز يساوي التالي:



حيث تمثل قيمة التحيز و التي تساوي الارتباط بين المتغير العشوائي وY2 . بينما في المعادلات الغير آنية فان قيمة الارتباط تساوي الصفر مما يلغي وجود التحيز. وإشارة قيمة التحيز ستكون تابعه لإشارة الارتباط بين المتغير الداخلي والمتغير العشوائي.

**6.7 تقدير المعادلات الآنية باستخدام المربعات الصغرى ذات المرحلتين Two -Stage Least Squares (2SLS):**

على الرغم إن هناك العديد من طرق التقدير متوفرة لتجنب التحيز الموجود في حالة تطبيق م ص ع على المعادلات الآنية إلا إن اكثر طريقة مستخدمه هي طريقة المربعات الصغرى وهي *طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين* . حيث إن مقدرات م ص ع سوف تكون متحيزة لتجنب هذا التحيز يمكن إيجاد متغير يتميز بالتالي:

1. يكون مساوي في القيمة للمتغير الداخلي.
2. إن لا يكون مرتبط مع الخطأ العشوائي.

إذا وجد هذا المتغير وتم استبداله للمتغير الداخلي حيث يظهر كمتغير مفسر ويكون غير مرتبط مع الخطأ العشوائي. فان فروض م ص ع تكون موجدوه. هذا المتغير يسمى المتغير الأداة Instrumental variable ليحل محل المتغير الداخلي أي يحل محل Y2 في المعادلة الأولى. حيث انه لا يوجد ســببيةcausality بين المتغير الأداة وأي من المتغيرات الداخلية فان استخدام المتغير الأداة يجنب النموذج مشكلة خرق فرض م ص ع لإيجاد ذلك المتغير نســـعى لاستخدام طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين



اذا وجدنا متغير مرتبط مع ولكن غير مرتبط مع الخطأ العشوائي فأنه يمكن استبدال المتغير الجديد للمتغير في الجانب الأيمن من المعادلة 15 ونتخلص من خرق فرض م ص ع هذا المتغير الجديد يسمى المتغير الأداة يحل محل المتغير الداخلي فهو متغير بديل للمتغير الداخلي ومستقل من المتغير العشوائي. كيفية ايجاد هذا المتغير الاداة تتم باستخدام طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين

وتعتبر طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين هي ألا بسط والأوسع انتشارا وتتضمن الطريقة إيجاد متغيرات أداة لتحل محل المتغيرات الداخلية في النموذج والتي تظهر كمتغير مفســـرة في المعادلات الآنيــــــة وتقوم ذلك بأجراء انحدار على الشـــكل المختزل للجانب الأيمن للمتغيرات الداخلية المراد إحلاله ثم تستخدم مقدرات المتغير التابع من انحدار الشكل المختزل كالمتغير الأداة تكون مرحلتي التقدير كما يلي.

1. المرحلة الأولى يتم أجراء انحدار لكل متغير داخلي على مجموعه المتغيرات الخارجية الموجودة في النموذج الهيكلي. أي انحدار الصورة المختزلة والذي يقود إلى قيمه مقدرة للمتغير الداخلي.



1. المرحلة الثانية تتضمن استخدام القيم المقدرة للمتغيرات الداخلية الموجودة  على يمين المعادلة الهيكلية وذلك عوضا عن قيمها ألا صليه في انحدار عادي ثان. ويعني ذلك استخدام القيم المقدرة ( وتسمى متغير آداه Instrumental variable ) بدلا عن القيم الحقيقية لتلك المتغيرات عند أجراء الانحدار. ويتم تقدير المعادلات التالية باستخدام م ص ع.



نلاحظ إن المتغير التابع مازال هو المتغير الداخلي الأصلي لكن التغيير في المتغيرات الداخلية الموجودة في الجانب الأيمن للمعادلة ألا صليه.

إذا تم تقدير المعادلات للمرحلة الثانية باستخدام م ص ع سيكون التباين غير صحيح، لذلك يجب التأكد من استخدام برنامج الكمبيوتر الذي يتضمن أجراء خطوات المربعات الصغرى ذات المرحلتين.

**7.7 خواص المربعات الصغرى ذات المرحلتين:**

1. تتميز مقدرات م ص 2 . بأنها متسقة ولكن تظل متحيزة في العينات الصغيرة.
2. يجب التأكد من المتغيرات الداخلة في النموذج المختزل الصورة آي القيام باختبارات حسن التوفيق.
3. إذا كانت المتغيرات المتحدده سابقا مرتبطة فان النموذج لن يكون جيد.
4. استخدام t لاختبار فرضيات لمقدرات م ص 2 افضل بكثير من مقدرات م ص ع.

**8.7 مثال على المربعات الصغرى ذات المحلتين:**

بالعمل باستخدام كينيز للاقتصاد الكلي وبالتطبيق على الاقتصاد السعودي:



حيث تمثل:

|  |  |
| --- | --- |
| Yt | الانفاق على اجمالي الناتج المحلي السنة t. |
| Ct | الانفاق الاستهلاكي الخاص في ألسنه t. |
| It | اجمالي تكوين رأس المال الثابت في الفترة ألسنه t . |
| Gt | الانفاق الاستهلاكي النهائي الحكومي السنة t. |
| NXt | صافي الصادرات السنة t . |
| Tt | الضرائب في السنة t. |
| rt | سعر الفائدة في السنة t. |
| YDt | الدخل المتاح |
| ut | حدود الخطأ. |
|  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | USA |  |  |  |  |  |
|  | GDP | YD | COT | G | I | r |
| 1970. | 1038.3 | 838.6 | 648.3 | 190.1 | 192.8 | 7.18083 |
| 1971. | 1126.8 | 903.1 | 701.6 | 204.7 | 209.2 | 4.66083 |
| 1972. | 1237.9 | 992.6 | 770.2 | 220.9 | 237.3 | 4.43083 |
| 1973. | 1382.3 | 1110.5 | 852.0 | 234.8 | 292.2 | 8.7275 |
| 1974. | 1499.5 | 1222.7 | 932.9 | 261.6 | 301.8 | 10.5025 |
| 1975. | 1637.7 | 1334.9 | 1,033.8 | 294.7 | 296.9 | 5.82417 |
| 1976. | 1824.6 | 1474.7 | 1,151.3 | 316.7 | 342 | 5.045 |
| 1977. | 2030.1 | 1632.5 | 1,277.8 | 346.6 | 396.7 | 5.5375 |
| 1978. | 2293.8 | 1836.7 | 1,427.6 | 376.5 | 476.3 | 7.93083 |
| 1979. | 2562.2 | 2059.5 | 1,591.2 | 412.2 | 533.2 | 11.1942 |
| 1980. | 2788.1 | 2301.5 | 1,755.8 | 465.9 | 542.7 | 13.3558 |
| 1981. | 3126.8 | 2582.3 | 1,939.5 | 520.6 | 646.1 | 16.3783 |
| 1982. | 3253.2 | 2766.8 | 2,075.5 | 568.1 | 621.5 | 12.2583 |
| 1983. | 3534.6 | 2952.2 | 2,288.6 | 610.5 | 602.4 | 9.08667 |
| 1984. | 3930.9 | 3268.9 | 2,501.1 | 657.6 | 753.4 | 10.225 |
| 1985. | 4217.5 | 3496.7 | 2,717.6 | 720.2 | 738.4 | 8.10083 |
| 1986. | 4460.1 | 3696 | 2,896.7 | 776.1 | 709.3 | 6.805 |
| 1987. | 4736.4 | 3924.4 | 3,097.0 | 815.1 | 782.3 | 6.6575 |
| 1988. | 5100.4 | 4231.2 | 3,350.1 | 852.8 | 901.5 | 7.56833 |
| 1989. | 5482.1 | 4557.5 | 3,594.5 | 903 | 924.1 | 9.21667 |
| 1990. | 5800.5 | 4846.7 | 3,835.5 | 966 | 917.6 | 8.09917 |
| 1991. | 5992.1 | 5031.5 | 3,980.1 | 1015.8 | 951.3 | 5.6875 |
| 1992. | 6342.3 | 5347.3 | 4,236.9 | 1050.3 | 932.3 | 3.52167 |
| 1993. | 6667.4 | 5568.1 | 4,483.6 | 1075.4 | 958.4 | 3.0225 |
| 1994. | 7085.2 | 5874.8 | 4,750.8 | 1108.9 | 1094.7 | 4.20167 |
| 1995. | 7414.7 | 6200.9 | 4,987.3 | 1141.5 | 1219 | 5.83667 |
| 1996. | 7838.5 | 6591.6 | 5,273.6 | 1176.8 | 1344.4 | 5.29833 |
| 1997. | 8332.4 | 7000.7 | 5,570.6 | 1222 | 1525.7 | 5.46 |
| 1998. | 8793.5 | 7525.4 | 5,918.5 | 1263.2 | 1654.4 | 5.35333 |
| 1999. | 9353.5 | 7910.8 | 6,342.8 | 1343.9 | 1708 | 4.97 |
| 2000. | 9951.5 | 8559.4 | 6,830.4 | 1426.6 | 1800.1 | 6.23583 |
| 2001. | 10286.2 | 8883.3 | 7,148.8 | 1524.3 | 1695.7 | 3.8875 |
| 2002. | 10642.3 | 9060.1 | 7,439.2 | 1639.9 | 1560.9 | 1.66667 |
| 2003. | 11142.1 | 9378.1 | 7,804.0 | 1756.8 | 1552.8 | 1.1275 |
| 2004. | 11867.8 | 9937.2 | 8,285.1 | 1860.5 | 1724.2 | 1.35083 |
| 2005. | 12638.4 | 10485.9 | 8,819.0 | 1977.8 | 1903.4 | 3.21167 |
| 2006. | 13398.9 | 11268.1 | 9,322.7 | 2093.3 | 2174.4 | 4.96333 |
| 2007. | 14061.8 | 11912.3 | 9,806.3 | 2217.8 | 2013.6 | 5.01917 |
| 2008. | 14369.1 | 12391.1 | 10,104.5 | 2382.9 | 1785.2 | 1.9275 |
| 2009. | 14119 | 12174.9 | 10,001.3 | 2411.5 | 1533.8 | 0.16 |
| 2010 p. | 14660.2 | 12545.3 | 10,351.9 | 2490.8 | ...... | 0.175 |

جميع المتغيرات بالقيم الاسمية. المعادلات أعلاه (1و2و3و4)هي المعادلات الهيكلية للنظام ولكن فقط المعادلة (2) (3) عشوائية وسوف يتم تقديرها. والمعادلتين الاخريين 1، 4 معادلات تعريفية ويمكن تحديدها بدون مقدرات.

يجب تحديد المتغيرات الداخلية والمتغيرات المحددة سابقا

المتغيرات الداخلية هي المتغيرات التي يتم تحديده من خلال نظام المعادلات: مثل Yt، COt، Ydt ، .It.  لتفسير إن هذه المتغيرات تقدر آنيا.

انه إذا تم تغير آي منها سيتبع ذلك تغير في النظام ككل. ثم يعود إلى المتغير المسبب.

سعر الفائدة لا يعتبر داخلي وذلك لأنه يظهر مره واحدة في النظام ولا يعاد تأثيره في النظام.

المتغيرات المحددة سابقا: هي Gt، NXt ، Tt، Ct-1. rt-1.

آي أن النظام يتكون من اربع معادلات هيكليه و أربع متغيرات داخليه وخمس متغيرات محدده سابقا.

إذا لاحظنا فالمعادلة 2 معادلة كويك للمتباطئات الموزعة. المعادلة 4 تحوي تكاليف راس المال (سعر الفائدة) والذي يأخذ قيمه متباطئة وكلما ارتفع سعر الفائدة كلما قل الاستثمار مما يعني أن β5 تكون سالبه بينما تكونβ4  موجب لا نه كلما ارتفع الدخل كلما زاد الاستثمار. المعادلة 5 تسمى معادل تفضيل السيولة وهي عن المؤثرات على سعر الفائدة ، الدخل وعرض النقود. الارتفاع في Yt الناتج المحلي مع ثبات عرض النقود سوف يرفع الطلب على النقود من اجل المضاربات مما يرفع سعر الفائدة ونتوقع β7 إن تكون موجبة وإذا ارتفع عرض النقود مع ثبات Yt الناتج المحلي نتوقع انخفاض في سعر الفائدة لذل نتوقع إن تكون سالبه. β8.

**9.7 تطبيق المربعات الصغرى ذات المرحلتين:**

1-مع إن هناك أربعة متغيرات داخليه إلا إن هناك فقط أثنين منها تظهر في الجانب الأيمن من المعادلات العشوائية. آي انه فقط اثنتان من المعادلات المختزلة يمكن تقديرها لتطبيق المربعات الصغرى ذات المرحلتين. هذه المعادلات تقدر أوتوماتيكي ببرنامج الحاسب الآلي. وهي كما يلي:

تقدير دالة الاستهلاك

 المتغير الاداة

تمثل المعادلة المختزلة نموذج يتم تقديرية، إننا لا نقوم باختبار الافتراضات على النموذج المختزل الغرض الأساسي هو أيجاد مقدرا ت المتغير YDt

والتي سوف تستخدم لمتغير آداه لتستخدم كبديل للمتغير الداخلي في المرحلة الثانية بتقدير المتغير الداخلي الآخر Yt تستخدم تلك المقرات في النماذج الهيكلية للمتغيرات الداخلية الموجودة في الطرف الأيمن من المعادلة



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Dependent Variable: COT | | |  |  | | Method: Two-Stage Least Squares | | | |  | | Date: 02/10/12 Time: 17:44 | | |  |  | | Sample (adjusted): 1971 2009 | | |  |  | | Included observations: 39 after adjustments | | | |  | | Instrument specification: YD G NX COT(-1) T R(-1) C | | | | | |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  | | Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. | |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  | | YD | 0.501411 | 0.066466 | 7.543826 | 0.0000 | | COT(-1) | 0.410199 | 0.082363 | 4.980381 | 0.0000 | | C | -46.53775 | 28.87825 | -1.611516 | 0.1158 | |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  | | R-squared | 0.999473 | Mean dependent var | | 4381.944 | | Adjusted R-squared | 0.999444 | S.D. dependent var | | 2948.487 | | S.E. of regression | 69.54972 | Sum squared resid | | 174137.9 | | F-statistic | 34129.68 | Durbin-Watson stat | | 0.535377 | | Prob(F-statistic) | 0.000000 | Second-Stage SSR | | 174137.9 | | J-statistic | 27.30619 | Instrument rank | | 7 | | Prob(J-statistic) | 0.000017 |  |  |  | |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  | | |  |



تقدير دالة الاستثمار

 المتغير الاداة

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Dependent Variable: I | | |  |  |
| Method: Two-Stage Least Squares | | | |  |
|  | | |  |  |
| Sample (adjusted): 1971 2009 | | |  |  |
| Included observations: 39 after adjustments | | | |  |
| Instrument specification: Y G COT(-1) NX R(-1) T C | | | | |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| C | 95.21213 | 100.9726 | 0.942950 | 0.3520 |
| Y | 0.137998 | 0.007571 | 18.22656 | 0.0000 |
| R(-1) | 7.251532 | 9.371130 | 0.773816 | 0.4441 |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| R-squared | 0.931533 | Mean dependent var | | 1034.800 |
| Adjusted R-squared | 0.927730 | S.D. dependent var | | 576.6052 |
| S.E. of regression | 155.0098 | Sum squared resid | | 865008.8 |
| F-statistic | 244.9013 | Durbin-Watson stat | | 0.416481 |
| Prob(F-statistic) | 0.000000 | Second-Stage SSR | | 865008.8 |
| J-statistic | 34.24982 | Instrument rank | | 7 |
| Prob(J-statistic) | 0.000001 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |



9.37) (0.007)

(0.77) 18.22 = t

0.41 = DW 0.93 R2 = 39 = n

**9.7مشـــــــــــكلة التمييز The Identification Problem .**

تشــــــير مشكلة التمييز إلى إمكانية أو عدم إمكانية حســاب المعالم الهيكلية لنموذج المعادلات الآنية من معالم النموذج المختزل. الباحث يجب أن يدرس مشـــكلة التمييز . حيث أن طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين على المعادلات إلا إذا كانت هذه المعادلات معرفة. فإذا ما كانت تلك المعادلات معرفة فأنه يمكن أن تقدر بطريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين. أما إذا كانت المشكلة غير مميزه فان ذلك يعني انه لا يمكن تطبيق طريقة المربعات الصغرى عليها. من المهم معرفة الإشارة إلى أنه إذا ثبت أن المعادلة مميزه فان ذلك يشير إلى إمكانية تطبيق المربعات الصغرى ذات المرحلتين فقط ولا يضمن أن نتيجة التقدير ستكون معنوية.

**التمييز:** هي متطلب لتطبيق طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين على معادلات النظام الآنية يعني انه يمكن تطبيق طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين في المعادلات الآنية، المعادلات الهيكلية تكون مميزه فقط عندما تكون عدد من المتغيرات المحددة ســــــابقا في النظام الآني محذوفة من المعادلة التي تهم الباحث لتسمح بأن تكون المعادلة متميزة عن جميع المعادلات الأخرى في النظام. يعني قد تكون معادلة وحدة مميزه في النظام وأخرى قد لا تكون مميزه. كيف يكون هناك معادلات غير مميزه ؟ يكون ذلك على سبيل المثال لو كان هناك معادلة عرض وطلب في نظام آني حيث يكون السعر والكمية هي التمييز فقط.



بينما تم تسمية أحدى المعادلة بمعادلة الطلب والأخرى بمعادلة العرض، فأن الكمبيوتر لن يستطيع تمييز هذه المعادلتين من البيانات لأن المتغيرات على يمين المعادلة ولا على يسار المعادلة متماثله، بدون متغيرات محددة سابقاً متضمنه في المعادلة لا يمكن التفريق بين المعادلتين.

ولكن بإضافة متغيرات محدده سابقاً الى أحدى المعادلات مثل معادلة العرض. المعادلة ستكون كما يلي:



ان أي تغيير في قيمة Z سيؤدي الى انزحاف منحنى العرض، ولكن منحنى الطلب لن يزحف.

S

Q

D

يمثل الشكل نقاط توازن على منحنى الطلب عند كميات طلب واسعار مختلفة ومن هذه المعلومات يمكن تحديد معاملات معادلة الطلب أي ان منحنى الطلب تم تعريفة بالقيم الحددة سابقا المتضمنة في النظام ومنفصلة عن منحنى الطلب. بينما عرض منحنى العرض بقي غير محدد لا يمكن معرفة منحنى العرض لم يتم تعريفة لعدم وجود متغيرات محددة سابقا منفصلة عن منحنى العرض. اذا اضفنا Xt لمنحنى الطلب عندما تتغير Xt سوف يزحف منحنى الطلب ومن ذلك يمكن تعريف منحنى العرض



الطريقة لتمييز كلا المعادلتين هو أضافة متغير محدد سابقاً لكلتا المعادلتين.

أي ان التعريف (التمييز) هو متطلب سابق لتطبيق طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين في نظام المعادلات الآنية. معظم نظام المعادلات اكثر تعقيدا من النظام أعلاه ولكن الطريقة العامة لتحديد ماذا كانت المعادلات معرفة (مميزة) هو باستخدام حالة الترتيب لتعريف معادلات النظام

حالة الترتيب للتعريف (ألتتميز):

هي طريقة منظمه لتحديد اذا ما كانت المعادلة الآنية لديها الإمكانية للتميز. أذا استطاعت المعادلة مقابلة حالة الترتيب لديها الاستعداد للتميز.

ماهي حالة الترتيب؟ لكل معادلة في النظام يجب تحديد :

1- عدد المتغيرات المحددة سابقاً ( الخارجية والمتغيرات الداخلية المتباطئة ) في كل النظام الآني.

2-عدد معاملات الميل المقدرة في المعادلة.

حالة الترتيب: هي طلب ضروري للمعادلة لتصبح مميزه أن تكون عدد المتغيرات المحددة سابقاً ( الخارجية بالإضافة الى المتغيرات الداخلية المتباطئة) في النظام الآني تكون أكبر أو تساوي عدد معاملات الميل في المعادلة.



نعرف بحالة الترتيب لأن عدد المتغيرات المحددة سابقاً في النظام تساوي عدد معاملات الميل في المعادلة. المعادلة 1 معرفة بطريقة حالة الترتيب لأن عدد المتغيرات المحددة سابقا في النظام يساوي عدد المعاملات في المعادلة حيث يوجد هذه النتيجة تشير الى ان المعادلة 1 معرفة تماما بحالة الترتيب. المعادلة 2 كذلك معرفة بحالة الترتيب لان وذلك لأن هناك ثلاثة متغيرات محددة سابقا في النظام وهناك معاملين في المعادلة أي ان المعادلة 2 ذات تعريف علوي Over identified طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين يمكن ان تطبق على المعادلات المعرفة سواء معرفة تماما او معرفة علوي ولكن لا تطبق على معرفة تعريف دونيunder identified >

مثال اكثر تعقيدا نموذج اقتصاد كلي صغير



*هناك خمس متغيرات محددة سابقا ( المتغيرات الخارجية بالإضافة الى المتغيرات الداخلية المتباطئة) في هذا النظام المعادلة 2 تتضمن معاملين . اذا فأن المعادلة معرفة تعريف علوي (5>2) وكذلك المعادلة 3 معرفة تعريف علوي وحيث ان المثال الذي تم تقديرة ببرنامج الايفيوز قدر معاملات النموذج فان المعادلات 2 و 3 معرفة اما المعادلات 1 و 2 فهي معادلات تعريفية لا نحتاج الى تقديرهما.*

**10.7 اختبار الآنية:**

إذا لم يكن هناك مشكاة الآنية في النموذج فانه يمكن استخدام المربعات الصغرى العادية. ولكن عندما يعاني النموذج من الآنية فان مقدرات م ص ع تكون متحيزة. في وجود الآنية تكون طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين والمتغيرات الأداة سوف تعطي مقدرات متسقة وفعالة. ولكن إذا تم تطبيق المعادلات الآنية على نموذج لا يتضمن مشكلة الآنية فان ذلك سوف يؤدي إلى مقدرات متسقة ولكن ليست فعالة( أدنى تباين). لذلك يجب أجراء اختبار الأنية قبل تطبيق طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين. نعلم إن مشــكلة الأنبه توجد عندما يكون هناك متغيرات داخلية في النموذج ولذلك تكون مرتبطة مع المتغير العشوائي. لذلك فان اختبار الآنية ما هو إلا اختبار لوجود ارتباط بين المتغيرات المفسرة مع الخطأ العشوائي. فإذا وجدت مشكلة الآنية فتستخدم طريقة المربعات الصغرى ذات المرحلتين أما إذا لم توجد فتستخدم طريقة المربعات الصغرى العادية.

يتم اختبار الآنية باستخدام اختبار تحديد هوسمان Hausman Specification Test.

اختبار تحديد هوسمان Hausman Specification Test.

إذا كان هناك نموذج مكون من معادلتين :

دالة الطلب 

دالة العرض 

|  |  |
| --- | --- |
| الســــــــــعر | P |
| الكمية | Q |
| الدخل | Y |
| الثروة | Z |
| الخطأ العشوائي | u |

بافتراض أن الثروة والدخل متغيرات خارجية. وبالطبع الكمية والسعر متغيرات داخلية.

من دالة العرض إذا لم يكن هناك مشكلة آنية أي أن P Q مستقلتان فان الخطأ العشوائي لن يكون مرتبط مع المتغير P . ولكن إذا كان هناك مشكلة آنية فان الخطأ العشوائي لن يكون مرتبط مع المتغير P. لا يجاد الإجابة نقوم بأجراء اختبار هوسمان والذي يبدأ بإيجاد الصورة المختزلة للنموذج





يقدر النموذج باستخدام م ص ع



بناء على ذلك فأن



حيث أن  مقدرة من النموذج.

وبإدخالهما في المعادلة وأجراء الانحدار التالي .



وأجراء اختبار t لمعلمة الخطأ العشوائي إذا كان الاختبار معنوي فأننا لا نرفض فرضية العدم.