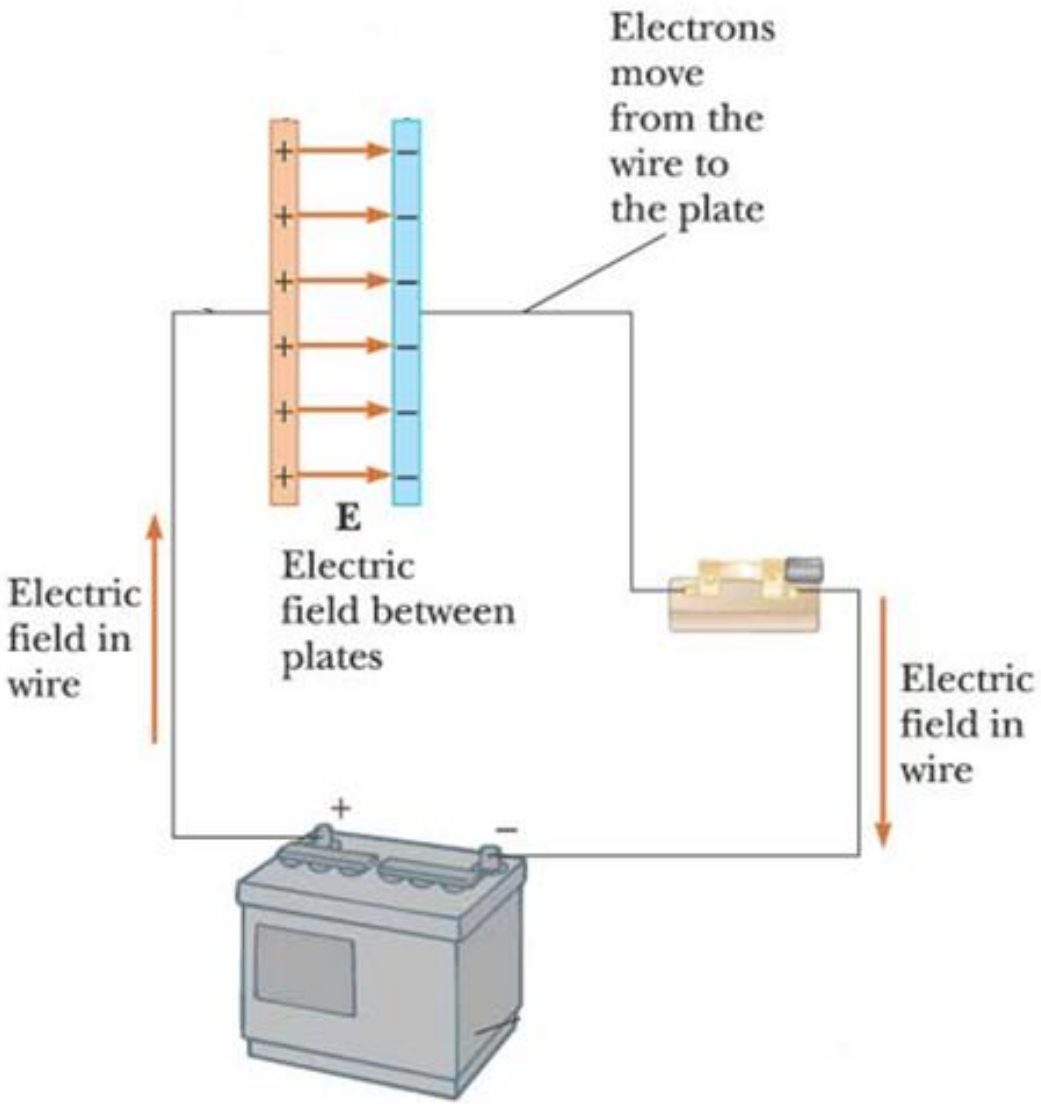
Capacitors المكثفات

- المكثف: موصلان قريبان من بعضهما، يفصل بينهما فراغ أو مادة عازلة، ومشحونان بشحنتين مختلفتين في النوع ومتساويتين في المقدار.
- سعة المكثف تتناسب طردا مع الشحنة q وعكسا مع الجهد V أي أن:

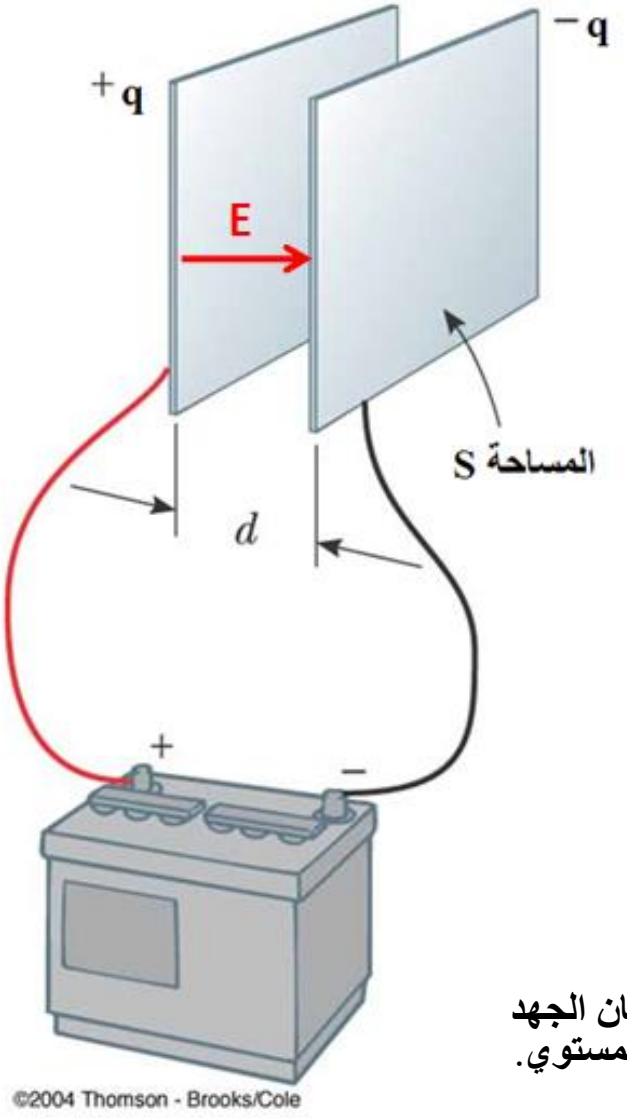
$$C = \frac{q}{V}$$

- وحدة السعة هي الفاراد Farad (F)

Capacitors المكثفات



Capacitors المكثفات



المكثف متوازي اللوحين

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \frac{q}{\varepsilon_o S}$$

$$V = E\ d = \frac{q}{\varepsilon_o S} d$$

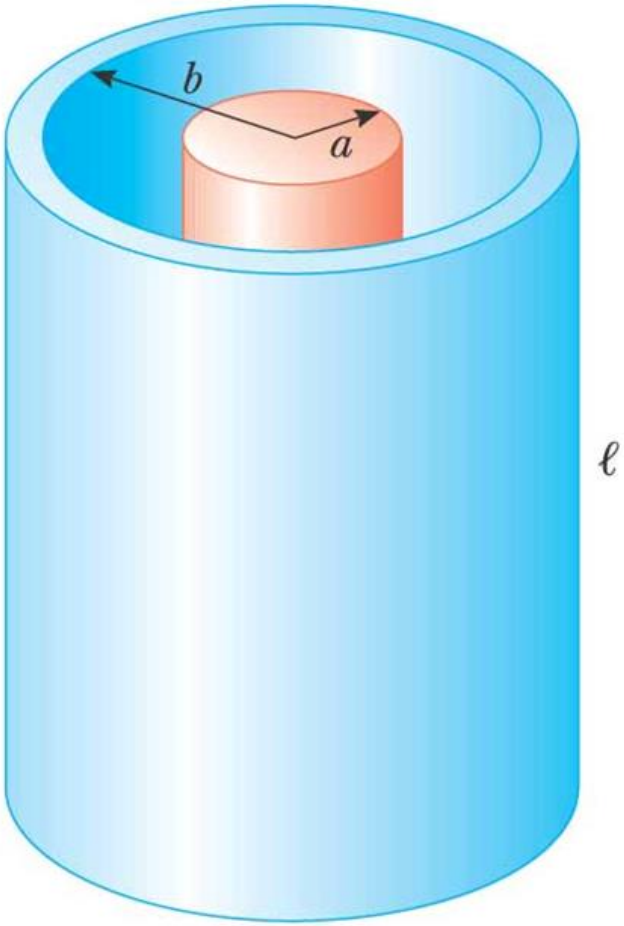
$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_o S}{d}$$

حيث σ الكثافة السطحية للشحنات.

واضح من هاتين المعادلتين أنه كلما كانت المسافة بين لوحي المكثف صغيرة كلما كان الجهد صغيرا وتزيد تبعا لذلك سعة المكثف. كما تزيد السعة بزيادة مساحة لوحي المكثف المستوي.

Capacitors المكثفات

المكثف الاسطواني يتكون من اسطوانة موصلة نصق قطرها a محاطة باسطوانة موصلة أخرى نصف قطرها b متحدتي المركز، ولهما نفس الطول l .



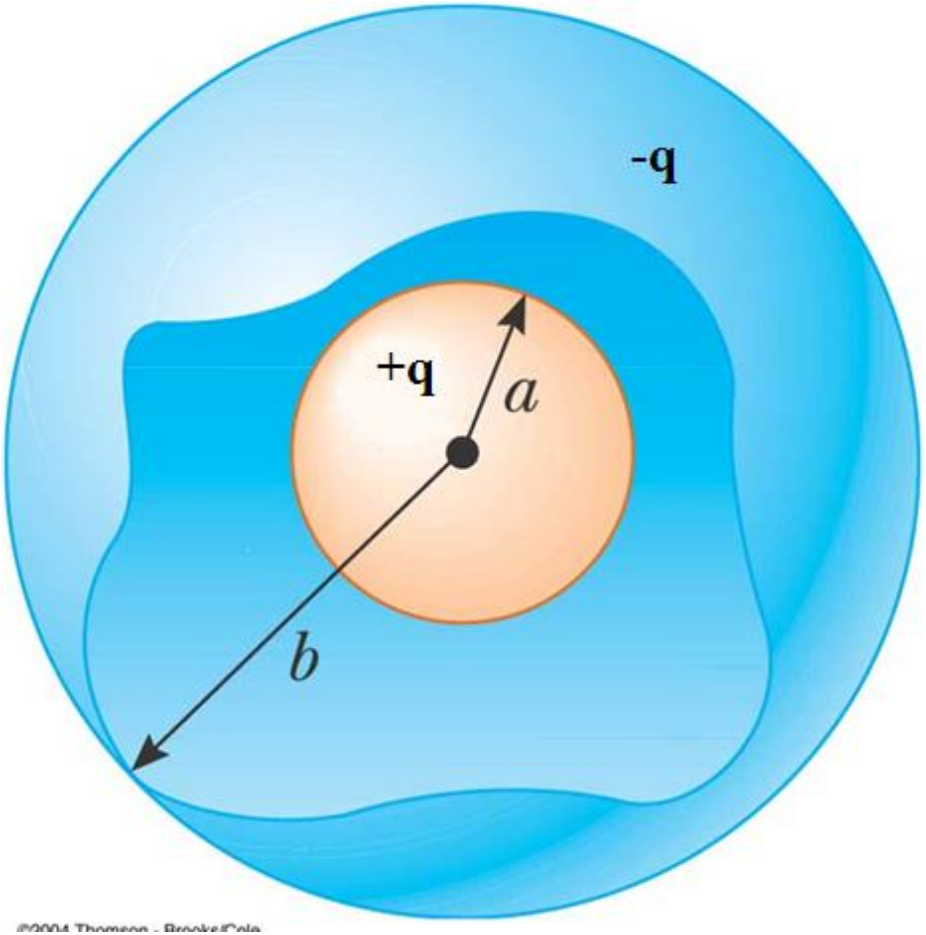
السعة للمكثف الاسطواني تعطى بالعلاقة التالية:

$$C = 4\pi\varepsilon_o \frac{l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Capacitors المكثفات

المكثف الكروي يتكون يتكون من كرة موصلة نصق قطرها a محاطة بكرة موصلة أخرى نصف قطرها b متحدتي المركز.

السعة للمكثف الكروي تعطى بالعلاقة التالية:



$$C = 4\pi\varepsilon_o \frac{a\,b}{(b-a)}$$

Capacitors المكثفات

مثال (٢-١) :

مكثف متوازي اللوحين ، مساحة كل من لوحيه $10\ cm^2$ والمسافة الفاصلة بين لوحيه 1mm فإذا كان فرق الجهد بين لوحيه 1000 V ، فاحسب سعة المكثف وشحنته وقيمة المجال الكهربي بين لوحيه .

الحل :

تحسب السعة باستخدام المعادلة (2-5) حيث :

$$C = \varepsilon_o \frac{S}{d} = 8.85 \times 10^{-12} \times \frac{10 \times 10^{-4}}{10^{-3}} = 8.85 \times 10^{-12}\ F$$

أما الشحنة فيمكن حسابها من المعادلة (2-4) حيث :

$$q = C\,V = 8.85 \times 10^{-12} \times 10^{3} = 8.85 \times 10^{-9}\ C$$

ويحسب المجال الكهربي من المعادلة :

$$E = \frac{q}{\varepsilon_o S} = \frac{8.85 \times 10^{-9}}{8.85 \times 10^{-12} \times 10^{-3}} = 10^{6}\ N/C$$

كما يمكن حساب المجال الكهربي من المعادلة :

$$E = \frac{V}{d} = \frac{10^{3}}{10^{-3}} = 10^{6}\ V/m$$

Capacitors المكثفات

مثال (٢-٢) :

مكثف متوازي اللوحين مصنوع من مادة الألومنيوم ، المسافة بين لوحيه 1mm ، ماذا يجب أن تكون مساحة S كل من اللوحين كي تكون سعته كالآتي 1 farad , 1μF , 1pF .

الحل :

$$\because \quad S = \frac{Cd}{\varepsilon_o}$$

$$\therefore \quad S_1 = \frac{(10^{-12})(10^{-3})}{8.85 \times 10^{-12}} = 1.13 \times 10^{-4}\ m^2$$

$$\therefore \quad S_2 = \frac{(10^{-6})(10^{-3})}{8.85 \times 10^{-12}} = 1.13 \times 10^{2}\ m^2$$

Capacitors المكثفات

$$\therefore \quad S_3 = \frac{(1)(10^{-3})}{8.85 \times 10^{-12}} = 1.13 \times 10^{8}\ m^2$$

وواضح أن قيمة S_1 معقولة وحجم المكثف واقعياً بينما قيمة S_2 كبيرة بحيث لو فرض أن المكثف على شكل مربع فإن قيمة طول ضلعه تساوي 10.6 m ، أما في الحالة الثالثة فإن قيمة S_3 غير معقولة ومستحيلة التطبيق . حيث يبلغ طول ضلع المكثف (لو كان مربعاً) 1.06×10^{4} m أي حوالي عشرة كيلومترات .

ولذلك فإن قيمة السعات دائماً صغيرة وفي حدود الـ pF أو جزء من الـ μF كما ذكر في البند (١-٢) .

مثال (٢-٣) :

ما هي القيمة العظمى للشحنة الواقعة على مكثف سعته $0.002\mu F$ ومساحة كل من لوحيه $100\ cm^2$ دون أن يحدث تأين للفراغ . علماً بأن التأين يحدث إذا زادت قيمة المجال الكهربي عن $3000\ V/cm$.

الحل :

إذا فرض أن q_{max} هي القيمة العظمى للشحنة و V_{max} هو الجهد المسلط بين طرفي المكثف الذي سعته C ومساحة كل من لوحيه S والمسافة بينهما d .

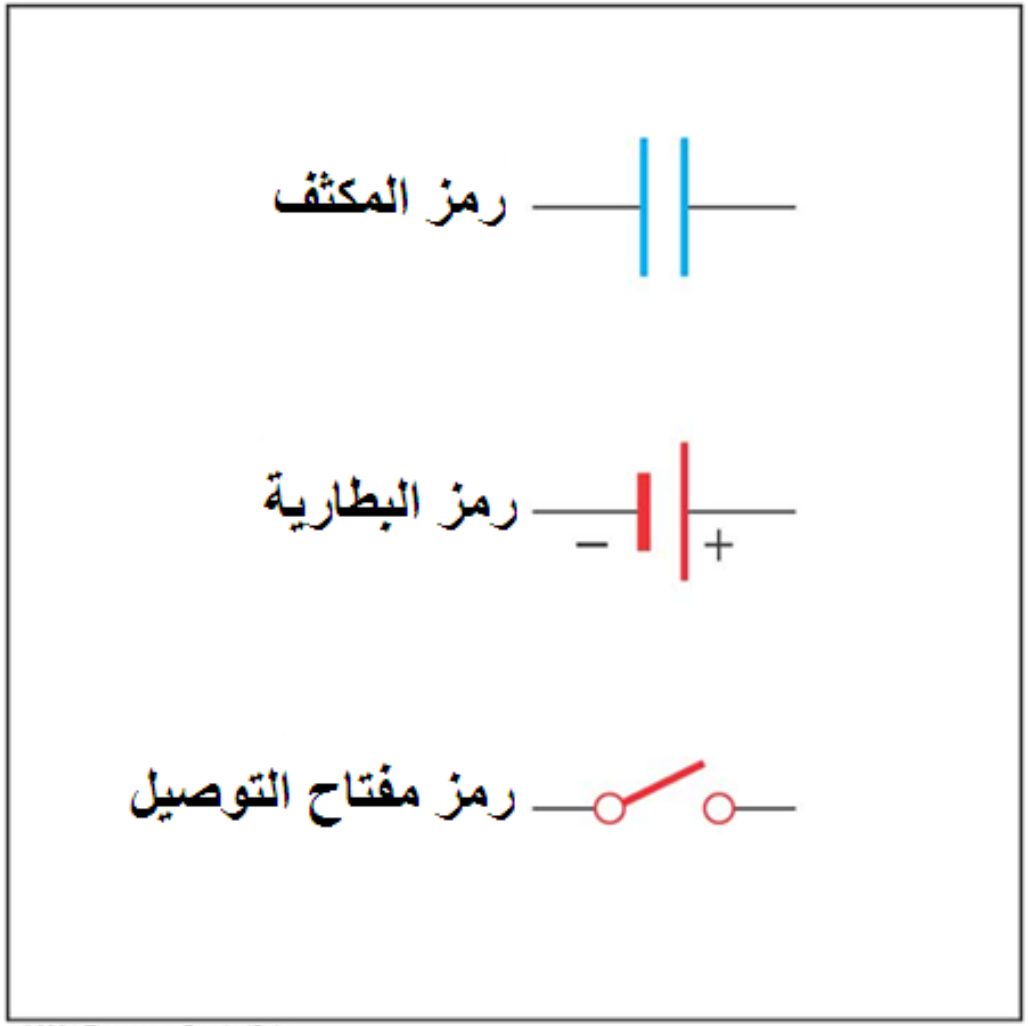
$$q_{max} = C\,V_{max} \quad , E = \frac{V_{max}}{d} \quad \& \; C = \frac{\varepsilon_o S}{d}$$

$$\therefore \quad q_{max} = E_{max}\,\varepsilon_o S$$

$$= (3 \times 10^{5}) \times (8.85 \times 10^{-12}) (1.0 \times 10^{-2})$$

$$= 2.66 \times 10^{-8}\ C$$

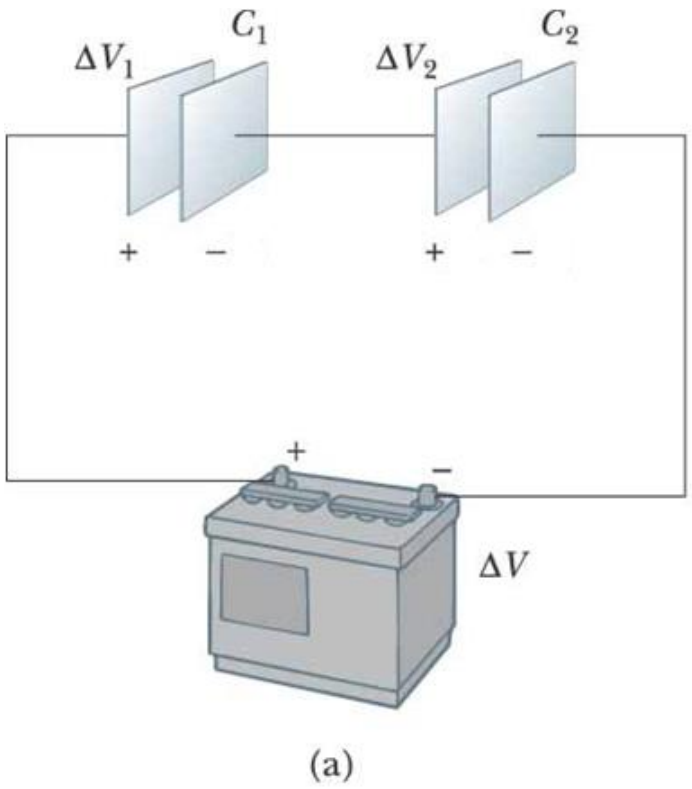
Capacitors المكثفات



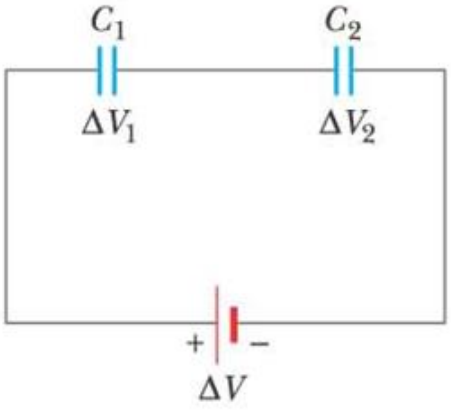
©2004 Thomson - Brooks/Cole

Capacitors المكثفات

توصيل المكثفات على التولي

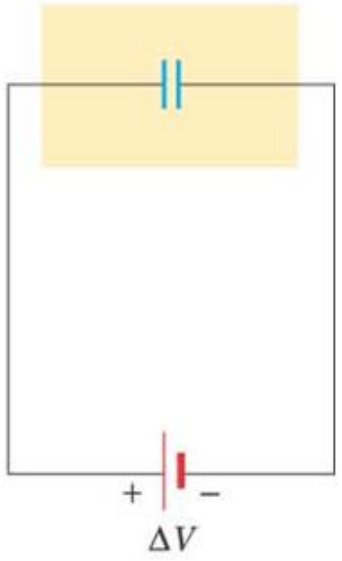


(a)



(b)

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

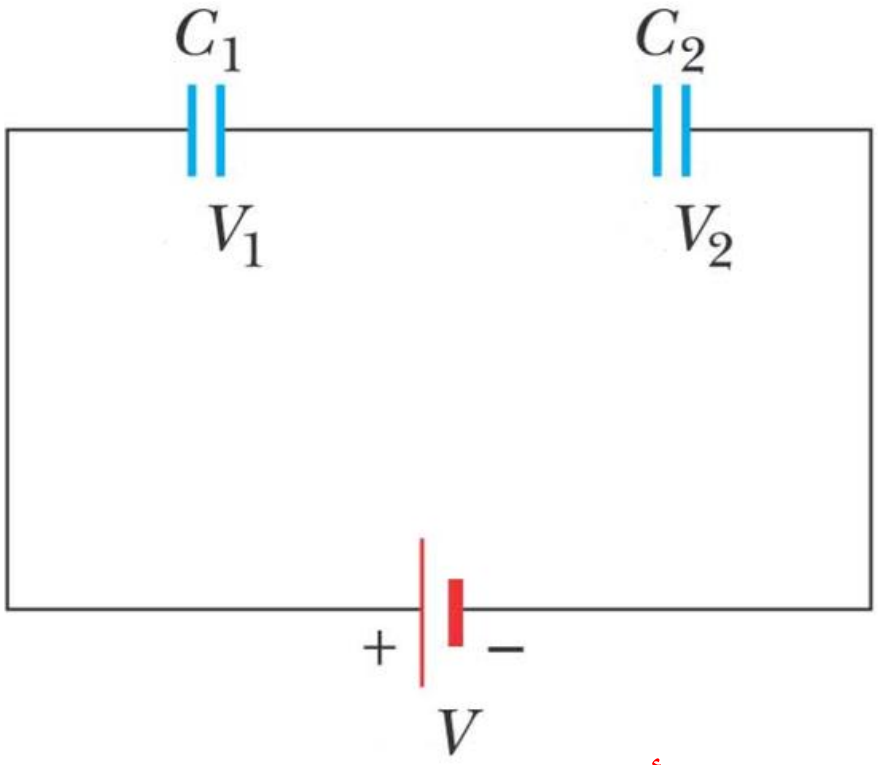


(c)

©2004 Thomson - Brooks/Cole

Capacitors المكثفات

قيمة شحنة المكثفات المتصلة على التوالي ثابتة وتساوي شحنة المكثف المكافىء لها



$$q = q_1 = q_2 = \ldots.$$

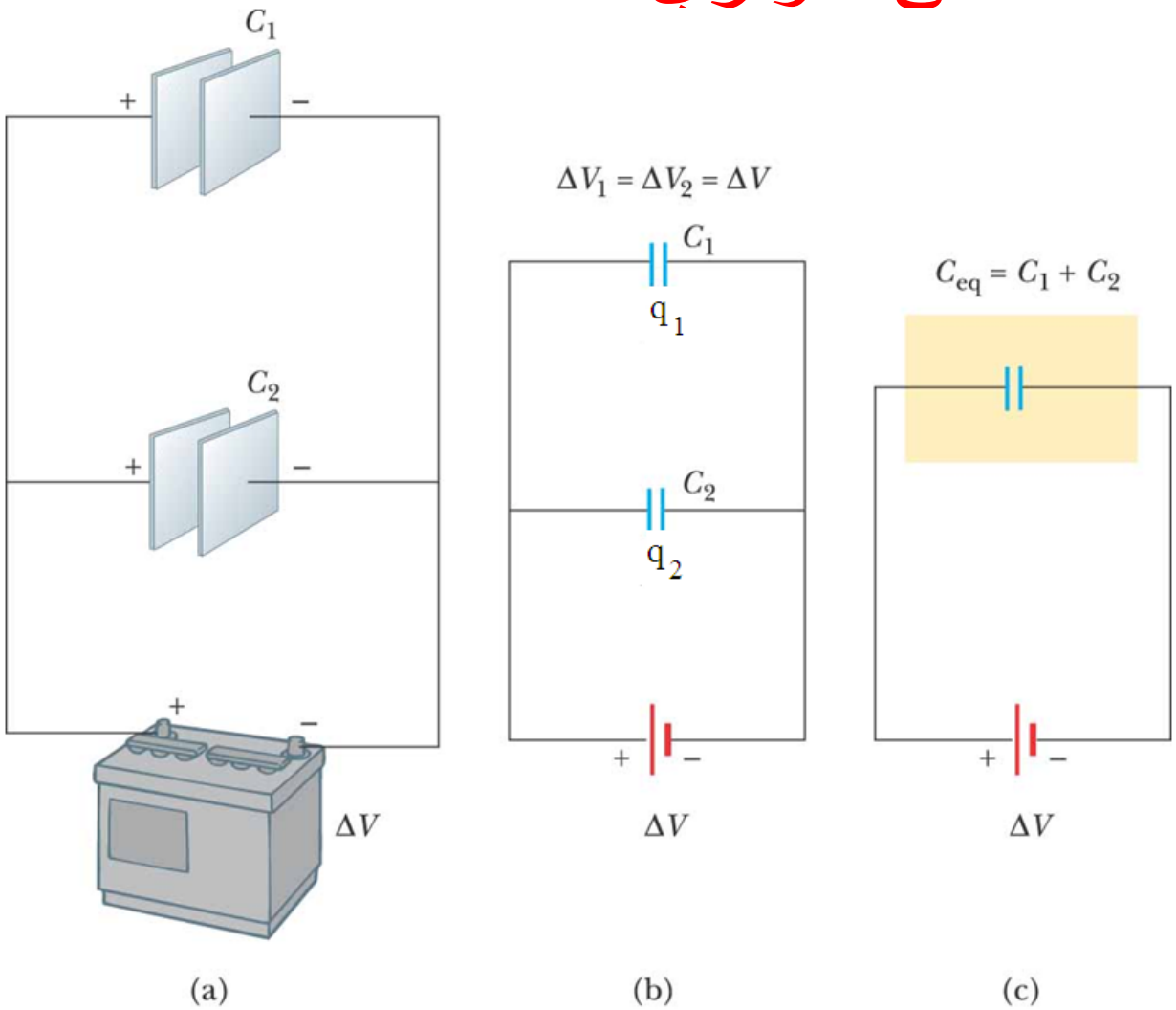
$$V = V_1 + V_2 + \ldots.$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots.$$

أي أن السعة المكافئة (الكلية) C_{eq} دائما أقل من سعة أي من المكثفات المتصلة على التوالي

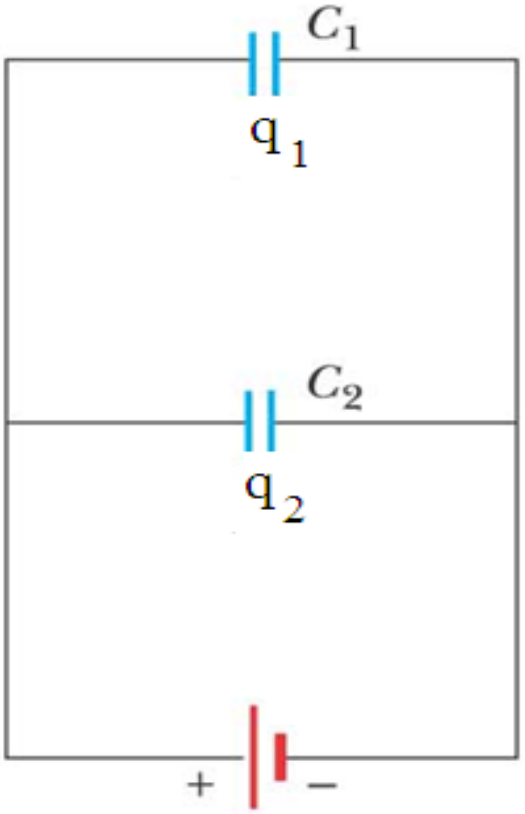
Capacitors المكثفات

توصيل المكثفات على التوازي



Capacitors المكثفات

$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$



جهد كل المكثفات المتصلة على التوازي ثابت ويساوي جهد المكثف المكافىء

$$V = V_1 = V_2 = ...$$

$$q = q_1 + q_2 + ...$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + ...$$

أي أن السعة المكافئة (الكلية) C_{eq} تمثل مجموع سعات مكثفات المجموعة

المكثفات Capacitors

ملاحظة هامة :

يجب أن نتذكر عند حل مسائل توصيل المكثفات ما يلي :

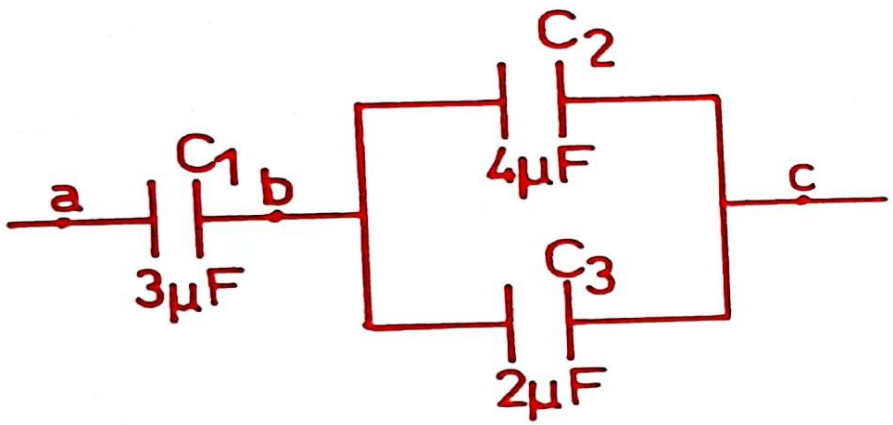
١ - في حالة التوصيل على التوالي : **قيمة شحنة المكثفات المتصلة على التوالي ثابتة وتساوي شحنة المكثف المكافئ لها .**

٢- في حالة التوصيل على التوازي : **جهد كل المكثفات المتصلة على التوازي ثابت ويساوي جهد المكثف المكافئ**

مثال (٢-٤) :

احسب الشحنة في الدائرة التالية ، شكل (٢-٦) ، على كل مكثف وكذلك احسب الجهد عند النقطة b علماً بأن الجهد عند a يساوي 1200 V بينما النقطة c متصلة بالأرض .

الحل :



شكل (٢-٦) : تابع للمثال (٢-٣).

المكثفان C_2 و C_3 متصلان على التوازي :

$$\therefore\ C = C_2 + C_3 = 4 + 2 = 6\ \mu F$$

هذه السعة المكافئة متصلة على التوالي مع C_1 وبذلك تكون السعة المكافئة للمجموعة هي كالتالي :

$$\frac{1}{C_o} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_1} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

$$\therefore\quad C_o = 2\ \mu F$$

وتكون الشحنة على هذا المكثف المكافيء هي :

$$Q = C_o\ V = 2 \times 10^{-6} \times 1200 = 2.4 \times 10^{-3}\ C$$

وهذه الشحنة Q تساوي الشحنة Q_1 على المكثف C_1 وتساوي أيضاً مجموع الشحنتين للمكثفين C_2 و C_3 .

$$\therefore \quad V_{ab} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2.4 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-6}} = 800\ V$$

$$\because \quad V_a = 1200\ V$$

$$\therefore \quad V_b = 400\ V$$

$$\therefore \quad V_{bc} = V_b - V_c = 400 - 0 = 400\ V$$

وبذلك فإن :

$$Q_2 = C_2\ V_{bc} = 4 \times 10^{-6} \times 400 = 1.6 \times 10^{-3}\ C$$

$$Q_3 = C_3\ V_{bc} = 2 \times 10^{-6} \times 400 = 0.8 \times 10^{-3}\ C$$

$$Q_2 + Q_3 = (1.6 + 0.8) \times 10^{-3} = 2.4 \times 10^{-3}\ C$$

مثال (٢-٥) :

أ- احسب السعة المكافئة للسعات للدائرة الواردة في الشكل (٢-٧أ).

ب- احسب شحنة وجهد كل مكثف إذا كان فرق الجهد بين النقطتين a و b هو 10V .

الحل :

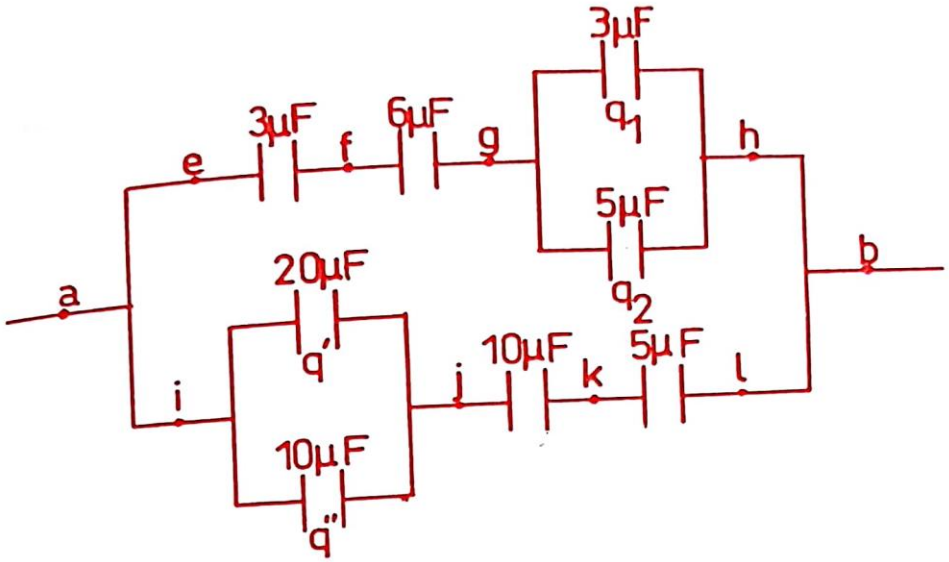
$$C_{gh} = 3 + 5 = 8\ \mu F \quad \& \quad C_{ij} = 20 + 10 = 30\ \mu F$$

وتصبح الدائرة كما في شكل (٢-٧ب) .

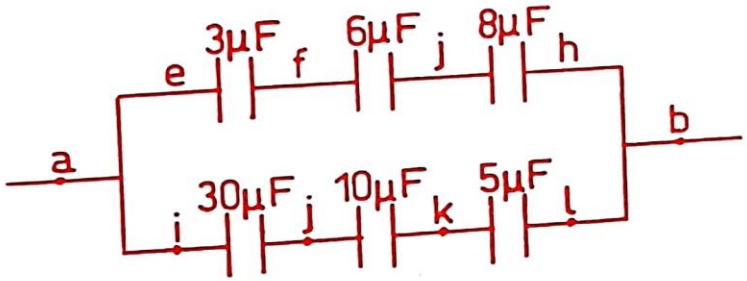
$$\frac{1}{C_{eh}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{8 + 4 + 3}{24} = \frac{5}{8}$$

$$\therefore \quad C_{eh} = \frac{8}{5} = 1.6\ \mu C$$

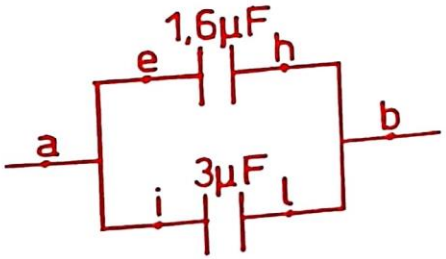
(أ)


3μF
3μF
6μF
e
f
g
q_1
h
5μF
q_2
b
20μF
a
q'
i
10μF
j
k
5μF
l
10μF
q''

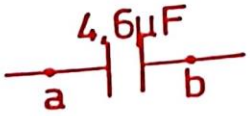
(ب)


3μF
6μF
8μF
e
f
j
h
b
a
30μF
10μF
5μF
i
j
k
l

(ج)


1,6μF
e
h
b
a
3μF
i
l

(د)


4,6μF
a
b

$$\frac{1}{C_{il}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{1 + 3 + 6}{30} = \frac{10}{30}$$

$$\therefore \quad C_{il} = \frac{30}{10} = 3 \quad \mu F$$

وتصبح الدائرة كما في شكل (٢-٧جـ) .

$$C_{ab} = C_{eh} + C_{il} = 1.6 + 3 = 4.6 \quad \mu F$$

وأخيراً تكون السعة المكافئة عبارة عن مكثف واحد سعته 4.6 μF كما في شكل (٢-٧د) .

$$q_{ab} = C_{ab} \times V_{ab} = 4.6 \times 10^{-6} \times 10 = 4.6 \times 10^{-5} \ C$$

$$q_{eh} = C_{eh} \times V_{ab} = 1.6 \times 10^{-6} \times 10 = 1.6 \times 10^{-5} \ C$$

$$q_{il} = C_{il} \times V_{ab} = 3 \times 10^{-6} \times 10 = 3 \times 10^{-5} \ C$$

وواضح أن $q_{ab} = q_{eh} + q_{il}$ وشحنة كل مكثف متصل على التوالي في الفرع eh هي q_{eh} وكذلك شحنة كل مكثف متصل على التوالي في الفرع il هي q_{il} .

$$V_{ef} = \frac{1.6 \times 10^{-5}}{3 \times 10^{-6}} = \frac{16}{3} = 5.33 \ V$$

$$V_{fg} = \frac{1.6 \times 10^{-5}}{6 \times 10^{-6}} = \frac{16}{6} = 2.67 \ V$$

$$V_{gh} = \frac{1.6 \times 10^{-5}}{8 \times 10^{-6}} = 2 \ V$$

$$\therefore \quad q_1 = 3 \times 10^{-6} \times 2 = 6 \times 10^{-6} \ C$$

$$\therefore \quad q_2 = 5 \times 10^{-6} \times 2 = 6 \times 10^{-6} \ C$$

$$V_{jk} = \frac{3 \times 10^{-5}}{10 \times 10^{-6}} = 3 \ V$$

$$V_{kl} = \frac{3 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-6}} = 6 \ V$$

$$V_{ij} = \frac{3 \times 10^{-5}}{30 \times 10^{-6}} = 1 \text{ V}$$

$$\therefore \quad q' = 20 \times 10^{-6} \times 1 = 20 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$\therefore \quad q'' = 10 \times 10^{-6} \times 1 = 10 \times 10^{-6} \text{ C}$$

Capacitors المكثفات

- طاقة مكثف مشحون أو الشغل المبذول لشحن مكثف من الصفر إلى شحنته النهائية Q.

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$V = \frac{Q}{C}$$

$$\therefore U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$

- حيث Q الشحنة النهائية

Capacitors المكثفات

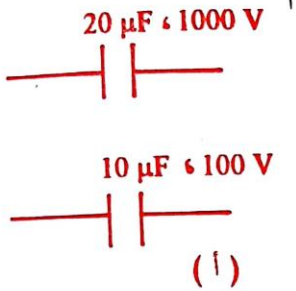
- في حالة مكثف متوازي اللوحين، يمكن التعبير عن طاقة المكثف U بدلالة الكثافة السطحية σ ، مساحة لوحي المكثف S ، المسافة بين اللوحين d ، المجال الكهربي E وذلك باستخدام:

$$\sigma = \frac{Q}{S} \quad , \qquad C = \varepsilon_o \frac{S}{d} \quad , \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}$$

مثال (٢-٦)

مكثفان سعة أحدهما 20 μF وفرق الجهد بين طرفيه 1000 V وسعة الآخر 10 μF وفرق الجهد بين طرفيه 100 V كما في شكل (٢-٨أ) ، وصل المكثفان على التوازي كما في شكل (٢-٨ب) ، احسب طاقة المكثفين الكلية قبل التوصيل وبعده وما قيمة الجهد العام .

الحل :



$$q_1 = C_1 V_1 = \frac{20}{10^6} \times 1000 = 0.02 \text{ C}$$

$$q_2 = C_2 V_2 = \frac{20}{10^6} \times 100 = 0.001 \text{ C}$$

أما السعة الكلية C بعد التوصيل فهي :

$$C = 10 + 20 = 30 \ \mu F = 30 \times 10^{-6} \text{ F}$$

وتكون الطاقة الكلية قبل التوصيل هي :

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2$$

شكل (٢-٨) : أ – قبل التوصيل
ب – بعد التوصيل.

$$\therefore \quad U_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{20}{10^6} \times (1000)^2 + \frac{1}{2} \frac{10}{10^6} \times (100)^2 = 10.05 \text{ J}$$

أما الطاقة بعد التوصيل فهي :

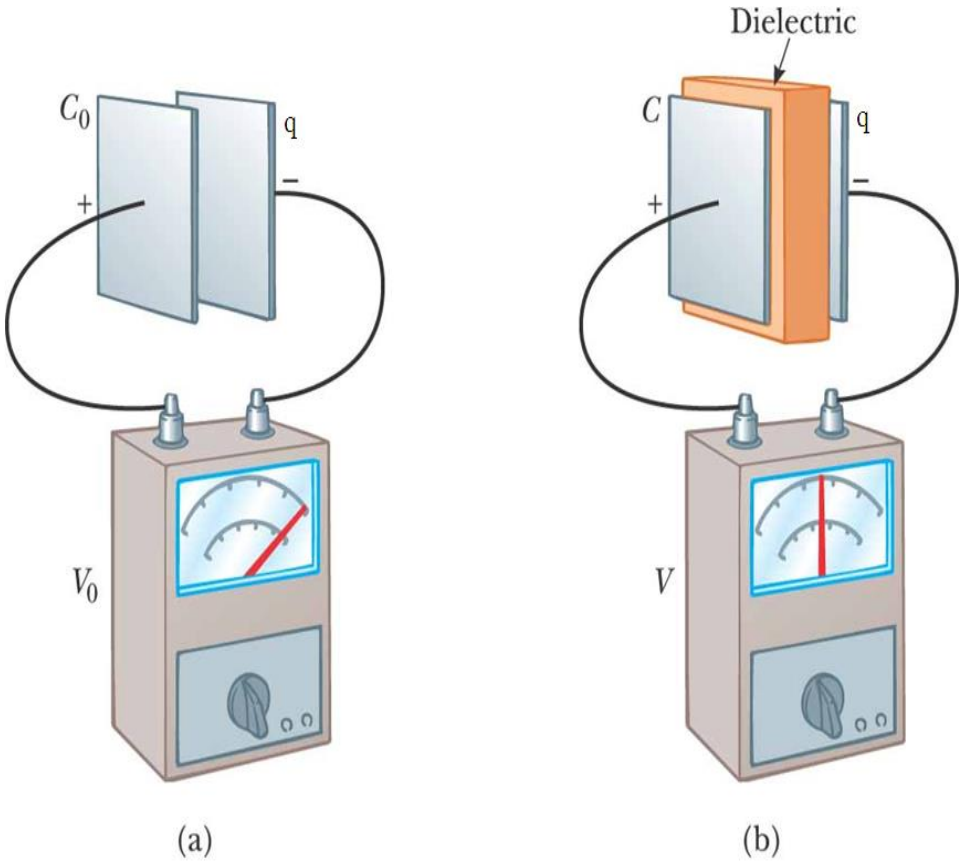
$$U_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(0.021)^2}{30 \times 10^{-6}} = 7.35 \text{ J}$$

وأما الجهد العام فهو :

$$V = \frac{q}{C} = \frac{0.021}{30 \times 10^{-6}} = 700 \text{ V}$$

Capacitors المكثفات

ثابت العزل Dielectric constant



©2004 Thomson - Brooks/Cole

سعة المكثف C تزداد في وجود مادة عازلة عن سعته C_o في وجود فراغ. النسبة بين السعتين يسمى ثابت العزل K:

$$K = \frac{C}{C_o}$$

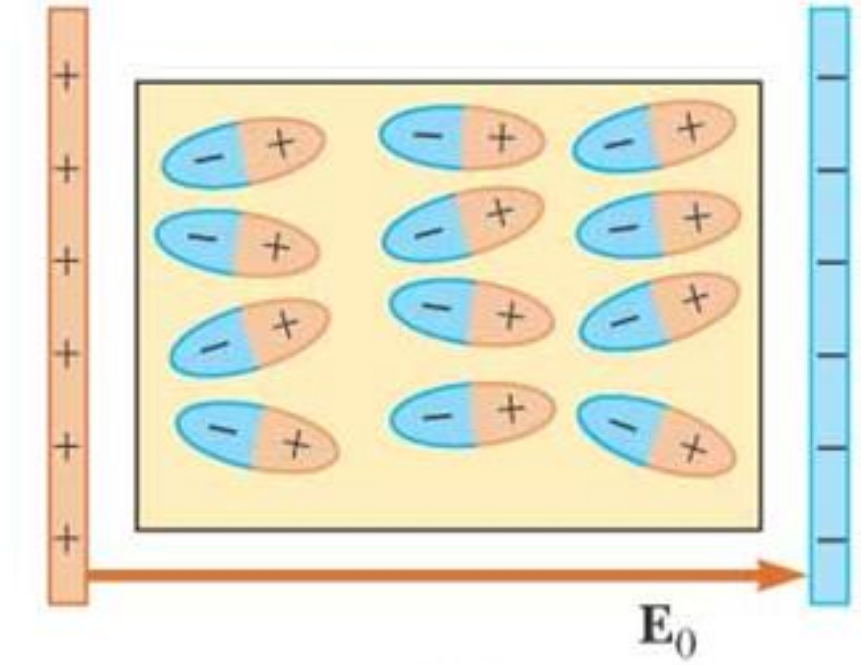
الشحنات لا تتغير قبل وبعد وضع المادة العازلة، ولكن فرق الجهد بين لوحي المكثف ينقص بوضع المادة العازلة وتصبح سعته:

$$C = \frac{q}{V_o} K$$

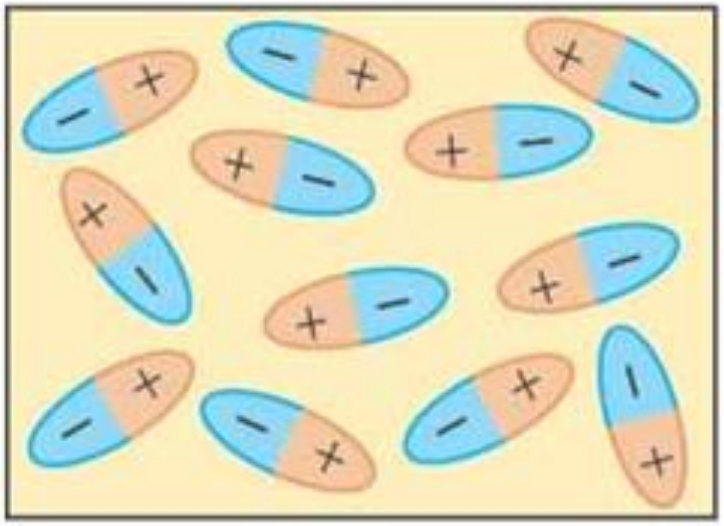
Capacitors المكثفات

ثابت العزل Dielectric constant

عند تطبيق مجال كهربي فإن اتجاه الجزيئات يترتب مع المجال

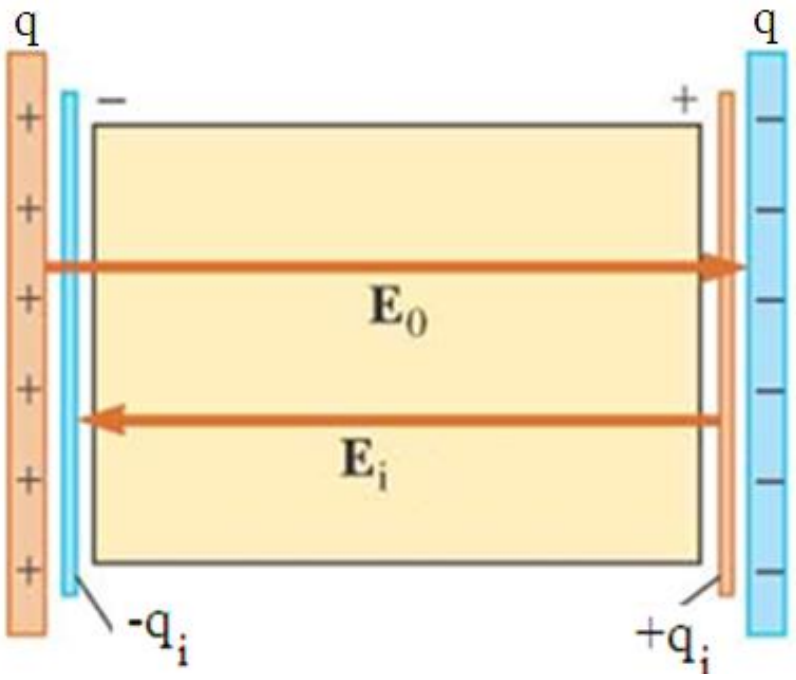


مادة عازلة جزيئاتها في اتجاه عشوائي نظرا لعدم وجود مجال كهربي



Capacitors المكثفات

ثابت العزل Dielectric constant



تتكون شحنات تأثيرية (مقيدة) q_i على سطحي المادة العازلة، وفي مواجهة الشحنات الحرة q على لوحي المكثف وتعاكسها في النوع، ومجالها الكهربي E_i يعاكس اتجاه المجال الأصلي E. العلاقة بين q_i و q هي:

$$\sigma_i = \sigma\left(1-\frac{1}{K}\right)$$

$$q_i = q\left(1-\frac{1}{K}\right)$$

وتوضح هذه المعادلة أن q_i دائما اقل من q وتساوي صفر في حالة عدم وجود المادة العازلة (K = 1).

Capacitors المكثفات

مسائل 2، 4، 5، 6، 9، 10، 11، 13، 16، 17 صفحة 77

فريق عمل

2) إذا كانت شحنة مكثف تساوي $2.5x10^{-6}$ كولوم عندما يكون الجهد بين طرفيه يساوي 124 V ، ماهي سعة هذا المكثف؟

$$C = \frac{q}{V} = \frac{2.5\times10^{-6}}{124} = 2.01\times10^{-8}\,F$$

Capacitors المكثفات

4) إذا كانت سعة مكثف متوازي اللوحين في الهواء تساوي 0.0025 μF ومساحة كل من لوحيه $0.8\ m^2$.

أ) ما هي المسافة بين اللوحين؟ حيث أن $\varepsilon_o = 8.85 \times 10^{-12}\ C^2/Nm^2$

ب) ما هي أكبر قيمة للجهد يمكن وضعها بين طرفي المكثف إذا علمت أن الهواء بين اللوحين يتحمل مجالا كهربيا قدره $3 \times 10^6\ V/m$ قبل حدوث تأين له أو تفريغ للشحنة؟

أ) $d = \dfrac{\varepsilon_o S}{C} = 2.8 \times 10^{-3}\ m$

ب) $V_{max} = E_{max} \cdot d = 3 \times 10^6 \times 2.8 \times 10^{-3} = 8490\ Volt$

Capacitors المكثفات

5) وضعت شحنة قدرها 30×10^{-6} C على مكثف متوازي اللوحين مساحة كلا منهما 5 cm^2 احسب المجال الكهربي بينهما.

$$E = \frac{q}{\varepsilon_o S}$$

$$E = \frac{3\times10^{-6}}{8.85\times10^{-12}\times5\times10^{-4}} = 6.78\times10^{8}\ N/C$$

Capacitors المكثفات

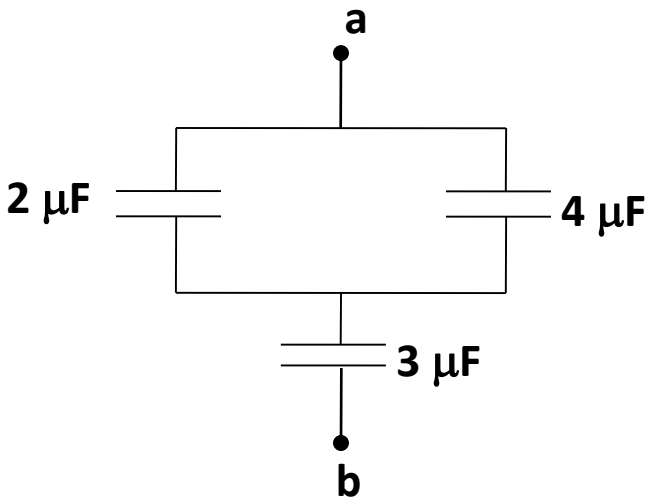
6) مكثف متوازي اللوحين، فرق الجهد بين اللوحين 20 V ومساحة كل منهما $7.6x10^{-4}\ m^2$ والمسافة بينهما 1.8 mm ومملؤ بالهواء، احسب: أ) المجال الكهربي بين اللوحين ب) سعة المكثف وشحنته جـ) كثافة الشحنة السطحية

Capacitors المكثفات

9) مكثفان سعتهما 2 µF و 6 µF وصلا على التوالي وسلط عليهما فرق جهد قدره 200V احسب فرق الجهد بين لوحي كل مكثف وشحنة كلا منهما.

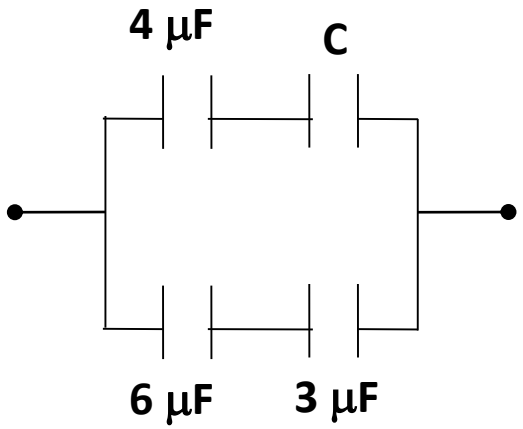
Capacitors المكثفات

10) أوجد السعة المكافئة لمجموع المكثفات الموصلة كما في الشكل التالي، وإذا كان فرق الجهد بين النقطتين a و b هو 12 V فاحسب شحنة وجهد كل مكثف.



Capacitors المكثفات

13) احسب السعة المجهولة C في الدائرة التالية علما بأن السعة المكافئة لمكثفاتها تساوي 4.4 μF



Capacitors المكثفات

16) مكثفان قيمة كل منهما 3 μF وصلا على التوالي ثم وصل بين طرفيهما جهد قدره 10 V ، احسب الطاقة المخزنة لهما ولكل منهما على حدة، ماذا تكون قيمة الطاقة لو وصلا على التوازي؟

$C_1 = C_2 = 3\ \mu F$ therefore $v_1 = v_2 = 5$ Volt

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

$$U_1 = U_2 = \frac{1}{2}(3x10^{-6})(5)^2 = 37.5x10^{-6}\ J$$

$$U = U_1 + U_2 = 75x10^{-6}\ J$$

لو وصلا على التوازي فإن: $V_1 = V_2 = V = 10$ Volt

$$U_1 = U_2 = \frac{1}{2}(3x10^{-6})(10)^2 = 150x10^{-6}\ J$$

$$U = U_1 + U_2 = 300x10^{-6}\ J$$

Capacitors المكثفات

17) مكثف مستوي مكون من صفحيتين متماثلتين، إذا كانت المسافة بينهما 2 cm وسعته في الفراغ 10^{-6} F . إذا فرض أن الجهد بين طرفيه يساوي 200 V ثم أدخلت مادة عازلة ثابت عزلها 49 فاحسب:

أ- القيمة الجديدة للسعة بعد وضع المادة العازلة.

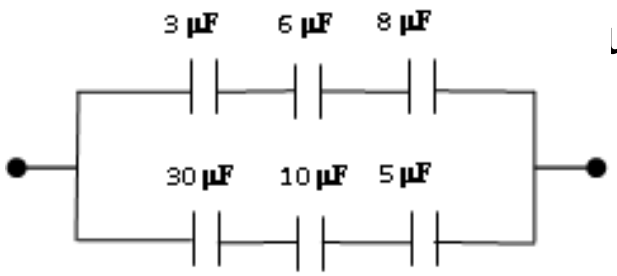
ب- ما هي قيمة الشحنة المستحثة على سطحي المادة العازلة.

$$K = \frac{C}{C_o} \Rightarrow C = C_o K$$

$$q_i = q\left(1 - \frac{1}{K}\right) = C V \left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

Capacitors المكثفات

اختبار قصير



1- السعة المكافئة للمكثفات المتصلة حسب الشكل المرفق بوحدة µF (ميكروفراد) هي: أ) 4.6 ب) 7.3 ج) 5.2 د) 1.5

2- إذا كان لمكثف سعة قدرها 20 µF وفرق الجهد بين طرفيه 1000 V فان طاقته بوحدة الجول تساوي:

أ) 10 ب) 15 ج) 20 د) 30

3- إذا كانت سعة مكثف متوازي اللوحين في الهواء تساوي 2.5 nF وكانت مساحة كل من لوحيه تساوي $0.8\ m^2$ فإن المسافة بين اللوحين بوحدة المليمتر mm تساوي :

أ) 2.83 ب) 4.21 ج) 7.32 د) 12.37

4- إذا وضعت مادة عازلة بين لوحي مكثف فإن سعة المكثف:

أ) تزداد ب) تقل ج) تساوي صفر د) لا تتغير

Capacitors المكثفات

١١- احسب السعة المكافئة وجهد وشحنة كل مكثف وارد في الشكل (٢-١١) . ثم احسب طاقة التخزين للمكثف الواقع بين النقطتين a و b . وإذا كان هذا المكثف مستوياً والمسافة الفاصلة بين لوحيه 2 mm فاحسب مساحة كل من لوحيه وطاقة وحدة الحجم .