الاختبار النّهائي ـ المدّة: ثلاثة ساعات

1 − **الهندسة الاقليديّة:** نعتبر في المستو الاقليدي $\mathbb{E}^2$ ، النّقط $A(1,2)$ ، $B(3,-1)$ ، $C(4,1)$ ، $A'(0,-2)$ ، $B'(-\frac{1}{5},\frac{8}{5})$ ، $C'(\frac{9}{5},\frac{3}{5})$.

١ـ اعط صيغة الانعكاس بالنّسبة للمستقيم (AB).

٢ـ بيّن أنّ المثلّثين ABC و $A'B'C'$ متطابقان وجد التّقايس بينهما.

٣ـ عيّن طبيعة وجد عناصر التّقايس الاقليدي المعرّف بالصّيغة

$$\mathcal{T}: \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

2 − **الهندسة الكرويّة:** نعتبر في الكرة $\mathbb{S}^2$، النّقط $E\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$ ، $F\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ ، والتّحويلين الكرويّين:

$$\mathcal{T}_1: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 & b \\ 1 & 2 & c \\ 2 & a & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathcal{T}_2: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

١ـ احسب مساحة المثلّث الكروي ABC الّذي طولا ضلعيه $\widehat{AB}$ ، $\widehat{AC}$ هما $\cos^{-1}(-\frac{1}{3})$ ، $\cos^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{3})$ وزاويته $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$.

٢ـ اعط صيغة الانعكاس الكروي Ω_{EF} بالنّسبة للمستقيم الكروي (EF).

٣ـ جد قيمة a ، b ، c ، d الّتي تجعل التّحويل $\mathcal{T}_1$ دورانا وحدّد مركزه.

٤ـ بيّن أنّ التّحويل $\mathcal{T}_2$ تقايس كروي، عيّن طبيعته، وحدّد عناصره.

3 − **الهندسة الزّائديّة:** نعتبر في السّطح الزّائدي $\mathbb{H}^2$، النّقط $X(1,1,1)$ ، $Y(2,2,3)$ ، $Z(8,4,9)$ ، والتّحويل الزّائدي:

$$\mathcal{T}_3: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} -5 & 4 & 4 \\ -20 & -5 & 20 \\ -20 & -4 & 21 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

١ـ احسب الطّول YZ والزّاوية $\widehat{YXZ}$ الزّائديّين.

٢ـ جد متّجهين $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ يجعلان الثّلاثي $(\vec{u},\vec{v},\vec{OY})$ أساسا زائديّا معيّرا للفضاء $\mathbb{R}^3$.

٣ـ اعط صيغة الانعكاس الزّائدي Ω_{XY} بالنّسبة للمستقيم الزّائدي (XY).

٤ـ بيّن أنّ التّحويل $\mathcal{T}_3$ تقايس زائديّ، عيّن طبيعته، وحدّد عناصره.