**جامعة الملك سعود الاختبار النهائي الفصل الثاني 1436/1437هـ**

**كلية العلوم- قسم الرياضيات في المقرر 431 ريض الزمن: ثلاث ساعات**

**ملحوظة:** كل  الرسوم المدروسة هنا هي رسوم بسيطة.

**السؤال الأول : ) 12 درجة(**

**(1 )** **(أ)**   أثبت أنه إذا كانت  شجرة عدد رؤوسها **، فإن عدد أضلاعها يساوي  . (درجتان)

**( ب(** أثبت أنه إذا كانت  غابة عدد رؤوسها ** و عدد مركباتها ، فإن عدد أضلاعها يساوي  . (درجة واحدة)

**) ج(** أثبت أنه إذا كان  رسما عدد رؤوسه **، عدد أضلاعه  ، و عدد مركباته ، فإن  . (درجة واحدة)

**(2)** أوجد جميع قيم العدد الصحيح الموجب  لكل من الحالات التالية:

1. يكون الرسم  أ ويلريا . (درجة واحدة) **)ب )** يكون الرسم  أ ويلريا . (درجة واحدة)

**) ج(** يكون الرسمهاملتونيا.  (درجة واحدة) **)د** ( يكون الرسم  مستويا. (درجة واحدة)

**3))** ليكن  رسما عدد رؤوسه  ، حيث  .

1. أثبت أن  .(درجة واحدة)
2. استنتج أن  . (درجة واحدة)

**)ج(** أثبت أن  ليست كثيرة حدود لونية. (درجتان)

**السؤال الثاني : ) 8 درجات(**

1. ليكن  رسما مستويا ، عدد رؤوسه  و عدد أضلاعه  ، و طول أقصر دورة فيه يساوي ،

حيث  .

**(أ)**  أثبت أنه إذا كان الرسم  مترابطا، فإن  . (درجتان)

**( ب)**  استنتج أن   . (درجة واحدة)

**) ج(** استنتج أن الرسم  و رسم بيترسن غير مستويين.  (درجتان)

1. ليكن  رسما مستويا لا يحتوي على مثلثات، عدد رؤوسه  ، حيث  ، و عدد أضلاعه  .

**(أ)**  باستخدام (1) أثبت أن  . (درجة واحدة)

**( ب)**  أثبت أنه إذا كان  ، فإن متمم الرسم  غير مستو. (درجتان)

**السؤال الثالث : ) 10 درجات(**

**) (1) أ(** أثبت أن  ، حيث  و  عددان صحيحان موجبان . (درجتان)

**( ب)**  أثبت أن  ، حيث  عدد صحيح . (درجة واحدة)

**(2)**   أعط برهانا تركيبيا للمتطابقة:  ، حيث  عدد صحيح موجب. (درجتان)

**3) )** (درجتان) أوجد عدد الحلول الصحيحة للمعادلة:  بحيث:

  

**(4)** لتكن المجموعة، حيث  عدد صحيح موجب.

**(أ)**  أوجد عدد طرق تجزئة المجموعة  إلى  مجموعة تتكون كل منها من 4 عناصر. (درجة واحدة)

**( ب)**  أوجد عدد التباديل للمجموعة  بحيث :   ،  ، 

و  تترك بالضبط  عددا في أماكنها الطبيعيية. (درجتان)

**السؤال الرابع :**  **) 10 درجات(**

**( 1)**  باستخدام دالة مولدة أسية، أو جد عدد المتتاليات من الطول r ، المأخودة من المجموعة  *{ ,5 {1, 2,3,4* و التي يظهر فيها كل من 2 و 4 مرة واحدة على الأقل . (درجتان)

**) (2) أ)** أو جد صيغة مختصرة للدالة المولدة العادية للمتتالية  حيث  لكل  . (درجة واحدة)

**) ب)** أوجد صيغة مختصرة للدالة المولدة العادية للمتتالية  حيث  لكل  . (درجتان)

**) ج)** استنتج صيغة مختصرة للدالة المولدة العادية للمتتالية  حيث  لكل  . (درجة واحدة)

**(3)** استخدم دالة مولدة عادية لحل المسألة التالية: ، حيث  . (درجتان)

**4) )** إذا كانت  دورة في رسم ما، و إذا عنونت رؤوسها عشوائيا بالأعداد: 1, 2, … , 12 ، فأثبت أنه توجد 3 رؤوس متعاقبة مجموع عناوينها أكبر من أو يساوي 20 . (درجتان)