

السؤال الأول: (8)

(أ) احسب النهايات التالية :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^n \cos^2 \left( \frac{k\pi}{n} \right) \right) ; \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2} \right)$$

(ب) احسب قيمة التكاملات المعتلة التالية متى وجدت

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x(x+1)}} dx ; \quad \int_0^2 \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

السؤال الثاني: (6)

ادرس تقارب المتسلسلات التالية :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \log(n)} \quad (أ)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n} \quad (ب)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right) \quad (ت)$$

السؤال الثالث (6)عين النهاية النقطية لمتتالية الدوال  $(f_n(x))$  على المنطقة  $D$  ثم قرر ما اذا كان التقارب منتظماً

$$f_n(x) = \frac{x}{n}, \quad D = \mathbb{R} \quad (أ)$$

$$f_n(x) = \frac{\sin(nx)}{nx}, \quad D = (0,1) \quad (ب)$$

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}, \quad D = (0,1) \quad (ت)$$

(ث)

$$D = [0, 1], \quad f_n(x) = \begin{cases} 4n^2 x, & x \in [0, 1/n] \\ 4n^2 (2/n - x), & x \in [1/n, 2/n] \\ 0, & x \in [2/n, 1] \end{cases} \quad (\text{ب})$$

السؤال الرابع: (5)

ناقش التقارب النقطي و المنتظم للمتسلسلات  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  التالية:

$$(1, \infty) \text{ على المنطقة } f_n(x) = \frac{(-1)^n}{n+x^2} \quad (\text{أ})$$

$$(1, \infty) \text{ على المنطقة } f_n(x) = \frac{1}{n^{2x}} \quad (\text{ب})$$

السؤال الخامس (15)

(1) احسب فيما يلي:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \int_0^1 \frac{1+nx}{(1+\sqrt{x})^n} dx \right) \quad (\text{أ})$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \int_0^{\infty} \frac{\sin(\pi x)}{n+x^2} dx \right) \quad (\text{ب})$$

(2) بين ان :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \int_0^n \left(1 - \frac{x}{n}\right)^n e^{-x} dx \right) = 1 \quad (\text{أ})$$

السؤال الثالث

$f_n(x) = \frac{x}{n}$  دالة متزايدة نقدياً على  $\mathbb{R}$  على  $0$

$(f_n)$  لا تتقارب بانتظام على  $\mathbb{R}$  على  $0$

إذا  $f_n(x) \rightarrow 1$  ;  $x_n = n$

$\sup_{x \in \mathbb{R}} \left| \frac{x}{n} \right| \rightarrow \infty$

$f_n(x) = \frac{\sin(nx)}{nx}$  ,  $x \in (0, 1)$

(ج)

نتيجة  $f_n \rightarrow 0$

التقارب ليس منتظماً

$x_n = \frac{1}{n}$

$f_n\left(\frac{1}{n}\right) = \sin(1) \not\rightarrow 0$

د

$\int_0^1 f_n(x) dx = \frac{2}{n} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{n}$



$0 \leftarrow f_n$  (ب)

