

أجب عن الاسئلة الآتية

س(١) : (أ) بين فيما إذا كانت العبارة  $[(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow \neg r)$  تتناقضاً أم لا. (٣ درجات)  
(ب) بدون استخدام الجداول أثبت أن  $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv (\neg q \vee \neg r) \rightarrow \neg p$  . (٣ درجات)

س(٢) : (أ) لتكن  $a, b, c$  أعداد صحيحة. استخدم طريقة البرهان بالمكافئ العكسي لإثبات ما يلي:  
" إذا كان  $a + b - c$  زوجياً فإن  $a$  زوجي أو  $b$  زوجي أو  $c$  زوجي. " (درجتان)  
(ب) ليكن  $m, n$  عددين كسريين بحيث  $n \neq 0$  . إذا علمت أن  $\sqrt{5}$  عدد غير كسري

فاستخدم طريقة البرهان بالتناقض لإثبات أن  $\frac{\sqrt{5}}{n} - m$  غير كسري. (درجتان)

س(٣) : (أ) أثبت أن  $4^n - 1$  يقبل القسمة على 3 لكل عدد صحيح  $n \geq 0$  . (٤ درجات)  
(ب) إذا كانت المتتالية  $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$  معرفة كما يلي :  $u_1 = \frac{3}{4}, u_2 = \frac{8}{13}, u_n = \frac{3u_{n-1} + 2u_{n-2}}{5} \forall n \geq 3$   
فأثبت أن  $u_n < 1$  لكل عدد صحيح  $n \geq 1$  . (٤ درجات)

س(٤) : (أ) لتكن  $R$  علاقة من  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  إلى  $B = \{2, 3, 4, 5\}$  معرفة كما يلي :

$$aRb \Leftrightarrow a + b = 5$$

(i) اكتب العلاقة  $R$  كمجموعة أزواج مرتبة. (درجتان)

(ii) أوجد كلاً من مجال ومدى العلاقة  $R$  . (درجة واحدة)

(iii) أوجد  $M_R$  ، مصفوفة العلاقة  $R$  . (درجة واحدة)

(ب) لتكن  $S = \{(x, y), (x, z), (y, x), (z, y)\}$  علاقة على المجموعة  $C = \{x, y, z\}$  .

(i) أوجد  $S - S^{-1}$  . (درجة واحدة)

(ii) أوجد  $S^2$  . (درجتان)