اختبارات لعينة واحدة

المفهوم والتطبيق

20 أكتوبر 2015

د. سيف القحطاني
جامعة الملك سعود

فكِّر؟

المتوسط المشاهد $\bar{X}$ وفرقه عن المتوسط المتوقع μ

$\mu = 17$

$\bar{X} = 14.3$

يوجد فرق وقدره 2.7 لكن متوسط العينة مجرد واحد من أصل مجموعة كبيرة من المتوسطات التي يمكن اختيارها وعليه قد يختار شخص آخر متوسط عينة أخرى وربما تكون قيمته 17 وبالتالي لايوجد فرق؟؟؟؟؟!!!

الحل:

1- نوجد التشتت المشاهد لمتوسط عينتنا عن متوسط المجتمع المفترض

$$\bar{X} - \mu$$

2- تحويل التشتت المشاهد إلى تشتت معياري (على صورة انحرافات معيارية)

$$\frac{\bar{X} - \mu}{s_{\bar{X}}}$$

3- مقارنة قيمة التشتت المعياري بالتوزيع القائم على الصدفه (المعاينة العشوائية)

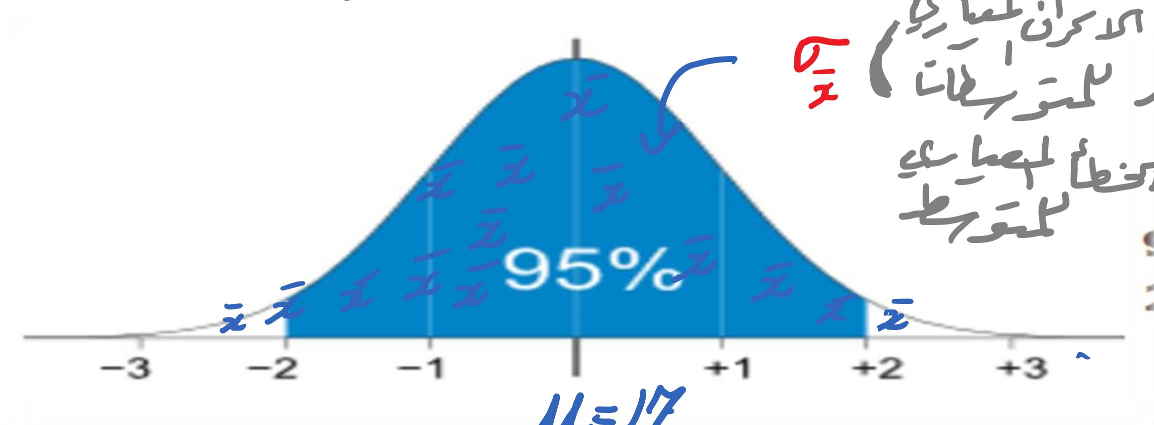
والقصد معرفه ماإذا كان هذا الفرق كبيراً على نحو يجعل الصدفه تفسيراً غير مقبول..

لو فعلا كانت قيمة المتوسط المتوقع $\mu=17$ وكانت متوسطات العينات ($\bar{X}$) تتفاوت عنه بسبب الصدفة (خطأ عشوائي)

هذا فقط افتراضي

الانحراف المعياري للمتوسطات $\sigma_{\bar{x}}$

الخطأ المعياري للمتوسط



$\mu=17$

في الأصل لإيجاد الانحراف المعياري للمتوسطات يجب الحصول على عدد كبير من المتوسطات (متساوية حجم العينة) ومن ثم إيجاد انحراف تلك المتوسطات عن متوسطها...على سبيل المثال:

رقم العينة	متوسط العينة	$\bar{x}-\bar{\bar{x}}$	$(\bar{x}-\bar{\bar{x}})^2$
1	15		
2	17.9		
3	12		
.	.		
.	.		
.	.		
1000	14.3		

$$\bar{\bar{x}}=\frac{\sum \bar{x}}{n} \qquad S_{\bar{x}}^2=\frac{\sum(\bar{x}-\bar{\bar{x}})^2}{n-1}$$

نقدره باستخدام بيانات عينة واحدة

$$S_{\bar{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}$$

أراد باحث أن يعرف ماإذا كان متوسط (مجتمع, **μ**) تحصيل طلاب مدرسة الحسن بن علي رضي الله عنه يساوي 17 في مادة الرياضيات (تتراوح درجات الاختبار النظرية بين 0 و 20)

ولمعرفة ماإذا كان المتوسط **(μ)** يساوي 17 أخذ الباحث عينة مكونة من 10 طلاب وأجرى عليهم الاختبار وكان درجاتهم كالتالي:

$H_0: \mu_0 = 17$

$H_a: \mu_0 \neq 17$

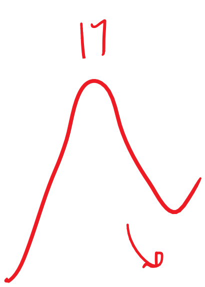
X
12
18
14
14
13
20
11
15
16
10

$\alpha = .05$

$\mu_0 = 17$

$\bar{x} = 14.3$

No.	X
1	**12**
2	**18**
3	**14**
4	**14**
5	**13**
6	**20**
7	**11**
8	**15**
9	**16**
10	**10**
∑	**143**
$\bar{X}$	**14.3**



$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n}$$

متوسط العينة يساوي 14.3

No.	X	$x_i - \overline{x}$	$(x_i - \overline{x})^2$
1	12	-2.3	5.29
2	18	3.7	13.69
3	14	-0.3	0.09
4	14	-0.3	0.09
5	13	-1.3	1.69
6	20	5.7	32.49
7	11	-3.3	10.89
8	15	0.7	0.49
9	16	1.7	2.89
10	10	-4.3	18.49
$\sum$	143	0	86.1
			$s^2 = 9.567$
			$s = 3.09$
			$S_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$ $= \frac{3.09}{\sqrt{10}} = 0.977$

$$t_{\overline{X}} = \frac{\overline{X} - \mu}{s_{\overline{X}}}$$

- الفرض الصفري والفرض البديل

- **H_0: μ = 17**
- **H_a: μ ≠ 17**

مستوى الدلالة (α = 0.05)

$$t_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{s_{\bar{X}}}$$

$$\boldsymbol{t = \frac{14.3 - 17}{0.977} = -2.76}$$

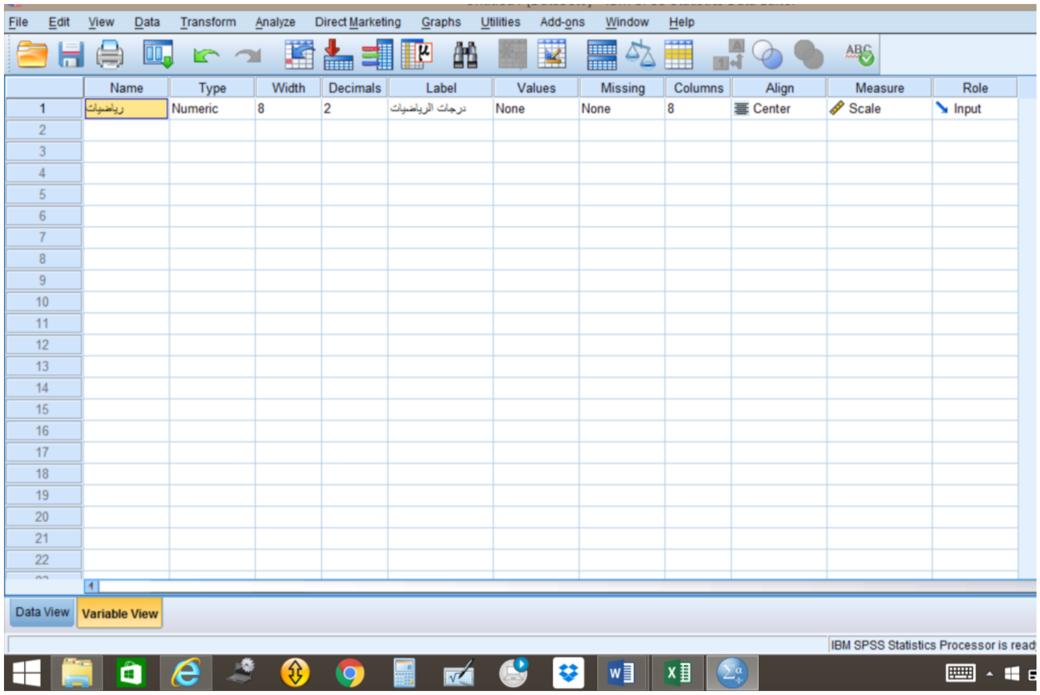
القيمة الاحتمالية المصاحبة ل (-2.76) تساوي 0.022

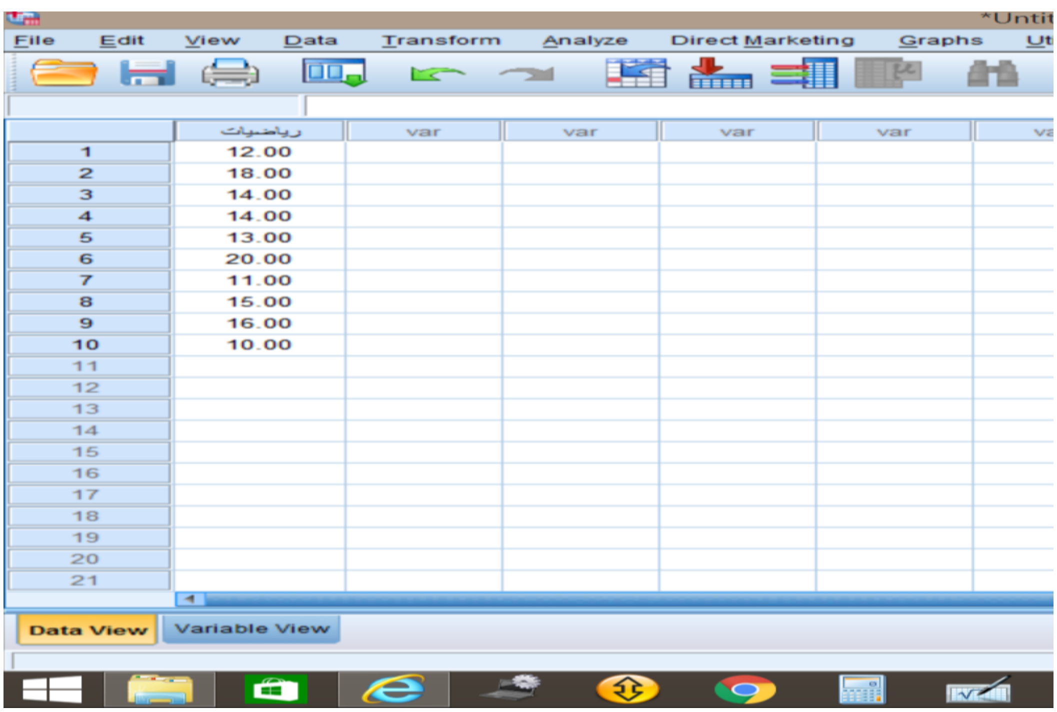
بمقارنة القيمة الاحتمالية (0.022) بمستوى الدلالة (α، 0.05) نجد أن القيمة الاحتمالية اصغر

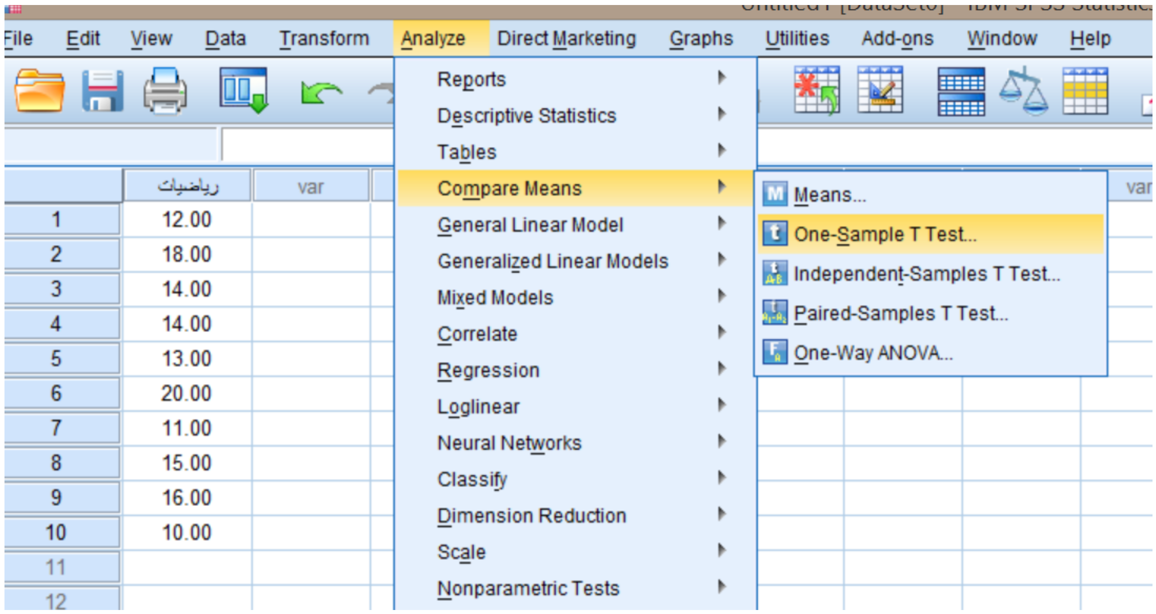
عليه نرفض الفرض الصفري القائل بأن قيمة متوسط المجتمع تساوي 17 نؤيد الفرض البديل القائل بأن قيمة متوسط المجتمع لاتساوي 17

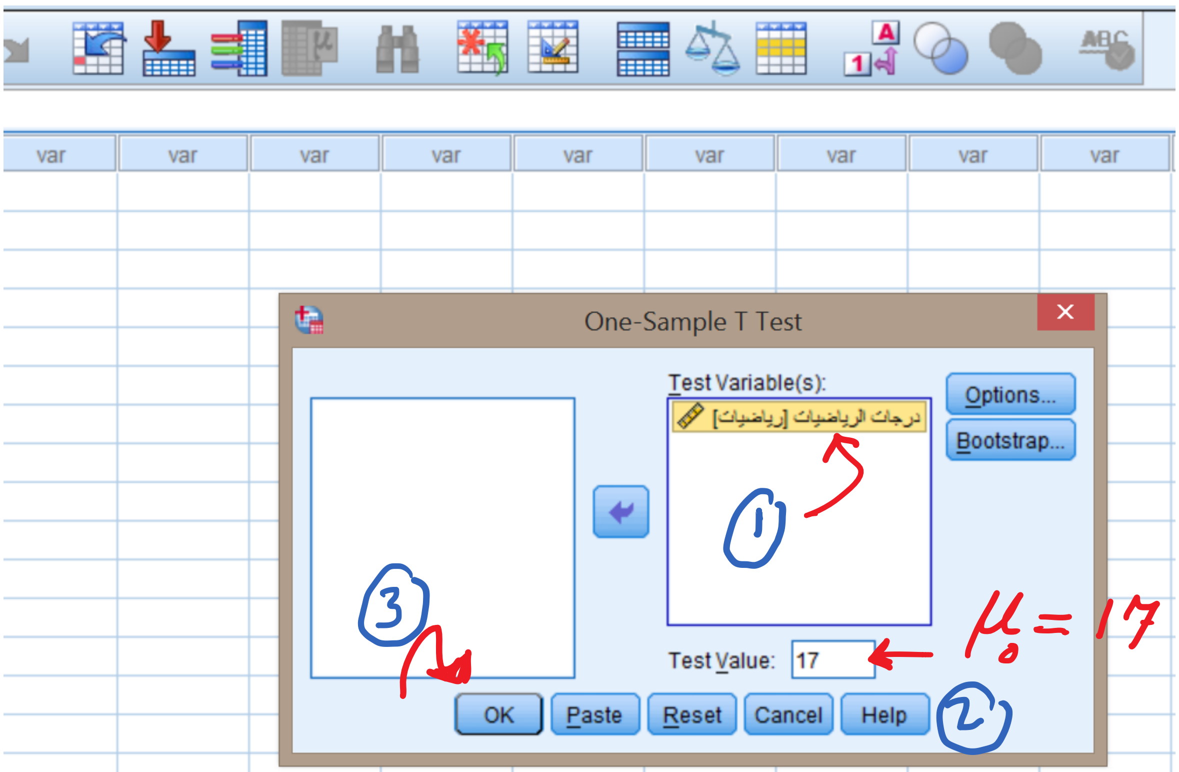
الخطأ المحتمل: خطأ الرفض α (النوع الأول)

استخدام برنامج SPSS






File Edit View Data Transform Analyze Direct Marketing Graphs Utilities Add-ons Window Help
Reports
Descriptive Statistics
Tables
Compare Means
General Linear Model
Generalized Linear Models
Mixed Models
Correlate
Regression
Loglinear
Neural Networks
Classify
Dimension Reduction
Scale
Nonparametric Tests
Means...
One-Sample T Test...
Independent-Samples T Test...
Paired-Samples T Test...
One-Way ANOVA...
رياضيات
var
12.00
18.00
14.00
14.00
13.00
20.00
11.00
15.00
16.00
10.00


One-Sample T Test
Test Variable(s):
درجات الرياضيات [رياضيات]
Options...
Bootstrap...
Test Value: 17
$\mu_0 = 17$
1
2
3
OK
Paste
Reset
Cancel
Help

T-Test

[DataSet0]

$\bar{x}$ — الانحراف المعياري S_x — الخطأ المعياري للمتوسط $S_{\bar{x}}$ $\frac{S}{\sqrt{n}}$

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
درجات الرياضيات	10	14.3000	3.09300	.97809

درجات الحرية $n-1$

One-Sample Test

	Test Value = 17 $\rightarrow \mu_0$					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
درجات الرياضيات	-2.760	9	.022	-2.70000	-4.9126	-.4874

قيمة اختبار

$\bar{x} - \mu_0$

$14.3 - 17$

$$t_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{s_{\bar{X}}}$$